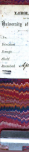
ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE

Digitized by Google

LIBRARY
University of California.
No. 17804
Division
Range
Shelf
Received April 18, 1916



Digitized by Google

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXXVIII.

Digitized by Google

Digitized by Google

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ACHTER BAND.

NEBST ELF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Digitized by Google

Digitized by Google

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERT ACHTUNDZWANZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDVIERTER.

NEBST ELF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH,

Digitized by Google

QC1
A52
v.204
PHYS

11204

Digitized by Google

Inhalt

des Bandes CXXVIII der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Seite

I. Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung; von F. Kohlrausch 1

II. Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath 20

15. Ein Beitrag zur Kenntnifs des Axinits.

III. Einige Sätze aus der theoretischen Photometrie; von F. Zöllner 46

IV. Der gegenwärtige experimentelle Thatbestand der Lehre von der Hydrodiffusion durch thierische Membranen; von C. Eckhard . 61

V. Ueber die Erscheinungen beim Absorptionsspectrum des Didyms; von R. Bunsen 100

VI. Das Princip der stroboskopischen Scheiben als vortheilhaftes Hülfsmittel zur optischen Analyse tönender Körper; von A. Töpler 108

VII. Vibroskopische Beobachtungen über die Schwingungsphasen singender Flammen, mit Benutzung des Schlierenapparats; von Demselben 126

VIII. Theorie der Querschwingungen schwerer Stäbe; von K. Zöppritz 139

IX. Ueber das Verhalten der Glaubersalzlösungen bei Temperatur-Erniedrigung; von F. Lindig 157

X. Bemerkung über den Durchgang der Funken des Inductoriums durch die Flamme; von A. Kundt 159

XI. Ueber den Durchgang der Wärme- und Lichtstrahlen durch geneigte diathermane und durchsichtige Platten; von H. Knoblauch 161

Seite

XII. Ueber die Zusammensetzung des Wiserins; von V. Wartha 166

XIII. Ueber die isomorphen Mischungen aus überchlorsaurem und übermangansaurem Kali und die angeblich polymere Isomorphie; von C. Rammelsberg 169

XIV. Ueber das krystallisirte Schwefelnatrium; von Demselben . 172

XV. Ueber den Einfluss der Gestaltung der Leiter auf die Entladung der elektrischen Batterie; von C. M. Guillemin 173

XVI. Ueber einen eigenthümlichen Diamant von veränderlicher Farbe 176

(*Geschlossen am* 6. *Juni* 1866.)

Zweites Stück.

I. Ueber Interferenz-Apparate für Schallwellen; von G. Quincke 177

II. Ueber den Einfluss der Magnetisirung auf die Länge und den Leitungswiderstand von Eisenstäben; von W. Beetz 193

III. Beiträge zur Kenntniss der elastischen Nachwirkung; von F. Kohlrausch (Fortsetzung) 207

IV. Mineralogische Mittheilungen von G. vom Rath 227

15. Ein Beitrag zur Kenntniss des Axinits (Fortsetzung)

V. Resultate photometrischer Beobachtungen an Himmelskörpern; von F. Zöllner 260

VI. Beobachtungen der Sonne; von G. Spörer 269

VII. Ueber die relativen chemischen Intensitäten des directen und zerstreuten Sonnenlichtes; von R. E. Roscoe und J. Baxendell 291

VIII. Ueber die Wasserlinien des Sonnenspectrums; von J. P. Cooke 298

IX. Ueber einen Apparat zur directen Messung der Schallgeschwindigkeit in der atmosphärischen Luft; von E. C. O. Neumann . 307

X. Ueber die Isomorphie der Lithionsalze mit den Kali- und Natronsalzen; von C. Rammelsberg 311

XI. Ueber das Selenbromür; von R. Schneider 327

XII. Spectralia; von J. Müller 335

Berichtigung, das Polarisationsprisma von Hartnack und Prazmowsky betreffend 336

(*Geschlossen am* 10. *Juli* 1866.)

Digitized by Google

Seite

Drittes Stück.

I. Ueber die Erzeugung von Klangfiguren in Orgelpfeifen und über die Wirkung tönender Luftsäulen auf Flammen; von A. Kundt 337

II. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke (Fortsetzung) 355

III. Ueber die elliptische Polarisation des Lichts bei gewöhnlicher Reflexion.

III. Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung; von F. Kohlrausch (Schlufs) 399

IV. Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath 420

16. Ueber die vulkanischen Eisenglanz-Krystalle vom Eiterkopf bei Plaidt und die auf denselben aufgewachsenen Augitkrystalle.

V. Ueber den Kupferwismuthglanz; von A. Weisbach 435

VI. Ueber die mit dem Namen Speise bezeichneten Hüttenproducte; von C. Rammelsberg 441

VII. Ueber eine neue Modification des Kobell'schen Stauroskops und des Nörremberg'schen Polarisationsmikroskops; von A. Brezina 446

VIII. Ueber die Schwingungsbewegungen, welche die vereinte Wirkung des Magnetismus und der discontinuirlichen Ströme in leitenden Körpern hervorruft; von A. de la Rive 452

IX. Ueber die Einwirkung des Chlorjods auf Schwefelkohlenstoff und über die dabei entstehenden Producte; von Rud. Weber . . 459

X. Ueber einige Reductionsversuche mit Zink; von C. Stahlschmidt 466

XI. Ueber die Darstellung des festen Phosphorwasserstoffs; von F. Rüdorff 473

XII. Bericht des Hrn. Plateau betreffend die Arbeit der Hrn. Lamarle: Ueber die Stabilität flüssiger Systeme von dünnen Lamellen 477

XIII. Untersuchung über die Drehwirkung, welche der Quarz auf die Polarisationsebene der brechbaren Strahlen des Spectrums ausübt; von P. Desains 487

XIV. Ueber die Töne rotirender Stimmgabeln; von W. Beetz . 490

XV. Nachtrag zum Aufsatz von A. Kundt 496

(*Geschlossen am* 10. *August* 1866.)

Seite

Viertes Stück.

I. Ueber ein neues Verfahren zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen; von J. B. Zoch 497

II. Ueber die Ausdehnung des Wassers und des Quecksilber; von A. Matthiefsen 512

III. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke (Fortsetzung) 541

IV. Ueber die elliptische Polarisation des Lichtes bei metallischer Reflexion.

IV. Ueber die Ausdehnung starrer Körper durch die Wärme; von L. Fizeau 564

V. Ueber den Lullin'schen Versuch und die Lichtenberg'schen Figuren; von A. von Waltenhofen 589

VI. Beobachtung der Schwingungsform tönender Platten durch Spiegelung; von A. Kundt 610

VII. Ueber einige Arten der Erzeugung von Tönen durch Flammen; von Demselben 614

VIII. Ueber die durch Fluorescenz hervorgerufene Wärmestrahlung; von V. Pierre 621

IX. Das Tangenten-Photometer; von F. Bothe 628

X. Zur theoretischen Berechnung der Vergrößerung beim Mikroskop; Nachtrag von Arndt 632

XI. Ueber die Krystallisation des Einfach-Schwefelnatriums; von H. Finger 635

XII. Erwiderung, Hrn. Mohr's Hageltheorie betreffend; von A. Krönig 639

XIII. Ueber einige Eigenschaften der Seifenblasen; von J. Broughton 641

(*Geschlossen am* 3. *October* 1866.)

Digitized by Google

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. — G. v. Rath, Fig. 1, S. 28, 31, 242 u. 253; Fig. 2 u. 3, S. 31; Fig 4, S. 46 u. 230; Fig. 5, S. 232; Fig. 6, S. 234 u. 241; Fig. 7, S. 235 u. 240; Fig. 8, S. 236 u. 241; Fig. 9, S. 228 u. 237; Fig. 10 u. 11, S. 238; Fig 12, 13 u. 14 im Texte nicht erwähnt, stellen aber Axinite von Botallak vor; Fig. 15, S. 43 u. 245; Fig. 16 (links oben) S. 243 u. 244; Fig. 16 (links unten) S. 246; Fig. 17, S. 244 u. 254; Fig. 17ª, S. 251; Fig. 18, S. 254; Fig. 18ª. S. 251; Fig. 19 (rechts unten) S. 239; Fig. 19 (links oben) S. 243; Fig. 20, S. 38 u. 244; Fig. 21, S. 24; Fig. 22 (fehlt); Fig. 23 u. 23ª, S. 254 u. 255; Fig. 24 (im Text nicht erwähnt); Fig. 25, S. 422; Fig. 26, S. 430; Fig. 27, S. 432; Fig. 28, S. 433.

Taf. II. — Bunsen, Fig. 1, 2 u. 3, S. 105; Fig. 4, S. 106; Fig. 5 u. 6, S. 105 u. 106; Fig. 7, 8 u. 9 S. 107; Fig. 10, S. 104; Fig. 11, S. 103.

Taf. III. — Bunsen, Fig. 12 u. 13, S. 106; Fig. 14, 15 u. 16, S. 107; Fig. 17, S. 106; Fig. 18, 19 u. 20, S. 107.

Taf. IV. — Kohlrausch, Fig. 1, S. 16; Fig. 2, S. 213; Fig. 3, S. 224; Fig. 4, S. 402 u. 404, Fig. 5, S. 412.

Taf. V. — Töpler, Fig. 1, S. 112 u. 116; Fig. 2, S. 118; Fig. 3, S. 122; Fig. 4, S. 124. — Töpler, Fig. 5, S. 127; Fig. 6, S. 129; Fig. 7, S. 131; Fig. 8, S. 132; Fig. 9, 10 u. 11, S. 133; Fig 12, 13 u. 14. S. 134; Fig. 15, S. 137; Fig. 16, S. 138; Fig. 17, S. 139.

Taf. VI. — Quincke, Fig. 1, S. 179; Fig. 2 u. 3, S. 180 u. 181; Fig. 4ª u. 4ᵇ, S. 187; Fig. 5ª u. 5ᵇ, S. 182 u. 188; Fig. 5ᶜ, S. 189; Fig. 6, S. 190. — Zoch, Fig. 7, S. 502; Fig. 8, 9 u. 10, S. 504; Fig. 11, S. 505.

Taf. VII. — Spörer, S. 269 u. ff.

Taf. VIII. — Neumann, Fig. 1, S. 307; Fig. 2 u. 3, S. 308. — Rammelsberg, Fig. 4 u. 5, S. 444. — Rammelsberg, Fig. 6 u. 7, S. 311; Fig. 8 u. 9, S. 316; Fig. 10, 11, 12 u. 13, S. 317; Fig. 14, S. 321. — Weisbach, Fig. 15, 16ª u. 16ᵇ, S. 436. — Brezina, Fig. 17, S. 447; Fig. 18, S. 448; Fig. 19, S. 449.

Taf. IX. — Roscoe u. Baxendell, Fig. 1 u. 2, S. 296. — Matthiessen, Fig 3, 4 u. 5, S. 514; Fig. 6, S. 515; Fig. 7, S. 521; Fig. 8, S. 522; Fig. 9 u. 10, S 523. — Müller, Fig. 12, S. 335. — Cook, Fig. 13, 14, 15 u. 16, S. 299.

Taf. X. — Kundt, Fig. 1, S. 339; Fig. 2, S. 340; Fig. 3, S. 345; Fig. 4 u. 5, S. 347. — Fig. 6, S. 618; Fig. 7, S. 617, Fig. 8, S. 610; Fig. 9ª, 9ᵇ u. 9ᶜ, S. 611; Fig. 10, S. 620; Fig. 11, S. 617; Fig. 12, S. 621; Fig. 13, S. 614 u. 617.

Taf. XI. — Quincke, Fig. 1 u. 2, S. 369; Fig. 3 u. 4, S. 374; Fig. 5 u. 6, S. 377; Fig. 7 u. 8, S. 380; Fig. 9, 10, 11 u. 12; S. 384; Fig. 13, S. 370; Fig. 14, S 380; Fig. 15, S. 393 u. 558; Fig. 16 u. 17, S. 399, 552 u. 558; Fig. 18, S. 560.

Digitized by Google

Berichtigungen.

Zum Aufsatz von O. Bermann (Bd. 127).

S. 450 Z. 3 v. u. lies: eine statt: mir
S. 451 Z. 5 v. u. lies: den statt: die
S. 452 Z. 2 v. u. lies: als solche wieder statt: als wieder
S. 454 Z. 17 v. o. lies: vielmehr statt: vielleicht
S. 454 Z. 7 v. u. lies: die Vorderwand statt: der Vorderwand
S. 454 Z. 3 v. u. lies: treffende statt: treffenden

Zum Aufsatz von F. Kohlrausch (Bd. 128.)

S. 9 Z. 12 v. o. lies: $\frac{b_1}{(t+C_1)^{p_1}}$ statt: $\frac{b_1}{(t+C_1)^{p}}$
S. 217 Z. 25 v. o. lies: 729 statt: 727
S. 219 Z. 8 v. o. lies: 22°,3 statt: 17°,8
S. 401 Z. 8 v. u. lies: werde statt: wurde

Zum Aufsatz von R. Schneider (Bd. 128.)

S. 328 Z. 7 v. u. lies: Brom statt: Selen.

Zum Aufsatz von A. Kundt (Bd. 128.)

S. 341 Z. 12 v. o. lies: Kieselsäure statt: Kieselsteine

Zum Aufsatz von G. Quincke (Bd. 128.)

S. 544 Z. 7 bis 12 v. o. mufs es heifsen:

»Durch passende Stellung des Hauptschnitts des Glimmerblattes kann man die vom Metall reflectirten und dadurch elliptisch polarisirten Lichtstrahlen in linear polarisirtes Licht verwandeln, und durch eine passende Stellung des analysirenden Nicol'schen Prismas wieder auslöschen.«

Digitized by Google

1866. ANNALEN No. 5.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXXVIII.

I. *Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung; von F. Kohlrausch.*

Die folgenden Mittheilungen werden das Material enthalten, welches dem Verfasser in Betreff der elastischen Nachwirkung augenblicklich zu Gebote steht. Obwohl dieses nicht auf eine Vollständigkeit Anspruch machen kann, welche die Arbeit als ein Ganzes erscheinen läfst, so wird doch zur Orientirung über einige Punkte ein Beitrag geliefert werden, und darin mag der Wunsch des Verfassers, mit dem Vorhandenen einmal abzuschliefsen, seine Rechtfertigung finden.

Aufser einer Discussion, welche den früheren *Widerspruch* zwischen den Beobachtungen über *Ausdehnung* und *Torsion* beseitigt, wird eine Reihe von neuen Messungen an einem *tordirten Silberdraht* mitgetheilt werden, durch welche der Beweis geliefert wird, dafs die Nachwirkung, ein durchaus selbstständiger Vorgang, an Gesetzmäfsigkeit hinter keiner anderen Erscheinung zurücksteht. Es wird sich zeigen, dafs die *früher aufgestellten Gesetze* auch hier die Beobachtung mit fast vollkommener Schärfe darstellen, und dafs die *Constanten* einfachen Beziehungen folgen. Vor Allem scheint die Differentialgleichung für die Nachwirkung innerhalb gewisser Gränzen nur *eine einzige Constante* zu enthalten, welche für denselben Körper unverändert bleibt und als der *Coëfficient der Nachwirkung* bezeichnet werden kann.

Indem sodann die Abhängigkeit der Nachwirkung von *Gröfse und Zeit der vorausgegangenen Verschiebung gesucht*

Digitized by

wird, findet sich ein Mittel wenigstens angestrebt, die Gesetze *praktisch* zu verwerthen, und an solchen Beobachtungen, welche als Zweck oder Hülfsmittel die Elasticität enthalten, die zum Theil erheblichen Correctionen der Nachwirkung anzubringen.

Endlich enthält die Arbeit eine Reihe von Messungen über den überraschend grofsen Einfluſs der *Temperatur*, welcher vielleicht mit der Zeit den Weg zur Erklärung des merkwürdigen Vorganges zeigen kann. Man wird durch die Beobachtung zu der Annahme geführt, dafs die Wärme den einzigen Grund der Nachwirkung bildet; und da kein anderer rein mechanischer Molecularvorgang einen so grofsen Einfluſs der Temperatur erkennen läſst, während eine Aenderung des Aggregatzustandes noch weit entfernt ist, so dürfte unter einer geschickten Behandlung aus der Gesetzmäſsigkeit dieses Einflusses umgekehrt ein Beitrag zu der näheren Kenntniſs derjenigen Molecularbewegung, welche die Wärme bedingt, zu gewinnen seyn.

Dafs bei einer Untersuchung, welche sich mit wenigen Anhaltspunkten ganz auf den empirischen Boden stellen muſs, manche Methode hinterher unsystematisch erscheint, dafs das Resultat mit der Mühe und Zeit, welche die meistens einförmigen Beobachtungen und Rechnungen in Anspruch genommen haben, nicht im Verhältniſs steht, wird gern zugestanden. Indessen verdient ein so allgemeiner, theoretisch und praktisch wichtiger Vorgang wie die elastische Nachwirkung, wohl einige darauf verwendete Mühe, und für künftige Arbeiten wird einer oder der andere Anhaltspunkt durch dieselbe erreicht seyn.

Unter den nächsten Gesichtspunkten der Untersuchung ist zuerst als rein theoretisch hervorzuheben die Erweiterung unserer Kenntnisse über die *Molecularvorgänge in einem festen Körper*, von denen der *Widerstand* der Molecüle gegen die Bewegung oder gegen einen gewissen Theil der Bewegung ein wesentliches Glied zu bilden scheint. Gestaltsveränderungen elastischer Körper sind unvermeidlich mit dem Auftreten dieses Widerstandes verbunden;

Digitized by Google

er selbst steht umgekehrt in einer innigen Beziehung zu den molecularen Wärmevorgängen oder, vom Standpunkt der mechanischen Wärmetheorie aus, zu den Molecularbewegungen. Eine Reihe von *elektrischen* Erscheinungen in Isolatoren, unter Anderem den elektrischen Rückstand auf die Nachwirkung zurückzuführen, darf zum Mindesten noch nicht aufgegeben werden. Dafs manche *magnetische* Vorgänge mit ihr zusammenhängen, ist, wie Wiedemann bemerkt [1]), nach der gebräuchlichen Theorie des Magnetismus mit Sicherheit zu erwarten. Besteht die Magnetisirung aus einer Drehung der Molecüle, so mufs der Widerstand, welcher gerade der Drehung sich entgegensetzt, für die Herstellung des wahren Gleichgewichtes eine gewisse Zeit nothwendig machen. Das Maximum des magnetischen Moments wird von einer bestimmten Kraft nicht sofort hergestellt, und ebenso verschwindet auch im weichen Eisen der Magnetismus erst mit der Zeit. Hiernach werden die gebräuchlichen Gesetze über Magnetismus und Scheidungskraft gerade wie das gewöhnliche Elasticitätsgesetz, eine Modification erfahren müssen, so oft man, wie häufig vorkommt, eine andere als die Zeit des wirklich erreichten Gleichgewichtes vor sich hat. Die Uebereinstimmung dieser Modification mit den Gesetzen der elastischen Nachwirkung aber kann umgekehrt als der beste Prüfstein für die Drehungshypothese benutzt werden [2]).

Dafs auch praktisch für einen grofsen Theil der elektromagnetischen und magnetelektrischen Apparate die ganze oder theilweise Zurückführung der hierher gehörigen magnetischen Vorgänge auf mechanische von Wichtigkeit seyn kann, braucht nicht hervorgehoben zu werden. Als passenden Namen dürfte sich für das allmähliche Anwachsen

1) Diese Annalen Bd. 126 S. 1.

2) Einige schon früher vom Verfasser angestellte Versuche in dieser Beziehung haben allerdings eine solche Aehnlichkeit erkennen lassen, sind aber zu sehr provisorischer Natur, um das Gesetz daraus abzuleiten oder nur um sie hier mitzutheilen. Sonstige Messungen, welche das Anwachsen und Verschwinden des Magnetismus in *gröfseren Zeiträumen* zum Gegenstand haben, sind mir nicht bekannt.

Digitized by Go

und Verschwinden des Magnetismus der Ausdruck *magnetische Nachwirkung* empfehlen, sowie eventuell für die Vorgänge des elektrischen Rückstandes die Bezeichnung der *elektrischen Nachwirkung in Isolatoren.*

Aufserdem aber ist die Kenntnifs der elastischen Nachwirkung wichtig für die vollständige Lehre von den *Bewegungen fester elastischer Körper*[1]). Damit diese aber in aller Ausführlichkeit entwickelt werden könne, also damit so, wie für die Schallwellen in der Luft, die bei der Verdichtung frei werdende Wärme in Rechnung gezogen worden ist, die Differentialgleichung schwingender Bewegungen von festen Körpern unter Berücksichtigung der Nachwirkung aufgestellt werden könne, genügt das bis jetzt Bekannte in keiner Weise. Erstlich bedarf es noch solcher Beobachtungen, welche die allgemeine Geltung der bis jetzt an einzelnen Substanzen (Cocon, Glas und Messingdraht) gefundenen Gesetze nachweisen und die Werthe der Constanten für andere Körper bestimmen. Sodann aber ist auch für einen einzelnen Körper die Beobachtung noch niemals so weit vervollständigt, dafs man sein Verhalten allgemein voraussagen könnte. Diese Kenntnifs der Gesetze zu beschaffen ist demnach eine Aufgabe der Beobachtung, weil voraussichtlich als der einzig mögliche Weg der empirische eingeschlagen werden mufs; und dazu beizutragen ist der Zweck der vorliegenden Messungen.

Die letzteren fallen nun offenbar unter zwei Gesichtspunkte, da zwei Gröfsen vorhanden sind, welche man der Beobachtung unterwerfen kann, nämlich *Gestalt* und *Kraft*; bei der Ausdehnung also Verlängerung und Spannung, bei der Torsion Winkel und Drehungsmoment. Die Nachwirkung tritt natürlich nur dann ein, wenn die Theilchen eine moleculare Bewegung ausführen müssen, also nach einer primären Verschiebung. Sonach stehen drei Variabele, *Gestalt, Kraft* und die *Zeit, von der Aenderung an gerech-*

1) W. Weber, *Comm. Soc. Gott. Vol. VIII, p.* 80. — Diese Ann. Bd. 54, S. 2.

Digitized by Google

ist, im Zusammenhang, und vorläufig, wo es sich um die Feststellung der ersten Gesetze handelt, muſs als rathsam erachtet werden, die Vorgänge, so weit thunlich, dadurch zu vereinfachen, daſs man eine der beiden ersten Veränderlichen *constant* läſst, nachdem die primäre Aenderung vorgenommen ist. Die andere wird beobachtet, und in ihrer Abhängigkeit von der Zeit und von der vorausgehenden Aenderung zu bestimmen gesucht.

Man muſs ferner einen Unterschied in der Beobachtungsweise statuiren, je nachdem man entweder die Theile nach jeder Verschiebung *ganz zur Ruhe kommen* läſst, oder nicht. Beispielsweise kann man die Spannung eines Drahtes, welche so lange bestanden hat, daſs der Gleichgewichtszustand vollständig hergestellt ist, mit einer anderen vertauschen, sie etwa vermehren und die allmähliche Längenänderung so lange beobachten, bis wiederum die wahre Ruhelage erreicht ist. Für die nachkommende Verlängerung ergiebt sich dann ein Gesetz, welches auſser der Zeit als Variabeln den Zuwachs der Spannung als Constante enthält. In dieser Weise sind Weber's Messungen am Coconfaden angestellt. Oder aber, man wartet nicht stets bis zu dem vollkommenen Gleichgewicht; man läſst z. B. einen Zuwachs der Spannung oder eine Verlängerung während einer *gemessenen Zeit* bestehen und beobachtet nach deren Aufhebung den allmählichen Rückgang in die alte Lage. Diese Nachwirkung ist abhängig von der vorausgegangenen Aenderung, sowohl nach deren Gröſse als auch nach der Zeit, während welcher sie bestanden hat.

Beobachtungen in einer oder der anderen Weise angestellt haben ihre Berechtigung; beide können theoretisch und praktisch von Wichtigkeit seyn. Beide werden z. B. zur Lösung der Aufgabe beitragen müssen, bei den Schwingungen eines elastischen Körpers die Nachwirkung in Rechnung zu ziehen. Wenn auch die vollständige Kenntniſs der Gesetze für den Fall, daſs, wie hier, Gestalt *und* Kraft veränderlich sind, schwierig zu erreichen seyn wird, so kann man doch mit der Einführung von Mittelwerthen als

Digitized by Google

Correction die Abweichungen erster Ordnung von den gewöhnlich angenommenen Gesetzen bestimmen und wird sich um so mehr damit begnügen, als die vollständige Integration der Differentialgleichung, in welcher die Nachwirkung ausführlich angebracht wäre, voraussichtlich nicht möglich seyn wird.

Zu den Beobachtungen der ersteren Art gehört ein Theil einer früheren Arbeit des Verfassers, nämlich die Beobachtung über die Aenderung des Torsionsmomentes bei constantem Torsionswinkel. Zu den anderen sind zu rechnen diejenigen, bei denen ein Glasfaden um einen gewissen Winkel eine Zeit lang tordirt gewesen war, und darauf das asymptotisch abnehmende Drehungsmoment gemessen wurde, welches der Faden in der wahren Ruhelage ausübt; oder umgekehrt, wo nach Aufheben der Torsion die temporäre Ruhelage bestimmt wurde, wenn keine äufsere Kraft mehr einwirkte [1]).

Auch die jetzigen Mittheilungen beziehen sich auf die *Torsion*, weil diese ohne jede Reibung eine empfindliche Ablesungsmethode ermöglicht, welche für die Ausdehnung nur durch complicirte Apparate zu erreichen ist; weil sodann die lästige Temperaturcorrection, die bei gespannten Drähten den Betrag der Nachwirkung übersteigen kann, vermieden wird.

Will man nun die Theilchen nach jeder Verschiebung ganz zur Ruhe kommen lassen, so wird ein grofser Zeitaufwand erfordert, weil bis zu diesem Punkte, wie sich zeigen wird, oft Monate verstreichen. Daher ist vorläufig von solchen Versuchen Abstand genommen, und man findet im experimentellen Theile der Arbeit nur die Frage behandelt: wie verhält sich der temporäre Abstand von der wahren Ruhelage, welcher nach einer Verschiebung zurückbleibt, zu deren Zeit und Gröfse sowie zu der Zeit nach dem Aufheben. Bei den Messungen wird ausreichende Gelegenheit gegeben werden, die Gültigkeit der allgemeinen Formeln darzuthun, und zwar für die theoretisch wichtigste

1) Diese Ann. Bd. 119, S. 337.

Digitized by Google

Lage der Theile, in welcher nämlich die äufseren Kräfte gleich Null sind.

Durch einige einfache Gesetze, die sich zu ergeben scheinen, wird auch die praktisch vorkommende Aufgabe erleichtert, von der scheinbaren Ruhelage, welche durch die vorausgehende Gestaltsänderung beeinflufst ist, auf die wahre Ruhelage zurückzuschliefsen, eine Forderung, deren Auftreten, z. B. bei dem Gebrauch der Torsionswaage, bereits manchen Beobachter in Verlegenheit gesetzt haben mag. Ohne die Berücksichtigung dieser Correction lassen sich Fehlerquellen von allerdings wechselndem, aber gewifs oft erheblichem Betrage nicht vermeiden.

Endlich aber eignet sich die erwähnte Beobachtungsweise, weil man die Messungen unter sonst gleichen Umständen *wiederholen* kann, zur Feststellung von anderen Einflüssen. Im 6. Abschnitt wird hiernach der Zusammenhang zwischen Nachwirkung und Temperatur dargelegt werden.

Die unmittelbaren Resultate bestehen der Natur der Sache gemäfs aus *einzelnen Zahlenreihen*, welche in ganzer Ausführlichkeit wiederzugeben allerdings der Raum verbietet. Allein die Mittheilung bis zu einer gewissen Vollständigkeit erscheint durch die hypothetische Natur der allgemeineren Folgerungen geboten, damit die letzteren controlirt und eventuell verbessert werden können.

I. Ueber das Grundgesetz der elastischen Nachwirkung. Vergleich der Beobachtungen über Ausdehnung und Torsion.

In dem früheren Aufsatze wurden die Beobachtungen durch eine *Exponentialgleichung* dargestellt, welche in keinem Falle die Uebereinstimmung vermissen liefs. Ueber ihre Bedeutung und Ableitung mögen hier noch einige ergänzende Bemerkungen folgen [1]).

1) Vergl. diese Ann. B. 119, S. 350. — Der Hr. Berichterstatter in den Fortschritten der Physik (1863, S. 50) wird verzeihen, wenn ich den von ihm gebrauchten Ausdruck, dafs die Coëfficienten der Formel für

Digitized by Google

Das Grundgesetz der Elasticitätslehre sagt, dafs die Theilchen eines vollkommen elastischen Körpers für bestimmte äufsere Kräfte nur eine einzige Stellung haben, in welcher die auf das einzelne Molecül ausgeübten Kräfte sich aufheben; wir nennen sie die *wahre Ruhelage* oder die *Gleichgewichtslage*. Die Kraft, mit welcher die Theilchen nach dieser hin getrieben werden, ist der Entfernung aus derselben proportional. Dieses Gesetz bleibt freilich bestehen, aber das Factum der Nachwirkung zeigt, dafs die Molecüle der Bewegung, oder wohl besser einem Theile der letzteren, einen *Widerstand* entgegenstellen, dessen vorläufig unbekannte Natur aus den empirischen Daten erforscht werden mufs. Durch Probiren mufs man in die Gleichung, welche die Bewegung darstellt, den Widerstand unter einer Form einführen, welche den Beobachtungen entspricht.

Allen sonstigen Bewegungen liegt das *Trägheitsgesetz* zu Grunde und spricht sich darin aus, dafs man in der Mechanik von dem zweiten Differentialquotienten ausgeht. Bei der Ableitung unserer Gesetze aber ist diefs nicht geschehen und zwar aus einem einfachen Grunde. Die Bewegungen stehen wegen ihrer Langsamkeit in keinem Verhältnifs zu den sonst vorkommenden. Wenn, wie sich später zeigen wird, zu einem Wege von einem kleinen Bruchtheil des Millimeters Zeiträume von vielen Tagen, etwa von einem Vierteljahr erfordert werden, wenn es ferner offenbar gleichgültig ist, ob man an den tordirten Draht eine kleinere oder gröfsere Last hängt, welche überdiefs die Masse des gesammten Drahtes weit übersteigt, so mufs man von der Trägheit im gewöhnlichen Sinne ganz absehen. Der Widerstand überwiegt, wie bei einem schweren Körper, welcher in eine dickflüssige Masse einsinkt, die Trägheit in dem Maafse, dafs die Geschwindigkeit in jedem Punkte von der in einem endlichen Abstande vorausgehen-

jeden bestimmten tordirten Körper constant seyen, dahin berichtige, dafs diefs nur für den Exponenten m gültig ist. Mifsverständnisse können freilich kaum dadurch entstehen, da man leicht sieht, dafs die Constanz *aller* Coëfficienten denselben Torsionswinkel voraussetzen würde.

Digitized by Google

den unabhängig ist. Deswegen genügt es, für den *ersten Differentialquotienten* eine Gleichung aufzustellen.

Ueber deren Form ist *a priori* nicht viel zu sagen. Weber setzte die Geschwindigkeit in jeder Lage einer *Potenz des Abstandes* von der Gleichgewichtslage proportional. Will man hierin Kraft und Widerstand unterscheiden, setzt man ferner die erstere dem Abstand proportional, und nimmt an, dafs der Widerstand als Nenner auftritt, so folgt auch für letzteren eine Potenz des Abstandes.

Die Differentialformel mit ihrem Integral ist somit

$$\text{(I)} \quad \ldots \quad -\frac{dx}{dt} = b \,.\, x^p$$

$$x = [b(p-1)]^{\frac{1}{1-p}} \, (t + C_1)^{\frac{1}{1-p}} = \frac{b_1}{(t+C_1)^p}$$

indem $p > 1$ seyn mufs.

Diese Formel zeigt eine ausgezeichnete Uebereinstimmung mit den Messungen, welche Weber über die Ausdehnung des Coconfadens angestellt hat [1]); unter den Beobachtungen des Verfassers über die Torsion genügte sie nur einem kleinen Theile [2]).

Führt man dagegen die *Zeit nach der primären Kraft- oder Gestaltsänderung* in den Widerstand ein, so ergiebt sich ein Ausdruck, dessen Integral allgemein auf die in dem vorigen Aufsatze enthaltenen Beobachtungen angewandt werden konnte, nämlich

$$\text{(II)} \quad \ldots \quad -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n}$$

$$x = C \,.\, e^{-\frac{\alpha}{1-n} t^{1-n}} = C \,.\, e^{-\alpha t^m}$$

C, a und m liefsen sich stets so bestimmen, dafs der Beobachtung bis zu einer recht guten Uebereinstimmung entsprochen wurde.

Die mitzutheilenden Versuchsreihen kommen im Wesentlichen auf die Verhältnisse hinaus, welche den Tabellen IX und X des früheren Aufsatzes zu Grunde liegen.

1) W. Weber, diese Annalen Bd. 54, S. 12.

2) Diese Annalen Bd. 119, S. 349 ff.

Gerade hier aber liefsen sich *beide Formeln* anwenden mit theilweise fast vollommener Uebereinstimmung. Die Integrationsconstante in (I) wurde gleich Null gefunden, so dafs der einfache Ausdruck entsteht

$$x = \frac{b_1}{t^{P_1}}.$$

Die Anwendbarkeit beider auf den ersten Blick so verschiedener Formeln konnte auffällig erscheinen; allein es läfst sich zeigen, dafs sie, *sobald* $C_1 = 0$ *wird*, nicht mehr neben einander stehen, sondern dafs hiermit (I) *ein specieller Fall von der Exponentialformel* wird, wenn nämlich in der letzteren $m = 0$ ist. Dann müssen C und a beide unendlich werden, damit x überhaupt noch veränderlich ist, und es läfst sich zeigen, dafs der Ausdruck in den einfacheren mit der Potenz von t im Nenner übergeht. In der That war $m = 0{,}017$ und a sowie C eine grofse Zahl.

Der Uebergang läfst sich wie gesagt leicht nachweisen, wenn man die bei dem Nullsetzen von m auftretenden Ausdrücke $\frac{0}{0}$ oder $0 . \infty$ näher betrachtet. Aber einfacher ergiebt er sich daraus, dafs ja auch die *Differentialformel* (I) ein specieller Fall von (II) wird. Denn man kann sie schreiben

$$-\frac{dx}{dt} = b x . x^{p-1} = \frac{1}{p-1}\,\frac{x}{t}$$

wenn man für das eine x den Integralwerth einführt. Setzt man nun $\frac{1}{p-1} = \alpha$, so erhält man die Formel

(III) . . . $-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t}$ $\qquad x = \frac{c}{t^{\alpha}}$.

Und dieſs ist die Formel (II), sobald man in letzterer $n = 1$ (oder $m = 0$) setzt.

Wenn nun, wie gleich gezeigt werden soll, auch Weber's Messungen sich unter einer sehr plausibelen Annahme hierauf zurückführen lassen, so dürfte die Formel (II) das gültige Naturgesetz vorläufig am wahrscheinlichsten darstellen, denn alle bisher bekannten Beobachtungen sind durch dasselbe wiederzugeben.

Digitized by Google

Weber's Messungen fallen aber unter die Form (III), sobald man die Integrationsconstanten C_1 näher betrachtet. Die Anspannung des Fadens nämlich sowie das Nachlassen der Spannung sind hier nicht momentan oder in sehr kurzer Zeit erfolgt, sondern durch allmähliches Drehen einer Schraube. Welcher Zeitraum hierbei verstrichen ist, und welcher Einfluſs daraus folgen muſs, läſst sich nicht genau angeben. Auf S. 15 des 54. Bandes wird bemerkt, Abspannung und Anspannung haben 6 bis 10 Minuten Zeit erfordert, wo offenbar die erste Gröſse für die Abspannung, die zweite für die Anspannung gültig ist [1]). Hiernach harmoniren die Constanten 1',1816 und 4',7318, noch mehr aber die anstatt der letzteren alsbald mitzutheilende ungefähr mit dem Einfluſs der langsamen Drehung. Sie würden gleich Null geworden seyn, wenn nicht die erste Ablesung willkürlich (und nach Weber's Hypothese auch indifferent) zum Anfangspunkt der Zeitrechnung gewählt wäre.

Sobald nun $C_1 = 0$ wird, kommen nach der früheren Bemerkung auch diese Beobachtungen über die Ausdehnung zunächst auf (III) und damit auf das allgemeine Gesetz (II) hinaus.

Aber ganz abgesehen davon, daſs alle Beobachtungen hierdurch auf *ein* Gesetz zurückgeführt werden, wird man dem Ausdruck (III) schon deswegen den Vorzug vor (I) geben, weil er mit *einer Constante* ausreicht. Erst bei dem Integriren tritt die zweite auf, während die Integrationsconstante von (I) Null wurde und eben dadurch zeigt, daſs der Anfangspunkt der Veränderung auch für die Differentialvorgänge eine besondere Bedeutung hat [2]).

Es ist bereits auf Grund der früheren Beobachtungen über die Torsion darauf hingewiesen, daſs die Geschwindigkeit der Aenderung *nicht ausschlieſslich von dem Abstande der Molecüle aus der Gleichgewichtslage abhängt,*

1) *Cf. Comm. Soc. Gott. VIII p.* 66.

2) Auch die Formel $-\frac{dx}{dt} = a \cdot t^n$ führt, wenn die Integrationsconstante gleich Null gesetzt wird, auf dasselbe Integral wie (III).

Digitized by

dafs sie nicht für jeden Körper eine bestimmte Function dieses Abstandes ist. Wenn man auf einen Faden eine Torsion von 90° einmal während einer, ein anderes Mal während zweier Minuten hat wirken lassen, so besteht (nach S. 360 Bd. 119) dieselbe Abweichung vom Gleichgewicht im ersten Falle 1′, im andern 18′ nach dem Aufhören der Kraft. Von dieser Stellung an aber erfolgt eine weitere Bewegung um die Hälfte des erwähnten Abstandes bei beiden Versuchen in sehr verschiedenen Zeiträumen, nämlich in 50, resp. 200 Minuten.

Diesem gegenüber scheint freilich bei der *Ausdehnung* der Umstand zu stehen, dafs beide Tabellen I. und II. [1]) von Weber unter der Voraussetzung berechnet sind, die betreffenden Curven seyen von gewissen Punkten an *congruent*, obwohl die Aenderung in der Spannung bei I. gröfser ist als bei II. Indessen sieht man leicht, dafs man der Tabelle II. durch Rechnung weit besser entspricht, wenn die Curve der von I. nur als ähnlich betrachtet wird.

Weber nämlich setzt:

in I. $e = 206{,}67 - 137{,}97\,(t + 1{,}1816)^{-0{,}17192}$.

In II werden der Congruenz wegen die Constanten 137,97 und 0,17192 unverändert beibehalten, und es ist

$$e = 357 + 137{,}97\,(t + 4{,}7318)^{-0{,}17192}.$$

Die Uebereinstimmung der hiernach berechneten Werthe mit der Beobachtung ist jedoch keineswegs zu vergleichen mit der fast vollkommenen Congruenz bei Tabelle I (würde wahrscheinlich noch unvollkommener ausfallen, wenn die primären Veränderungen, welche etwa das Verhältnifs 3 : 5 haben, ungleicher wären), und es ist leicht zu zeigen, dafs unter der veränderten Voraussetzung, die Curven seyen einander *ähnlich*, das Resultat sich günstiger stellt. Geht man nämlich, da die wahre Gleichgewichtslage nicht beobachtet ist, von dem letzten Werth in I. und dem entsprechenden in II. rückwärts, so findet sich die Proportionalität der Differenzen x und y augenscheinlich. Die letzte Zeit in I. ist 1233′,47; x und y sey der Abstand der Elongation

1) Diese Annalen Bd. 54, S. 5 und 7.

Digitized by Google

zur Zeit der Columne 1 von derjenigen zur Zeit 1233',47, die 4. Reihe giebt das Verhältniſs $\frac{y}{x}$. So hat man

Zeit	x	y	$\frac{y}{x}$
1233',47	0,00	0,00	
477,47	7,08	5,65	0,798
342,47	9,90	8,36	0,845
261,47	12,14	10,49	0,864
180,47	16,08	13,50	0,840
99,47	21,57	18,43	0,854
48,47	29,51	25,33	0,858
20,47	40,62	34,93	0,860
10,47	49,89	42,97	0,861
5,47	59,43	51,36	0,864
3,47	66,07	57,80	0,875
1,91	73,28	68,40	0,933

Die Constanz des Verhältnisses ist nur bei dem ersten Werth, wo ein Beobachtungsfehler den gröfsten Einfluſs hat, und bei dem letzten, wo das verschieden rasche Drehen der Schraube die Abweichung in dem *beobachteten* Sinne *erwarten läfst*, beeinträchtigt. In sofern aus dem letzteren Grunde auch der Nullpunkt der Zeit nicht bekannt ist, war an den Zeiten von II. eine Constante anzubringen. Sie ist = 1',91 angenommen, d. h. in den Weber'schen Tabellen entspricht hiernach der Zeit 0 in II. die Zeit 1',91 in I. Hiermit steht ungefähr der Einfluſs, welchen das verschieden rasche Drehen haben dürfte (der halbe Unterschied dieser Dauer), in Einklang.

Noch evidenter wird die Porportionalität, wenn man wirklich die Constanten für II. danach bestimmt und die Rechnung mit der Beobachtung vergleicht. Der Exponent p_1 ist nunmehr die einzige Constante, welche unverändert bleibt, und man erhält:

$$e = 365{,}28 + 120{,}27\,(t + 2{,}82)^{-0{,}17192}.$$

Hiernach ist die dritte Reihe von Tabelle I. berechnet, während die vierte die entsprechenden Werthe mit Weber's Constanten enthält. In 5. und 6. sind die entsprechenden Differenzen angegeben.

Digitized by Google

Tabelle I.

Zeit	e beobacht.	e berechn. I	e berechn. II.	Δ_1	Δ_2
0,00	469,80	465,93	462,62	— 3,87	— 7,18
0,78	463,34	461,80	459,88	— 1,54	— 3,46
1,78	458,00	457,81	456,95	— 0,19	— 1,05
3,78	452,23	452,24	452,46	+ 0,01	+ 0,23
5,78	448,27	448,30	449,07	+ 0,03	+ 0,80
10,78	442,02	442,09	442,85	+ 0,07	+ 0,83
20,78	435,02	435,14	436,06	+ 0,12	+ 1,04
30,78	431,01	431,02	431,70	+ 0,01	+ 0,69
60,78	424,16	424,19	424,22	+ 0,03	+ 0,06
120,78	417,90	417,82	417,11	— 0,08	— 0,79
315,78	410,22	409,94	408,17	— 0,28	— 2,05
396,78	408,23	408,22	406,23	— 0,01	— 2,00
801,78	404,07	403,36	400,66	— 0,71	— 3,41
1287,78	401,14	400,40	397,26	— 0,74	— 3,88
2168,78	396,93	397,39	393,82	+ 0,46	— 3,11

Bis auf die ersten beiden Werthe, wo die Verschiedenheit des Drehens in Frage kommt, ist die Uebereinstimmung der neuen Rechnung ebenso gut wie die von Tabelle I. bei Weber[1]). Schliefst man diese beiden aus, so ist der *wahrscheinliche Fehler* nach der neuen Berechnungsweise 0,2, dagegen nach der alten 1,2 Scalentheile; wobei noch zu bemerken, dafs die Constantenbestimmung nicht nach kleinsten Quadraten ausgeführt ist, sondern mit *drei einzelnen Werthen.* Die Vortrefflichkeit der Beobachtung wird dadurch in helles Licht gesetzt.

Somit dürfte der frühere Widerspruch zwischen den Beobachtungen über Torsion und Ausdehnung beseitigt seyn, indem nachgewiesen ist, dafs auch bei der Ausdehnung des Seidenfadens die Bewegung nach der Ruhelage hin nicht nur von dem jederzeitigen Abstande abhängt, sondern auch von der Zeit, während welcher die Bewegung schon gedauert hat. Diese Zeit tritt hier einfach als Nenner in der Gleichung für die Geschwindigkeit auf.

Bei dieser Gelegenheit verdient übrigens hervorgehoben zu werden, dafs die Constanten 137,97 und 120,27, welche die Gröfse der Nachwirkung darstellen, sich *nicht*

1) Bd. 54, S. 12.

verhalten wie die gesammten Ausdehnungen. Vielleicht ist diese Abweichung in der Natur der Sache begründet, vielleicht aber durch Verschiedenheit der Temperatur oder einen anderen äufseren Grund bedingt. Die Frage, welchen Einfluſs die allmähliche, der Bewegung proportionale Spannungsänderung haben muſs, läſst sich nach unserer zu Grunde gelegten Differentialformel nicht so einfach übersehen [1]). Vorläufig werde deswegen nur hervorgehoben, daſs durch diese eigenthümlichen Verhältnisse die Grundgesetze nicht geändert zu werden scheinen.

Leitet man die Integralformel aus der Differentialformel (III) ab, so bemerkt man, wie die einzige in der letzteren vorkommende Constante α den Exponent 0,17192 bezeichnet. Sie wird für den untersuchten Körper eine besondere Bedeutung haben, und man kann sie füglich als den *Coëfficient der elastischen Nachwirkung* bezeichnen. Soeben wurde gezeigt, wie diese Zahl für zwei Versuche mit dem Coconfaden, den einen bei *Anspannung* desselben, den andern bei *Abspannung* um eine *andere* Gröſse, denselben Werth erhält. Es ist kaum zu viel gesagt, wenn man annimmt, *daſs sie für eine jede Spannungsänderung diesen Werth haben würde.*

Ebenfalls ist für die *Torsion* eines *Messingdrahtes* früher der Exponent in mehreren Versuchen gleich gefunden und wird im Folgenden für eine grofse Zahl von ähnlichen Versuchen mit einem *Silberdraht* überall denselben Werth zeigen.

Aufserdem ist leicht einzusehen, wie von der *Länge* des Drahtes dieser Werth *unabhängig* ist, denn eine andere Länge wird allerdings eine andere, aber eine ähnliche Curve für die Nachwirkung ergeben. Man braucht also *keine Reduction* auf eine Längeneinheit vorzunehmen. Unser Werth würde somit die Bedingungen einer *physikalischen Constante* erfüllen, indem er erstens mit den auftretenden Integrationsconstanten einen Vorgang völlig bestimmt, aufserdem aber wahrscheinlich nur von der Beschaffenheit des angewandten Körpers abhängt.

1) Diese Ann. Bd. 54, S. 16.

Digitized by Google

II. Apparate und Beobachtungsmethode.

Die Ablesungen sind natürlich mit Spiegel und Scale angestellt worden. Im Einzelnen ist über die Beobachtungsweise noch Folgendes zu bemerken.

Der Apparat, welcher den aufgehängten Draht enthält, ist von dem früheren mehr provisorischen verschieden (Bd. 119, S. 356). Er findet sich in Fig. 1 Taf. IV dargestellt.

In einen runden Holzfufs von $2^{cm},5$ Dicke und 20^{cm} Durchmesser sind drei Säulen von 22^{cm} Höhe und $2^{cm},5$ Durchmesser eingelassen, welche ein 2^{cm} dickes Brett tragen; Alles aus hartem trockenen Holz und wie man sieht ziemlich massiv. Auch ist das Ganze, um der unveränderlichen Stellung willen, sehr sorgfältig gearbeitet. In der Mitte des oberen Brettes ist eine Metallfassung mit einem etwas conischen (nach unten zulaufenden) Loch eingelassen, in welchem sich ein Zapfen dreht. An letzterem befindet sich ein starker horizontaler Zeiger, dessen Stellung auf einem Theilkreise (halbe Grade) abgelesen wird. Um nach Einwirkung der Torsion genau die vorige Stellung des Zeigers zu haben, wozu das Einstellen nach Augenmaafs nicht ausreicht, ist eine Metallklemme in passender Lage an das Brett geschraubt, an welche der Zeiger angelegt wird. Man könnte sich überzeugen, dafs der letztere bei vorsichtigem Anlegen bis auf einen Bruchtheil des Scalentheils genau dieselbe Lage hatte, indem z. B. drei Wiederholungen successiv die Einstellung des Spiegels 532,0, 2,0, 2,1, 2,2, d. h. eine Differenz von noch nicht 10 Bogensecunden ergaben.

Der zu untersuchende Draht wird mit seinem oberen Ende in eine centrale Durchbohrung des Zapfens eingekittet, mit dem unteren in einen oberen Fortsatz des Spiegelhalters. An letzterem befindet sich ferner ein horizontaler Arm, welcher in der Ruhelage frei steht, bei dem Umdrehen des Zeigers aber an einen verticalen Halter anstöfst, den man dicht neben dem Arm festgestellt hat. Dadurch wird der untere Theil des Drahtes verhindert, der Drehung zu folgen.

Digitized by Google

Zur Beruhigung der Schwankungen diente ein unten angesetztes Messingblech von 2^{cm} Durchmesser, welches in Oel tauchte. Vielleicht ist die Bemerkung von Nutzen, dafs sich hierzu auch in niederen Temperaturen (wenigstens bis zu 0° herab) reines Knochenöl empfiehlt, während das Anfangs gebrauchte Olivenöl, obwohl beste Sorte, bei + 3° offenbar dickflüssig wurde und dann eine statische Reibung zeigte [1]).

Der Apparat liefs sich natürlich durch Stellschrauben justiren und befand sich, der Luftströmungen wegen, unter einem sorgfältig verschlossenen Kasten mit Fenster aus Spiegelglas. Noch innerhalb desselben war der Spiegel auf drei Seiten gegen Strömungen geschützt und stand in der That sehr ruhig, sobald nach etwaigem Einheizen das in den Kasten gehängte Thermometer eine constante Temperatur anzeigte.

Das Ganze befand sich auf einem festen Wandstativ im dritten Stock des Senckenberg'schen Stiftungsgebäudes, eines Hauses mit sehr starken Mauern. Wenn, wie hier, viele Wagen das Pflaster passiren, so ist die Aufstellung in einem höheren Stockwerk einer solchen auf noch so gut fundamentirtem Steine vorzuziehen: die Erschütterungen

1) Bei dieser Gelegenheit mufs ich einige frühere Bemerkungen (Bd. 119, S. 256) über den Einfluss von Erschütterungen auf die Ruhelage zurücknehmen. Denn da ganz ähnliche Erscheinungen sich hier zeigten, ebenfalls mit gröfster Regelmäfsigkeit verlaufend, wenn in niederer Temperatur die Consistenz des Oeles gröfser geworden war, so ist auch wohl früher die nämliche Ursache vorhanden gewesen. Wenn ich nicht irre, bediente ich mich damals des gewöhnlichen Brennöles, dessen Beweglichkeit demnach auch in höherer Temperatur (im Sommer) nicht vollkommen zu seyn scheint. Vielleicht können ähnliche Versuche wie die a. a. O. mitgetheilten brauchbar seyn, um mit genauer bestimmten Verhältnissen, welche die Anwendung der Rechnung gestatten, manchen Aufschlufs über die *Zähigkeit von Flüssigkeiten* zu erhalten. Durch Torsion oder besser bifilare Aufhängung kann man auf eine eintauchende Platte eine beliebige Kraft wirken lassen und Messungen über dynamischen und statischen Widerstand anstellen. Ganz verständlich ist mir an der Erscheinung noch nicht, wie Erschütterungen einen so regelmäfsigen Einfluss nach derselben Seite haben können.

waren im Vergleich mit den früheren (im Göttinger physikalischen Institut) sehr gering.

Man konnte dem Draht durch Drehen des Zeigers eine beliebige Torsion mittheilen, sie eine bestimmte Zeit wirken lassen und dann aufheben. Die anfänglichen Schwankungen des Spiegels waren weit unbedeutender, als wenn, wie früher, der Spiegel gedreht und festgehalten und nach Verlauf der bestimmten Zeit losgelassen wurde. So ist diefsmal, abgesehen davon, dafs jede überflüssige Erschütterung vermieden wurde, der Fortschritt erreicht, bisweilen bereits nach 10″ eine Beobachtung zu erhalten; und die erste Zeit ist in vieler Hinsicht die wichtigste.

Um bei dem Operiren mit dem Zeiger mechanisch erregte Luftströmungen zu vermeiden, ist die Oeffnung des Deckels nicht durch eine Klappe, sondern durch einen verschiebbaren Glasdeckel zu schliefsen, welcher bei den Drehungen nur, so weit es nöthig ist, zur Seite bewegt wird.

Ich war leider in dem Falle, zum Ablesen ein Fernrohr mit Baumschraube anwenden zu müssen, welches, in das starke Stativ mit der Scale eingeschraubt, seine Zwecke beim Ablesen vollkommen erfüllte, aber bei Veränderungen der Temperatur kleine Verschiebungen zeigte, vielleicht hygroskopischen Ursprungs. Um sie zu eliminiren ist eine Mire in Form eines *festen Spiegels* an dem Wandstativ angebracht, in welcher sich die Scale gleichzeitig wie in dem beweglichen Spiegel beobachten läfst. Eine solche Vorrichtung, nach welcher die kleinen Correctionen leicht angebracht werden können, würde übrigens wegen der theilweise sehr langen Dauer einzelner Beobachtungsreihen (bis zu mehreren Monaten) in jedem Falle nothwendig gewesen seyn, weil auch ein Ablesungsfernrohr mit Stativ keine unveränderliche Axe garantirt. Sie empfiehlt sich für jede Scalenbeobachtung von längerer Dauer mehr als ein Strich an der Wand, weil letzterer einmal die doppelte Entfernung haben mufs, sodann aber nach etwaigem Anstofsen an das Fernrohr eine erneuerte Einstellung und damit Zeitaufwand verlangt.

Digitized by Google

Die Temperaturschwankungen des Fernrohrs betrugen höchstens einige Scalentheile, und zwar ziemlich regelmäfsig sowohl nach der Gröfse als nach der Richtung. Da auf 1° R. ungefähr 0,2 Scalentheile kamen, so ist an einigen, ohne festen Spiegel beobachteten Reihen, um sie zu benutzen diese Correction angebracht. Eine zweite Correction verlangten die Theilungsfehler einer Anfangs gebrauchten Scale, welche durch Vergleichung mit einem gut getheilten Meterstabe bestimmt wurden.

Die Art, wie die Torsion hervorgebracht und aufgehoben wurde, ist schon erwähnt. Nur ist noch zu bemerken, dafs um der Gleichmäfsigkeit willen, da ein momentanes Drehen unzulässig ist, die Dauer desselben stets auf 2 Secunden festgestellt wurde, und zwar so, dafs sowohl beim Tordiren wie beim Detordiren 1" vor der festgesetzten Zeit begonnen und 1" nach derselben geendigt wurde.

Eine Vorrichtung, um den Zeiger nachher festzustellen, etwa mit einer Schraube, würde zu sehr aufgehalten haben. Auch ohne eine solche zeigte der Zeiger, obwohl nach der einen Seite frei beweglich, eine sehr constante Stellung. Das Mittel aus den Aenderungen, welche sich, meistens nach dem Verlauf von Tagen, durch erneuertes Anlegen ergaben, ist kleiner als $\frac{1}{10}$ Scalentheil.

Die Ablesung selbst ist, so lange die Drehung hinreichend rasch war, also im Anfang, so vorgenommen, dafs die Zeit des Durchgangs durch einen Theilstrich oder durch die Mitte des Scalentheils notirt wurde, weil das Schätzen von Bruchtheilen ungenauer ist und eine gröfsere Anstrengung erfordert [1]).

Die Beobachtungen *in extenso* wiederzugeben, würde zu viel Raum in Anspruch nehmen, ist aber auch wegen

1) Nebenbei bemerkt, dürfte sich die elastische Nachwirkung sehr empfehlen, um die constanten Beobachtungsfehler bei diesem Schätzen kennen zu lernen oder sich abzugewöhnen. Denn die Drehung des Spiegels geht auch zu Zeiten, wo sie für die unmittelbare Anschauung verschwindet, äufserst regelmäfsig vor sich. Es ist klar, wie man hierbei die Ablesungsfehler im Mittel leicht bestimmen kann. So fand ich, dafs ich den Abstand vom nächsten Theilstrich in der Regel zu klein taxirte.

Digitized by Google

der fast ausnahmslosen vollkommenen Regelmäfsigkeit nicht nothwendig. Daher werden nur für einzelne runde Zeiten die Ablenkungen angegeben werden, und zwar der Natur der Sache nach für solche, welche Anfangs näher, später weiter auseinander liegen. Diese Ablenkungen sind *graphisch* interpolirt, wobei ein Fehler von 0,1 Scalentheil selten entstanden seyn dürfte. Aus diesem Grunde werden auch Beobachtung und Rechnung auf Hundertel des Scalentheils angegeben werden.

Die Reduction der (natürlich von der Tangente auf den Bogen corrigirten) Scalentheile auf Bogenminuten erscheint zwecklos. Die Werthe müfsten hierzu mit 0,706 multiplicirt werden. Anstatt dessen denkt man sich für den in Wirklichkeit 125^{mm} langen Draht einen gleichen von 177^{mm} Länge, die Torsionen mit 1,416 multiplicirt und darf dann, wie leicht einzusehen, die Scalentheile als Minuten nehmen.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

II. *Mineralogische Mittheilungen;* *von Prof. G. vom Rath in Bonn.*

(Fortsetzung IV.) [1])

Hierzu Taf. I.

15. Ein Beitrag zur Kenntnifs des Axinits.

Einleitung.

Das Krystallsystem des Axinits, als das ausgezeichnetste Beispiel unter den triklinoëdrischen Systemen, ist geeignet in besonders hohem Grade die Aufmerksamkeit des Krystallographen auf sich zu ziehen. Die so verschiedene Ausbildungsweise der Krystalle, namentlich derjenigen verschiedener Fundorte, verleiht den Versuchen, die Flächen

1) Diese Ann. Bd. CXXII, S. 371.

wiederzuerkennen, einen eigenthümlichen Reiz. Die tadellose Beschaffenheit der meisten Flächen erlaubt oft die genauesten Messungen, welche entscheiden könnten, in wiefern auch bei diesem unsymmetrischsten aller Systeme die Constanz der Kantenwinkel erhalten bleibt, oder nicht. Diese Messungen würden auch eine der anziehendsten Fragen der theoretischen Krystallographie zu einem gewissen Abschlusse bringen können, die Frage nämlich, ob das Axinitsystem auf genau rechtwinklige Axen bezogen werden könne, d. h. ob eine jede von drei auf einander senkrechten Coordinaten von den durch einen und denselben Punkt gelegten Axinitflächen in rationale Theile geschnitten würde. Hieran würde sich die Frage schliefsen, ob die Zonen dieses Systems ein rationales Tangenten-Verhältnifs besitzen oder nicht.

Die Mittel zu der folgenden Untersuchung, eine grofse Anzahl der ausgezeichnetsten Axinitkrystalle theils aus dem Dauphiné, theils aus Cornwall, stellte mir mit grofser Liberalität mein verehrter Schwiegervater, Geh. Rath G. Rose, zur Verfügung, wie auch Hr. Dr. Krantz die herrlichen Axinite seiner Sammlung in dankenswerther Weise mir zum Studium überliefs.

Schon De Romé de l'Isle erwähnt unseres Minerals, ohne indefs dessen eigenthümliche Natur zu erkennen. Er begreift dasselbe als *Schorl transparent lenticulaire terminé par six plans rhombes ou rhomboïdaux* [1]) unter die schlecht umgrenzte Klasse der Schörle. De l'Isle erhielt das neue Mineral durch Schreiber, Grubendirector zu Allemont en Dauphiné, im Jahre 1781, nebst der brieflichen Mittheilung: »*C'est près de la balme d'Auris en Oisan, que ces morceaux ont été trouvés dans la roche primitive feuilletée de M. de Saussure, dans des fentes ou gerçures où cette espèce de cristallisation est accompagnée de schorl vert, d'amianthe et d'asbeste.*« De l'Isle erwähnt der Streifen, womit die rhombischen oder rhomboïdischen Flächen der

1) *Cristallographie ou description des formes propres à tous les corps du regne minéral, T. II, p.* 353.

Digitized by Google

Krystalle bedeckt seyen, und hebt hervor, dafs dieselben auf zwei Flächen eine parallele Richtung hätten, welche aber normal gegen den Lauf der Streifen auf der dritten Fläche stände.

Haüy [1]) unterschied den Axinit als eine besondere Gattung, der er von ihrer eigenthümlichen Zuschärfung »unten an der Facette *s*" den Namen gab und ordnete sie neben den Turmalin, wenngleich er weder in dem einen noch in dem andern Mineral den Gehalt an Borsäure kannte. Folgende Flächen werden von ihm aufgeführt: *P*, *r*, *u*, *s*, *x*, *l*, *z*, *o*, denen er in der zweiten Auflage seines Werks noch die Fläche *M* [entsprechend unserem *m*] hinzugefügt zu haben scheint. Die Bestimmung der Grundform ist bei Haüy offenbar irrig, was bereits durch Neumann ausgesprochen wurde. Dem scharfsinnigen Begründer der Krystallographie ist hier irgend ein Irrthum widerfahren, dessen Ursprung jetzt schwierig sich möchte auffinden lassen. Die Angabe der Winkel weicht zum Theil so sehr von der Wahrheit ab, dafs man nicht sowohl auf ungenaue Messungen als vielmehr auf Verwechselungen der Winkel schliefsen mufs. Als Fundorte des Axinits führt Haüy aufser dem Dauphiné noch auf: Barège in den Pyrenäen, Alençon, Thum in Sachsen, Kongsberg in Norwegen; und schliefst die Betrachtung dieses Minerals mit den Worten: »Kein Mineral hat sich der Anwendung der Krystallisationsgesetze länger widersetzt, als der Axinit. Die Schwierigkeit, die Richtung der Blätterdurchgänge aufzufinden; die zahlreichen Streifen, womit die meisten Krystalle beladen sind; die kleinen Biegungen, wovon selbst die vollkommensten Flächen selten ganz frei sind; endlich die Beschaffenheit der Kerngestalt, die ich mit der Theorie nur dann vereinbaren konnte, wenn ich annahm, dafs die Seiten der Grundflächen ungleich wären; alles diefs kommt zusammen, um ein so verwickeltes Problem zu bilden, das, auch auf tausendfache Weise gewendet, dennoch den Geist mit den Resultaten nicht völlig

1) Lehrbuch der Mineralogie, übers. von Karsten und Weifs, Bd. III, S. 25. (1806.)

Digitized by Google

befriedigt läfst«. Haüy stellte den Axinit in der Weise, dafs r und u ein verticales rhomboïdisches Prisma, P eine steilgeneigte vordere doppeltschiefe Endfläche wurde.

Das gröfste Verdienst um die Kenntnifs des Axinitsystems erwarb sich F. E. Neumann (1825) durch seinen, im IV. Bd. dieser Ann. veröffentlichten, für die gesammte Krystallographie wichtigen Aufsatz »über das Krystallsystem des Axinits«. Eine ansehnliche Zahl neuer Flächen wurden hier durch Ermittelung ihrer Zonen bestimmt, nämlich v, y, w, σ [i], r' [e], n, c und m [q]. Neumann's Zusammenstellung weist siebzehn Flächen auf, sämmtlich durch Zonen unter einander verbunden. Er mafs an ein und demselben Krystall sieben Winkel, von den fünf der Rechnung zu Grunde gelegt wurden. Obgleich Neumann nur mit einem gewöhnlichen Reflexionsgoniometer seine Messungen anstellte, so glaubte er dennoch, dafs die Fehlergränzen innerhalb 1 Min. lägen. Um so bemerkenswerther ist Neumann's Ansicht, »dafs mit dem äufsersten Grade von Unsymmetrie, in welchem Systeme wie dasjenige des Axinits erscheinen, zugleich die Beständigkeit derselben Winkel an verschiedenen Krystallen ihr Minimum erreicht, denn die Unterschiede, die ich in denselben Neigungen an verschiedenen Krystallen hier gefunden, erreichen 16 Minuten.« Obgleich mehr als 40 Jahre seit dieser Aeufserung verstrichen sind, so hat sie doch nicht in dem Maafse die Aufmerksamkeit auf sich gezogen, dafs sie durch neue Messungen bestätigt oder widerlegt worden wäre. Neumann veranschaulicht die Lage jener 17 Flächen durch die von ihm ersonnene Methode der Kugelprojection, welche mehrere Jahrzehnte später durch Miller eine allgemeinere Verbreitung fand. Einen höchst bemerkenswerthen Versuch machte endlich Neumann, jenes scheinbar gänzlich unsymmetrische System auf rechtwinklige Axen zu beziehen, wofür ihm die beinahe genau rechtwinklige Neigung von $P : M$ [m] den Anhalt gewährte. Indem er die Neigungen der Flächen unter Voraussetzung normaler Axen $a : b : c = \sqrt{51} : \sqrt{49} : \sqrt{1}$ berechnete, wies er nach, dafs die Diffe-

Digitized by Google

renzen der gemessenen und der berechneten Kantenwinkel geringer seyen, als diejenigen der gemessenen unter einander. — Weiter unten werden wir nochmals die Aufgabe ins Auge fassen dem Axinit rechtwinklige Axen unterzulegen. — Lévy (*Déscription d'une collection de minéraux, T. II* 1837) wich von der durch Neumann gewählten Aufstellung ab, indem er aus *P* und *u* das verticale rhomboïdische Prisma bildete. Seine fast tadellosen Zeichnungen haben wohl vorzugsweise dieser Stellung die Aufnahme in die meisten Lehrbücher verschafft. Durch Lévy wurde zuerst die Ausbildungsweise der Krystalle von Botallak gezeichnet. — Mohs (Leichtfafsliche Anfangsgründe der Naturgesch. d. Mineralreichs, bearb. von Zippe, 2. Aufl. 1839), stellte die Zone der Flächen *P*, *r* etc. vertical s. Fig. 20. In dieser Stellung ergiebt sich eine von A. Breithaupt s. Fig. 21 (Handb. d. Mineralogie III. Th. 1847) hervorgehobene Analogie mit triklinoëdrischen Feldspathspecies, nur mit dem Unterschiede, dafs das verticale rhomboïdische Prisma des Axinits sich dem rechten Winkel, dasjenige der triklinen Feldspathe demjenigen von 120° nähert. Es entspricht nämlich die Fläche *m* beim Axinit der *T* beim Feldspath, ferner *P*, *r*, *T* [*v*] beim Axinit beziehungsweise *l*, *M*, *P* Feldspath.

Indefs auch, von den gänzlich verschiedenen Winkeln abgesehen, stellen sich auch bald Differenzen im Zonenzusammenhange ein [1]).

1) Späterer Zusatz. Das hier Angeführte ist, wie ich mich später überzeugt habe, nicht ganz richtig. Die erste Zeichnung der Cornwaller Axinitkrystalle hat schon Mohs gegeben in seinem Grundrifs der Mineralogie, Dresden 1824 in der Fig. 85 seines Atlas. Es ist dieselbe, welche Breithaupt später in sein Handbuch der Mineralogie, Dresden 1847 Th. III Fig. 369 aufgenommen hat und welche als von Breithaupt herrührend in Fig. 21 Taf. I wiedergegeben ist. In der englischen Uebersetzung der Mohs'schen Mineralogie durch Haidinger wird ebenfalls diese Figur zusammen mit einer anderen in horizontaler Projection, die sich auch schon in Mohs's Grundrifs findet, angeführt und hier auch schon der specielle Fundort Botallak genannt. In dem zweiten Theile der neuen deutschen Ausgabe von Mohs Mineralogie, Wien 1839, vom Prof. Zippe bearbeitet, ist die Figur selbst

Miller (*Introduction to Mineralogy*, 1852) hält Lévy's Aufstellung fest, die von ihm aufgeführten Flächen sind die von Neumann bereits angegebenen. — In Greg's und Lettsom's *Mineralogy of great Britain and Ireland* sind in Bezug auf den Axinit einige Irrungen zu verbessern. Die Verfasser sagen zwar in der Vorrede, dafs die von ihnen im Texte und in den Figuren angewendeten Flächenzeichen genau dieselben seyen, wie die von Miller gebrauchten. Indefs entspricht die bei Greg und Lettsom mit *y* bezeichnete Fläche der Figuren nicht der gleichnamigen Fläche Miller's, sondern dem *q* dieses Autors. Sonderbarerweise findet sich dann aber die Miller'sche Winkelangabe für *v*:*y* bei Greg und Lettsom wiederholt, statt dafs der Werth von Miller's *v*:*q* gesetzt werden müfste! Irrig sind ferner die Angaben $P:c = 113^{\circ}\,15'$, $l:u = 153^{\circ}\,25'$, $r:c = 85^{\circ}\,40'$, $P:y = 96^{\circ}\,32'$ (letzterer Werth entspricht weder dem *P*:*q* noch dem *P*:*y* Miller's). Die drei folgenden Kantenwinkel für *y* sind richtig. Unter den beigefügten Figuren ist 3*a* S. 232 offenbar unrichtig: denn die Kante *x*:*y* [*q*] kann derjenigen zwischen *s*:*x* nicht parallel seyn; wohl aber müfste eine Kantenparallelität stattfinden zwischen *v*:*y*:*c*, welche in der Figur nicht statt hat.

Durch Des Cloizeaux wurde (*Manuel de Minéralogie I*, 515) 1862 die Zahl der bekannten Axinitflächen um einige vermehrt. Sein Schema weist nämlich aufser den 17 Neumann'schen Flächen noch 4 auf, von denen indefs nur eine einzige, *β*, (von Marignac aufgefunden) durch Zonenverband zu bestimmen ist, indem sie in die Zonen *m*:*y* und *P*:*o* (Neumann) fällt. Es ist diefs dieselbe Fläche, welche auch Hessenberg in seinen so ausgezeichneten Mineralogischen Notizen IV. Forts. 27, Fig. 23 aufführt; er entdeckte sie an einem Krystalle vom Scopi am Lukmanier, und nannte sie *t*. Auch ich habe jene Fläche selbständig an vielen Axiniten aufgefunden, und hatte sie

nicht aufgeführt, aber auf die Figur 159 des ersten Theils, welche dieselbe ist, verwiesen.

bereits mit dem Buchstaben *f* bezeichnet, als ich ihre Identität mit der durch Des Cloizeaux und Hessenberg entdeckten Fläche bemerkte. Des. Cloizeaux's treffliches Werk enthält eine neue Berechnung des Axinits auf Grund von fünf durch Marignac gemessenen Kanten. Diese sind: $P : u = 135° 26'$, $u : v = 147° 14'$, $P : r = 134° 48'$, $r : s = 143° 30'$, $r : u = 115° 30'$ [die Fläche *r* ist wegen ihrer Streifung selten einer sehr genauen Messung fähig!] Diese Winkel weichen etwas von den bei Miller angegebenen ab: 135° 25', 147° 5', 134° 48', 143° 38', 115° 39'. Des Cloizeaux vermehrte die Kenntnifs unseres Minerals durch eine genaue Untersuchung seiner optischen Eigenschaften.

Um Des Cloizeaux's Angaben mit denjenigen des gegenwärtigen Aufsatzes vergleichen zu können, diene folgende Zusammenstellung:

m (Des Cl.)	$= P$	o^1 (Des Cl.)	$= i$
p	$= r$	f^1	$= s$
c^1	$= m$	i^1	$= x$
c^2	$= z$	γ	$= y$
c^4	$= e$	z	$= c$
h^1	$= l$	β	$= f$
t	$= u$	x	$= o$
g^1	$= v$	e^1	$= n$
^2g	$= w$	δ	$= q$

Die drei in Des Cloizeaux's Schema durch Zonen nicht bestimmbaren Flächen werden später zu erwähnen seyn.

Eine Untersuchung des pyroëlektrischen Verhaltens des Axinits verdankt man Riefs und G. Rose. Dafs der Axinit beim Erwärmen freie Elektricität zeige, scheint (nach einer Notiz bei Lévy, II, 114) zuerst Cypr. Prosp. Brard, Director der Gruben zu Savoz in Savoyen, später *Ingénieure en chef* zu Alais, † 1838, beobachtet zu haben. Lévy aber bestritt diese Thatsache: »*les essais qui ont été faits sur des cristaux violets et verts du département de l'Isère et sur ceux du Cornuailles, n'ont pas confirmé*

l'existance de cette propriété«. Die Untersuchung von Riefs und Rose ergab bekanntlich das merkwürdige Resultat, dafs hier zwei elektrische Axen vorhanden sind, deren jede an ihren beiden Enden gleichnamige Elektricität zeigt. G. Rose macht darauf aufmerksam, dafs in Bezug auf das elektrische Verhalten die meist kleine Fläche *n* eine gewisse Wichtigkeit habe, da in ihr die antilogen Pole liegen. G. Rose hält an der Haüy'schen Aufstellung der Krystalle fest, welche in Fig. 19, einer Copie nach Rose, dargestellt ist.

Die genauere chemische Kenntnifs des Axinits verdankt man Rammelsberg, nachdem A. Vogel darin die Borsäure zuerst aufgefunden hatte (v. Kobell, Gesch. der Min. S. 522).

Die neuste Darstellung des Axinitsystems von Quenstedt, Min. 2. Aufl., schliefst sich an die Aufstellung Naumann's (Lehrb. d. Mineralogie 1828) an, der zufolge die Flächen *P* und *u* zu verticalen Hemiprismen, die Flächen *r*, *x* und *e* zu den drei vorhandenen Flächen einer triklinoëdrischen Pyramide werden. Diese Auffassung liefert gute Flächenausdrücke, doch einen sehr schiefen Winkel der Macro- und der Brachydiagonalaxe.

Stellung, Axen und Flächen.

Bei einem triklinoëdrischen, dem äufsern Ansehen zufolge fast ganz unsymmetrischen Systeme, wie dasjenige des Axinits, verdient begreiflicher Weise keine Stellung einen unbedingten Vorzug vor einer anderen. Erwägt man indefs, dafs bei den Dauphinéer Vorkommnissen gewöhnlich die Flächen *r*, *u* und *P* herrschen, von denen die letztere unter einem nahe gleichen Winkel auf *r* und *u* aufgesetzt ist, so mufs man Haüy's Verfahren, die Flächen *r* und *u* als rhomboïdisches Prisma vertical zu stellen, billigen, wie es denn auch von G. Rose befolgt worden ist. Lévy's Aufstellung, *P* und *u* als verticales Prisma, wird gewöhnlich damit begründet, dafs *P* und *u* parallel ihrer Combinationskante gestreift seyen, dieſs ist indefs

keineswegs immer, nicht einmal gewöhnlich der Fall, kann also auch nicht sicher zur Orientirung dienen. Beständig gestreift unter jenen drei Flächen, ist nur *r*. In vorliegendem Aufsatze ist demnach *r*, *u* wieder als rhomboïdisches Prisma genommen worden. Nur glaubte ich darin von Haüy und G. Rose abweichen zu müssen, dafs ich das von diesen Forschern nach oben gerichtete Ende abwärts kehrte. Der Anblick der Fig. 1 lehrt überzeugend den Vorzug der neuen Stellung. Denn das von Haüy nach oben gerichtete Ende zeigt vorne nur die Fläche *P*, bei mir aber finden sich *x*, *y*, *o*, *g* und *f*, resp. *q* oben und vorne. Nun mufs es doch weit natürlicher erscheinen die Mehrzahl der Flächen an der oberen als an der unteren Krystallspitze zu betrachten. Wenngleich ich diese Stellung als die beste erachte, gebe ich mich doch nicht der Illusion hin, dafs durch dieselbe die bisher gebräuchliche Aufstellung verdrängt werden würde, weshalb ich die Flächen auch auf die Naumann'sche Grundform beziehen werde.

Für die Wahl der Axen bietet sich im triklinoëdrischen Systeme ein weiter Spielraum dar. Als Axen können alle Linien dienen, welche von den Flächen, wenn sie durch einen und denselben Punkt gelegt werden, in rationalen Verhältnissen geschnitten werden. Dieser Bedingung genügen, wie A. T. Kupffer bewiesen (s. diese Annalen Bd. 8, S. 61 »über die Krystallisation des Kupfervitriols«) die Durchschnittslinien aller, sowohl der wirklich vorkommenden als auch der nur möglichen Flächen. Erwägt man nun, dafs die wirklich am Axinit auftretenden Flächen sich in mehr als 100 (sämmtlich unter einander nicht parallelen) Linien schneiden, dafs die Zahl der krystallographisch möglichen (d. h. durch vorhandene Zonen bestimmbaren) Flächen eine unbeschränkte ist, so springt in die Augen, welch aufserordentliche Mannichfaltigkeit von Axen sich uns darbietet; sowie auch, dafs unter einer fast unendlich grofsen Anzahl von Kantenlinien gewifs drei sich finden las-

Digitized by Google

sen, welche sehr nahe unter einem rechten Winkel sich schneiden.

Alle drei von mir gewählten Axenebenen treten als Krystallflächen auf, sie sind c, s und b. Letzteres ist eine neue Fläche, welche die scharfe Kante des rhomboïdischen Prismas $r\,u$ abstumpft. Bezeichnen wir nun mit a die Längsaxe (Brachydiagonalaxe), mit b die Quer- (Makrodiagonalaxe) mit c die Verticalaxe, mit A die Kante der Axenebenen $a\,b$ und $a\,c$ (oder die Kante zwischen der Basis und dem brachydiagonalen Hauptschnitt) mit B die Kante der Axenebenen $a\,b$ und $b\,c$ (oder die Kante zwischen der Basis und dem makrodiagonalen Hauptschnitt) mit C die Kante der Axenebenen $a\,b$ und $b\,c$ (zwischen dem brachydiagonalen und dem makrodiagonalen Hauptschnitt) endlich, mit α den Winkel zwischen den Axen b und c, mit β denjenigen zwischen a und c, mit γ denjenigen zwischen a und b, und zwar alle Winkel im rechten oberen Quadranten, so erhalten wir das Längenverhältnifs der Axen

$$a : b : c = 0{,}639300 : 1 : 0{,}512617.$$

$A = 97^\circ\,19'\,26''$. $B = 97^\circ\,53'\,56''$. $C = 104^\circ\,48'\,57''$

$\alpha = 95^\circ\,32'\,1''$. $\beta = 96^\circ\,16'\,35''$. $\gamma = 104^\circ\,1'\,53''$.

Auf diese Axen bezogen werden die Formeln der durch Zonen mit einander verbundenen Flächen folgende:

$s = (a : \infty b : \infty c)$;	$\infty \bar{P} \infty$	$i = (\frac{1}{8} a' : c : \infty b)$;	$8 \bar{P}_{,} \infty$
$b = (b : \infty a : \infty c)$;	$\infty \breve{P} \infty$	$v = (a : \frac{1}{3} b : c)$;	$3 \breve{P} \infty$
$c = (c : \infty a : \infty b)$;	$0P$	$w = (a' : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c)$;	$\frac{3}{2} \breve{P} 3$
$u = (a : b : \infty c)$;	$\infty P'$	$l = (\frac{1}{5} a' : \frac{1}{3} b' : c)$;	$5 \bar{P}_{,} \frac{5}{3}$
$r = (a : b' : \infty c)$;	$\infty' P$	$h = (\frac{1}{7} a' : \frac{1}{3} b' : \frac{1}{2} c)$,	$\frac{7}{2} \bar{P}_{,} \frac{7}{3}$
$\delta = (a : \frac{1}{3} b' : \infty c)$;	$\infty' \breve{P} 3$	h^2 (1) $= (\frac{1}{6} a' : \frac{1}{6} b' : c)$;	$8 \bar{P}_{,} \frac{4}{3}$
$x = (\frac{1}{4} a : c : \infty b)$;	$4' \bar{P}' \infty$	$\beta = (\frac{1}{13} a' : \frac{1}{9} b' : \frac{1}{2} c)$;	$\frac{13}{2} \bar{P}_{,} \frac{13}{9}$
$y = (a : c : \infty b)$;	$_{,}\bar{P}_{,} \infty$	$z = (\frac{1}{2} a : \frac{1}{3} b' : 2c)$;	$6' \breve{P} \frac{3}{2}$
$P = (\frac{1}{2} a' : c : \infty b)$;	$2 _{,}\bar{P}_{,} \infty$	$m = (a : \frac{1}{3} b' : c)$;	$3' \breve{P} \infty$

1) Von Des Cloizeaux beobachtet.

Digitized by

$e = (a' : \frac{1}{3}b' : \frac{1}{2}c)$; $\frac{3}{2}\breve{P}3$

$q = (a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{4}c)$; $\frac{3}{4}\breve{P}'3$

$o = (a : \frac{1}{3}b' : \frac{1}{4}c)$; $\frac{3'}{4}\breve{P}3$

$f = (a : b' : c)$; $'P$

$g = (a ; \frac{2}{3}b' : c)$; $\frac{3'}{2}\breve{P}\frac{3}{2}$

$n = (a' : \frac{1}{3}b : 2c)$; $6\breve{P}3$

$k = (a' : \frac{1}{3}b : c)$; $3\breve{P}3$

$d = (\frac{1}{2}a' : \frac{1}{3}b : c)$; $3\breve{P}\frac{3}{2}$

$t = (\frac{1}{5}a' : \frac{1}{9}b : \frac{1}{4}c)$; $\frac{9}{4}\breve{P}\frac{9}{5}$

Nicht durch Zonen bestimmbar, und deshalb mit einiger Unsicherheit behaftet, stellen sich dar:

$\alpha = (\frac{1}{11}a' : \frac{1}{9}b' : c)$; $11\bar{P}\frac{11}{9}$ $\quad$ $h\frac{9}{2}$ (1) $= (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{7}b' : 2c)$; $16\bar{P}\frac{8}{7}$.

Für die durch Quenstedt adoptirte Naumann'sche Grundform, an welcher m die Basis, v das Brachypinakoïd, l das Makropinakoïd bilden, erhält man folgende Axenlängen:

a (Brachydiag.) : b (Makrodiag.) : $c = 0{,}49266 : 1 : 0{,}45112$

$A = 82^0\ 9',8$ $\quad$ $B = 86^0\ 10',8$ $\quad$ $C = 131^0\ 39',05$

$\alpha = 82^0\ 54',35$ $\quad$ $\beta = 88^0\ 8',6$ $\quad$ $\gamma = 131^0\ 32',55$.

Die Flächenformeln sind nun folgende:

$s = (\frac{1}{2}a : c : \infty b)$; $2'\bar{P}\infty$

$b = (\frac{1}{2}b' : c : \infty a)$; $2'\breve{P}\infty$

$c = (a' : \frac{1}{3}b : c)$; $3\breve{P}3$

$u = (a : b : \infty c)$; $\infty P'$

$r = (a : b' : c)$; $'P$

$\delta = (2a : \frac{2}{3}b' : c)$; $\frac{3}{2}'\breve{P}3$

$x = (a : b : c)$; P'

$y = (\frac{1}{2}b : c\ \infty a)$; $2\breve{P}'\infty$

$P = (a : b' : \infty c)$; $\infty 'P$

$i = (\frac{1}{3}a : b' : c)$; $3\bar{P}3$

$v = (b' : \infty a : \infty c)$; $\infty\breve{P}\infty$

$w = (a : \frac{1}{3}b' : \infty c)$; $\infty'\breve{P}3$

$l = (a : \infty b : \infty c)$; $\infty\bar{P}\infty$

$h = (\frac{1}{3}a : b' : \infty c)$; $\infty'\bar{P}3$

$h^2 = (\frac{1}{2}a : \frac{4}{3}b : \infty c)$; $2\bar{P}'\frac{4}{3}$

$\beta = (\frac{1}{5}a : b : \infty c)$; $\infty\bar{P}'5$

$z = (2a : 2b' : c)$; $2'P$

$m = (c : \infty a : \infty b)$; $0P$

1) Von Des Cloizeaux beobachtet. Derselbe führt noch eine Fläche c^3, eine Abstumpfung zwischen den Flächen r und m auf. Unter Zugrundelegung der Des Cloizeaux'schen Winkelangaben gelingt es mir nicht für c^3 eine annehmbare Formel zu finden. Jene Winkel fallen zwischen diejenigen, welche sich ergeben würden für die beiden folgenden Flächen $(\frac{1}{8}a : \frac{1}{7}b' : 2c)$ und $(\frac{1}{7}a : \frac{1}{8}b' : 2c)$. Unter Annahme der ersteren dieser Formeln für die Fläche c^3 würde sich eine Zone $h\frac{8}{7} : c^3 : s$ ergeben.

Digitized by Google

$e = (a' : b : c)$; $'P$ $\quad n = (a : \frac{1}{3}b' : c)$; $3'\breve{P}3$

$q = (a' : \frac{1}{5}b : c)$; $5'\breve{P}5$ $\quad k = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{6}b' : c)$; $6'\breve{P}3$

$o = (2a' : \frac{2}{3}b : c)$; $\frac{3}{2}'\breve{P}3$ $\quad d = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{4}b' : c)$; $4'\breve{P}2$

$f = (b : c : \infty a)$; $\breve{P}'\infty$ $\quad t = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{7}b' : c)$; $7'\breve{P}\frac{7}{2}$

$g = (\frac{1}{3}b : c : \infty a)$; $\frac{2}{3}\breve{P}'\infty$

Berechnung.

Zur Bestimmung der Axen-Elemente eines triklinoëdrischen Krystalls ist bekanntlich die Messung von fünf Kanten erforderlich, unter denen keine parallelen seyn dürfen. Dieselben wurden an ein und demselben ausgezeichnetsten Krystalle (etwa 1 Linie grofs, eine Combination der Flächen *u*, *r*, *P*, *s*, *x*, *y*, *v*, *w*, *l*, *h*, *z*, *m*, *e* und *o*) von dem gewöhnlichen Dauphinéer Typus, s. Fig. 1 [1]) gemessen. In dem Octaïde gebildet durch die Flächen *s*, *x*, *o*, *u* wurden vermittelst eines Mitscherlich'schen Goniometers, welches mit einem Ocular- und einem Objectiv-Fernrohr versehen war, gefunden:

$o : u = 94^0\,22'$. $\quad o : x = 118^0\,9'$. $\quad s : u = 152^0\,3'$.

$s : x = 163^0\,53'$. $\quad u : x = 149^0\,27'$.

Da durch diese Messungen die gegenseitige Lage der Flächen fest bestimmt ist, so konnte der sechste Winkel eine Gewähr für die Genauigkeit der Messungen geben.

Durch Rechnung fand ich die Kante $o : s = 103^0\,16'\,55''$

Durch Messung $= 103^0\,17'$

Bei der Berechnung des Axinitsystems leistet die nach Quenstedt's Methode entworfene Linearprojection, siehe Fig. 20, vortreffliche Dienste. Dieselbe stellt die Sectionslinien sämmtlicher Flächen mit der Fläche *s* (dem Makropinakoide) dar, welche demnach mit der Ebene des Papiers

1) In diese Figur (eine gerade Projection, in welcher die Fläche *c* zu einer Linie verkürzt erscheinen würde, indem der Krystall in der Richtung der Brachydiagonalaxe betrachtet wird) sind fast alle an den Dauphinéer Krystallen beobachteten Flächen eingezeichnet. Die Figuren 2 und 3 stellen denselben Krystall in andern geraden Projectionen dar.

Digitized by Google

zusammenfallend, in der Zeichnung nicht erscheint. *Diese Projection mufs man sich bei der Berechnung stets körperlich vorstellen.* Der Weg, welchen meine Rechnung nahm, ist folgender: In dem körperlichen Dreieck sux, dessen drei Kantenwinkel gegeben, wird der ebene Winkel auf s berechnet, gleich dem Winkel zwischen den Axen b und $c(\alpha)$. Das körperliche Dreieck oux, dessen Kanten gleichfalls gegeben sind, liefert den ebenen Winkel auf u. Man geht nun über zu dem in der Fläche u liegenden ebenen Dreieck, begränzt durch die Kanten $\frac{u}{o}$, $\frac{u}{s}$ und $\frac{u}{x}$, dessen drei ebene Winkel man alsbald findet. Daraus aber ergiebt sich ferner der ebene Winkel auf s zwischen den Sectionslinien $\frac{o}{s}$ und $\frac{u}{s}$. Man kennt demnach die drei Winkel des in der Projectionsebene (s) liegenden, von den Sectionslinien o, u und x umschlossenen Dreiecks, und kann das Verhältnifs der Seiten desselben ermitteln. Diefs liefert unter Berücksichtigung der Flächenformeln die Dimensionen der Axen $b:c$. Man kann nun die Seiten und Winkel des in der Fläche u liegenden ebenen Dreiecks ermitteln, welches von den Sectionslinien $\frac{c}{u}$, $\frac{y}{u}$ und $\frac{s}{u}$ umschlossen wird. Es folgt die Berechnung der Kante $s:c=B$, und des dieser Kante im körperlichen Dreieck csu anliegenden ebenen Winkels; mit Hülfe dessen man fortschreitet zu dem in der Fläche c liegenden ebenen Dreieck, welches umschlossen wird von den Axen a und b, sowie der Sectionslinie $\frac{c}{u}$ und den Winkel γ findet. Nun kann man leicht das durch die drei Axenebenen gebildete körperliche Dreieck berechnen, welches die noch fehlenden Axenelemente α, β, A, C liefert.

Um das Aufsuchen der Winkel unter der grofsen Zahl der von mir berechneten zu erleichtern, habe ich dieselben in einer zweifachen Weise geordnet: I alphabetisch, II nach der Gröfse der Winkel. Sucht man den Werth einer Kante, so ergiebt denselben sogleich die Columne I, hat man am Axinite einen Winkel gemessen und will wissen, welche Flächen denselben bilden, so lehrt diefs die Co-

Digitized by Google

lumne II. Noch ist zu bemerken, dafs alle folgenden Winkelangaben sich auf die in der Fig. 1 nach vorne gewandten Flächen beziehen, dafs also z. B. die Neigung $u:w$ über P angegeben ist[1]). Die Neigungen von c gelten für die am oberen Ende des Krystalls, diejenigen von b für die auf der linken Seite des Krystalls auftretende Fläche.

I		II	
$b : c =$	82° 40′,55	$\beta : l =$	176° 1′,45
$b : d =$	125 46	$h^2 : l =$	173 39,15
$b : \delta =$	149 47,4	$h : l =$	172 6,25
$b : e =$	126 41,4	$i : s =$	171 15,65
$b : k =$	141 10,45	$h^2 : u =$	170 46,75
$b : m =$	132 47,35	$f : g =$	169 22,9
$b : n =$	148 4,9	$\beta : u =$	168 24,45
$b : o =$	101 42,05	$d : t =$	168 13,2
$b : P =$	80 38,35	$k : t =$	166 10,95
$b : r =$	111 35,9	$k : n =$	165 51,25
$b : s =$	75 11,05	$l : u =$	164 25,95
$b : u =$	132 45,95	$s : x =$	163 53
$b : w =$	128 15,05	$k : w =$	161 40,25
$b : x =$	74 14,65	$r : z =$	161 39,25
$b : z =$	122 26,05	$i : l =$	161 6,1
$\beta : l =$	176 1,45	$t : w =$	159 59,35
$\beta : P =$	147 6,75	$h : P =$	158 59
$\beta : s =$	157 33,65	$d : k =$	158 46,9
$\beta : u =$	168 24,45	$l : s =$	158 23,05
$c : d =$	116 22,65	$c : o =$	158 2,35
$c : e =$	131 8,55	$h : s =$	157 59,5
$c : f =$	140 45,8	$f : y =$	157 50,65
$c : g =$	135 51,9	$d : n =$	157 41,1
$c : k =$	124 35,45	$\beta : s =$	157 33,65
$c : m =$	120 2,5	$h^2 : s =$	156 46,35
$c : n =$	110 26,7	$h : u =$	156 32,2
$c : o =$	158 2,35	$c : q =$	155 54,15
$c : P =$	115 24,1	$g : m =$	155 48,5

1) Sollte man deshalb in der Columne II irgend einen gemessenen Winkel nicht finden, so suche man sein Complement.

I

c	q	= 155°	54′,15
c	r	= 93	5,45
c	s	= 97	53,95
c	u	= 99	33,9
c	v	= 124	15
c	w	= 142	55,2
c	x	= 114	0,95
c	y	= 143	47,7
c	z	= 104	57,7
d	k	= 158	46,9
d	n	= 157	41,1
d	P	= 134	52,7
d	q	= 118	54,05
d	r	= 147	29,5
d	s	= 120	14,6
d	t	= 168	13,2
d	v	= 114	2,1
d	w	= 148	12,55
d	y	= 88	45,25
δ	r	= 141	48,5
δ	s	= 105	23,65
δ	u	= 102	33,35
δ	v	= 58	10,55
δ	z	= 146	47,1
e	g	= 125	42,05
e	h	= 133	47,4
e	m	= 135	15,1
e	o	= 140	46,9
e	P	= 134	40,55
e	r	= 89	25,8
e	s	= 111	46,9
e	u	= 124	51,1
e	y	= 104	48,9
e	z	= 71	4,85
f	g	= 169	22,9
f	m	= 145	11,4

II

i	P	= 155°	26′3,
f	o	= 154	54
g	o	= 154	44,7
m	z	= 153	40,05
q	y	= 152	20,65
s	u	= 152	3
l	P	= 151	5,3
x	y	= 150	13,2
b	δ	= 149	47,4
u	x	= 149	27
g	z	= 149	6,15
q	v	= 148	20,85
d	w	= 148	12,55
b	n	= 148	4,9
n	w	= 147	31,5
d	r	= 147	29,5
g	y	= 147	13,55
u	v	= 147	13,1
β	P	= 147	6,75
δ	z	= 146	47,1
P	s	= 146	41,95
f	m	= 145	11,4
o	y	= 144	2
c	y	= 143	47,7
r	s	= 143	35,15
i	r	= 143	31,4
c	ω	= 142	55,2
f	z	= 142	24
m	o	= 142	0,15
δ	r	= 141	48,5
f	x	= 141.	20,4
b	k	= 141	10,45
e	o	= 140	46,9
c	f	= 140	45,8
r	x	= 139	13,25
v	y	= 139	7,75

Digitized by Google

I

$f : o$	=	154°	54′
$f : P$	=	97	22,15
$f : r$	=	132	19,65
$f : s$	=	127	41,15
$f : v$	=	116	58,4
$f : x$	=	141	20,4
$f : y$	=	157	50,65
$f : z$	=	142	24
$g : m$	=	155	48,5
$g : o$	=	154	44,7
$g : P$	=	95	18,35
$g : r$	=	135	27,95
$g : s$	=	122	31,1
$g : v$	=	106	21,3
$g : w$	=	100	47,65
$g : x$	=	134	10,5
$g : y$	=	147	13,55
$g : z$	=	149	6,15
$h : l$	=	172	6,25
$h : P$	=	158	59
$h : s$	=	157	59,5
$h : u$	=	156	32,2
$h^3 : l$	=	173	39,15
$h^2 : s$	=	156	46,35
$h^3 : u$	=	170°	46,75
$i : l$	=	161	6,1
$i : P$	=	155	26,3
$i : r$	=	143	31,4
$i : s$	=	171	15,65
$k : n$	=	165	51,25
$k : P$	=	116	40,3
$k : s$	=	98	27,7
$k : t$	=	166	10,95
$k : w$	=	161	40,25
$l : m$	=	86	10,8
$l : P$	=	151	5,3

II

$n : z$	=	137°	44′,95
$n : r$	=	136	12,05
$c : g$	=	135	51,9
$r : t$	=	135	42,7
$P : u$	=	135	31,2
$g : r$	=	135	27,95
$m : r$	=	135	19,25
$e : m$	=	133	15,1
$d : P$	=	134	52,7
$P : r$	=	134	45,1
$e : P$	=	134	40,55
$g : x$	=	134	10,5
$v : x$	=	134	7,1
$s : y$	=	134	6,2
$e : h$	=	133	47,4
$b : m$	=	132	47,35
$b : u$	=	132	45,95
$f : r$	=	132	19,45
$x : z$	=	131	48,6
$l : v$	=	131	39,05
$c : e$	=	131	8,55
$P : x$	=	130	54,95
$P : t$	=	130	29,3
$u : y$	=	130	20
$s : z$	=	130	7,5
$m : n$	=	129	30,8
$b : w$	=	128	15,05
$f : s$	=	127	41,15
$q : x$	=	127	1,6
$b : e$	=	126	41,4
$b : d$	=	125	46
$s : v$	=	125	43,3
$e : g$	=	125	42,05
$y : z$	=	124	51,2
$e : u$	=	124	51,1
$o : z$	=	124	48,3

Digitized by Google

I			II		
$l : r =$	124°	37',5	$l : r =$	124°	37',5
$l : s =$	158	23,05	$c : k =$	124	35,45
$l : u =$	164	25,95	$c : v =$	124	15
$l : v =$	131	39,05	$m : y =$	123	2,05
$l : \omega =$	90	36,35	$n : q =$	122	50,2
$l : z =$	109	10,94	$g : s =$	122	31,1
$m : n =$	129	30,8	$b : z =$	122	26,05
$m : o =$	142	0,15	$r : y =$	121	15,8
$m : P =$	90	4,35	$d : s =$	120	14,6
$m : q =$	104	30	$c : m =$	120	2,5
$m : r =$	135	19,25	$P : w =$	119	31,05
$m : s =$	107	47,75	$d : q =$	118	54,05
$m : u =$	84	26,2	$o : x =$	118	9
$m : v =$	82	9,8	$f : v =$	116	58,4
$m : w =$	97	2,3	$k : P =$	116	40,3
$m : x =$	114	59,2	$P : z =$	116	24,35
$m : y =$	123	2,05	$c : d =$	116	22,65
$m : z =$	153	40,05	$r : w =$	115	42,05
$n : P =$	112	33,8	$r : u =$	115	38,15
$n : q =$	122	50,2	$c : P =$	115	24,1
$n : r =$	136	12,95	$m : x =$	114	59,2
$n : s =$	102	2,2	$d : v =$	114	2,1
$n : u =$	104	38,35	$o : x =$	114	0,95
$n : v =$	49	32,4	$n : P =$	112	33,8
$n : \omega =$	147	31,5	$q : s =$	112	3,6
$n : x =$	95	25,3	$e : s =$	111	46,9
$n : z =$	137	44,95	$b : r =$	111	35,9
$o : P =$	72	16,15	$c : n =$	110	26,7
$o : r =$	110	12,7	$s : t =$	110	24,35
$o : s =$	103	16,9	$o : r =$	110	12,7
$o : u =$	94	22	$o : v =$	109	57,35
$o : v =$	109	57,35	$l : z =$	109	10,95
$o : w =$	59	2,45	$m : s =$	107	47,75
$o : x =$	118	9	$g : v =$	106	21,3
$o : y =$	144	2,05	$\delta : s =$	105	23,65
$o : z =$	124	48,3	$c : z =$	104	57,7

Digitized by Google

I				II			
$P : q =$	80°	35′,5		$e : y =$	104°	48′,9	
$P : r =$	134	45 ,1		$n : u =$	104	38 ,35	
$P : s =$	146	41 ,95		$m : q =$	104	30	
$P : t =$	130	29 ,3		$o : s =$	103	16 ,9	
$P : u =$	135	31 ,2		$P : v =$	102	44 ,3	
$P : v =$	102	44 ,3		$\delta : u =$	102	33 ,35	
$P : w =$	119	31 ,05		$n : s =$	102	2 ,2	
$P : x =$	130	34 ,95		$b : o =$	101	42 ,05	
$P : y =$	100	48 ,2		$P : y =$	100	48 ,2	
$P : z =$	116	24 ,35		$g : w =$	100	47 ,65	
$q : r =$	93	36 ,45		$c : u =$	99	33 ,9	
$q : s =$	112	3 ,6		$k : s =$	98	27 ,7	
$q : v =$	148	20 ,85		$c : s =$	97	53 ,95	
$q : w =$	29	18 ,5		$f : P =$	97	22 ,15	
$q : y =$	152	20 ,65		$m : w =$	97	2 ,3	
$q : x =$	127	1 ,6		$n : x =$	95	25 ,3	
$r : s =$	143	35 ,15		$g : P =$	95	18 ,35	
$r : t =$	135	42 ,7		$o : u =$	94	22	
$r : u =$	115	38 ,15		$q : r =$	93	36 ,45	
$r : v =$	93	20 ,35		$r : v =$	93	20 ,35	
$r : w =$	115	42 ,05		$s : w =$	93	11 ,45	
$r : x =$	139	13 ,25		$c : r =$	93	5 ,45	
$r : y =$	121	15 ,8		$v : z =$	91	23 ,45	
$r : z =$	161	39 ,25		$l : w =$	90	36 ,35	
$s : t =$	110	24 ,35		$m : P =$	90	4 ,35	
$s : u =$	152	3		$e : r =$	89	25 ,8	
$s : v =$	125	43 ,3		$d : y =$	88	45 ,25	
$s : w =$	93	11 ,45		$l : m =$	86	10 ,8	
$s : x =$	163	53		$m : u =$	84	26 ,2	
$s : y =$	134	6 ,05		$b : c =$	82	40 ,55	
$s : z =$	130	7 ,5		$m : v =$	82	9 ,8	
$t : y =$	76	58 ,45		$b : P =$	80	38 ,35	
$t : w =$	159	59 ,35		$P : q =$	80	35 ,5	
$u : v =$	147	13 ,1		$w : x =$	80	4 ,85	
$u : w =$	75	2 ,25		$t : y =$	76	58 ,45	
$u : x =$	149	27		$b : s =$	75	11 ,05	

I		II.	
$u : y =$	130° 20′	$u : w =$	75° 2′,25
$v : w =$	42 15,35	$b : x =$	74 14,65
$v : x =$	134 7,1	$o : P =$	72 16,15
$v : y =$	139 7,75	$e : z =$	71 4,85
$v : z =$	91 23,45	$o : w =$	59 2,45
$w : x =$	80 4,85	$\delta : v =$	58 10,55
$w : y =$	56 57,8	$w : y =$	56 57,8
$x : y =$	150 13,25	$n : v =$	49 32,4
$x : z =$	131 48,6	$v : w =$	42 15,35
$y : z =$	124 51,2	$q : w =$	29 18,5

Für die durch Zonen nicht bestimmbaren Flächen α und $h^2_{\frac{1}{2}}$ ergeben sich folgende Kantenwinkel

$\alpha : \beta =$	174° 56′,5	$\alpha : s =$	155° 38′,6
$\alpha : l =$	170 57,95	$\alpha : u =$	173 28
$\alpha : P =$	142 3,2	$h^2_{\frac{1}{2}} : P =$	139 54,8
$h^2_{\frac{1}{2}} : s =$	154 35,15	$h^2_{\frac{1}{2}} : u =$	175 36,4 [1]).

Zonen.

In keinem andern Systeme ist die Verfolgung der Zonen von solcher Wichtigkeit wie in dem triklinoëdrischen. Denn hier, wo eine wahre Symmetrie und homologe Flächen nicht mehr existiren, unterscheidet sich die Krystallform von irgend einem ganz unregelmäfsigen Polyedron nur noch durch den Zonenverband. Diesen zu verfolgen und aufzufassen ist hier besonders anziehend und lohnt die schwierige Entwirrung der zahlreichen Flächen. Um die Zonen-Verhältnisse des Axinits zu deduciren, gehen wir von irgend einem Octaïde aus, als welches sich im Hinblick auf Fig. 1 sowie auf die Linearprojection Fig. 20 am meisten der Flächencomplex *Prux* empfiehlt. Bedienen

1) Wenn man für die Des Cloizeaux'sche Fläche c^5 die Formel $(\frac{1}{5}a : \frac{1}{7}b' : 2c)$ annimmt, so beträgt die Kante $c^5 : r = 173° 10',45$; wenn indefs $c^5 = (\frac{1}{7}a : \frac{1}{4}b' : 2c)$, so folgt $c^5 : r = 174° 6',45$. Denselben Winkel berechnet Des Cloizeaux $= 173° 41'$, während Marignac's Messung ergab 174°, weshalb die letztern der beiden genannten Flächenformeln wohl die richtigere ist.

Digitized by Google

wir uns nun der Methode und Ausdrucksweise von Quenstedt in seiner vortrefflichen leider schon lange vergriffenen Krystallographie (Tübingen 1840), so ergeben sich zunächst zu jenem Octaïde die drei zugehörigen Hexaïdflächen s, v, m. Die Projectionslinien der Dodecaïdflächen erhält man bekanntlich, indem man die Hexaïdkantenpunkte mit den Octaïdkantenpunkten verbindet. Von den so sich ergebenden Flächen sind indefs beim Axinit nur drei, also nur die Hälfte vorhanden l, y, b. Diefs wird vollkommen klar durch die Fig. 20. Denn wenn die Flächen $Prux$ zum Octaïde werden, so ist $m =$ Axe a, $v =$ Axe b, und wir erhalten die Formeln des Octaïds: $P = (a:b:c)$, $r = (a:b':c)$, $u = (a':b:c)$, $x = (a':b':c)$; ferner die Formeln des Hexaïds $s = (c:\infty a:\infty b)$, $m = (b:\infty a:\infty c)$, $v = (a:\infty b:\infty c)$, und endlich die Formeln des Dodecaids $l = (b:c:\infty a)$, $y = (a:b:\infty c)$, $b = (a:b':\infty c)$.

Der nächstfolgende Deductionskörper ist das Ikositetraïd mit der Formel $(a:b:\frac{1}{2}c)$, dessen Projectionslinien sich ergeben durch Verbindung der Dodecaïd- mit den Octaïdkantenpunkten. Ziehen wir in unserer Figur die zwölf der eben ausgesprochenen Bedingung entsprechenden Linien, so ergiebt sich sofort, dafs keine der durch dieselben dargestellten Flächen am Axinit vorhanden. Statt der Flächen dieses dem Leucitoëder vergleichbaren Ikositetraïds sind indefs mehrere Flächen eines zweiten, dem Leucitoïde vergleichbaren Ikositetraïde vorhanden, deren Projectionen sich darstellen durch die Verbindungslinien der Octaïddiagonalzonenpunkte mit den Octaïdkantenzonenpunkten. Von den zwölf zugehörigen Flächen sind fünf vorhanden, nämlich $w = (\frac{1}{3}a:b:c)$, $z = (a:\frac{1}{3}b':c)$, $e = (a:\frac{1}{3}b:c)$, $n = (\frac{1}{3}a:b':c)$, $i = (3a:3b:c)$.

In unserer Flächendeduction gelangen wir nun zu dem Tetrakishexaïd $(a:\frac{1}{2}b:\infty c)$, dessen Projectionslinien wir erhalten durch Verbindung der Octaïddiagonalzonenpunkte mit den Hexaïdkantenzonenpunkten. Zieht man die zwölf dieser Bedingung entsprechenden Linien, so bemerken wir, dafs nur zwei derselben am Axinite vorhanden sind, nämlich $d = (\frac{1}{3}a:c:\infty b)$ und $f = (a:\frac{1}{3}b:\infty c)$.

Digitized by Google

Auch die übrigen Flächen des Axinits lassen sich nach denselben Gesetzen deduciren, welche gelten für die Ableitung der regulären Körper, nämlich durch Verbindung von Zonenpunkten, welche in der Projectionsfigur der bisher genannten Körper noch nicht verbunden waren. So finden wir zwei Flächen, welche einem zweiten Tetrakishexaïde entsprechen: $g = (a : \frac{1}{3}b : \infty c)$ und $k = (\frac{1}{3}a : c : \infty b)$; vier Flächen eines Triakisoctaïds: $c = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c)$, $\delta = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b' : c)$, $h = (3a : b : c)$, $h^2 = (b : 3a' : c)$, dann eine einzelne Fläche eines zweiten Triakisoctaïds $\beta = (5a' : b : c)$. Die nun noch bleibenden drei Flächen gehören zweien Formen von Hexakisoctaïden an, nämlich $o = \frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c$ und $q = (\frac{1}{5}a : \frac{1}{3}b : c)$; endlich $t = (\frac{3}{7}a : 3b : c)$.

So ergiebt sich, dafs man am Axinit die Flächen nach einander deduciren kann wie die sieben Körper des regulären Systems. Die in vorstehender Betrachtung gewonnenen Formeln zeichnen sich durch ihre Einfachheit aus, und würden vor allen anderen den Vorzug verdienen, wenn dieſs allein den Ausschlag bei der Wahl der Grundform geben dürfte. Um zu diesen neuen Flächenausdrücken zu gelangen, sind wir zu neuen Axen in der Weise übergegangen, dafs die Sectionslinie $m : s$ zur Axe a (Brachydiagonalaxe), die Sectionslinie $v : s$ zur Axe b (Makrodiagonalaxe), und die Zonenaxe $v : m : y$ zur Axe c (Verticalaxe) wurden. Indem die Flächenformeln nun wieder einfache Werthe annehmen, offenbart sich folgendes geometrisches Gesetz: Wenn zwei Coordinaten a und b von einer beliebigen Anzahl Linien in der Weise geschnitten werden, dafs die Coordinaten-Schnitte α, α', α'' etc. einerseits und β, β', β'' etc. andererseits sich verhalten wie rationale Zahlen, so wird auch jede dieser Linien von allen anderen in rationalen Entfernungen geschnitten.

In Bezug auf die Linearprojection Fig. 20 mag hier noch erwähnt werden, dafs die zu beiden Seiten der Axenebene ac (des Brachypinakoïds) symmetrisch liegenden Flächen, denen also eine homologe Formel zukommt, mit stär-

Digitized by Google

keren Linien dargestellt sind, als die unsymmetrisch liegenden.

Ausbildung der Krystalle und Beschaffenheit der Flächen.

Zu den vorliegenden Untersuchungen, welche keine vollständige Monographie des Axinits darstellen sollen, haben namentlich gedient die Vorkommnisse aus dem Dauphiné und von Botallak in Cornwall. Die Krystalle beider Fundorte haben ein recht verschiedenes Aussehen. Man kann schon einige Uebung erlangt haben im Auffassen der wechselnden Ausbildung der Krystalle vom Dauphiné, und mufs dennoch, um zum Verständnifs der Botallaker Krystalle zu gelangen, mit neuen Schwierigkeiten kämpfen. Der Axinit hat eine sehr deutliche Spaltbarkeit parallel der Fläche *v*, alle anderen sind sehr undeutlich und nur zuweilen an den Krystallen durch einen inneren Lichtreflex wahrnehmbar.

I. Die Krystalle vom Dauphiné sind nicht gleich in ihrer Ausbildung; theils herrschen nämlich die Flächen *Pru*, so dafs die allgemeine Form ein triklinoëdrisches Hexaïd darstellt, theils herrscht die Fläche *r* und die Krystalle sind mehr oder weniger tafelförmig. Diese beiden Typen sind indefs durch Uebergänge mit einander verbunden. Aufser diesen drei Flächen beobachtete ich an Dauphinéer Krystallen folgende: *s*, *c*, *x*, *y*, *i*, *v*, *w*, *l*, *h*, h^2, *α*, *β*, *z*, *m*, *e*, *o*, *f*, *g*, *n*, *k*, *d*, *t*. Als negatives Merkmal ist namentlich hervorzuheben das vollständige Fehlen der Fläche *q*; *c* ist selten und klein. Auch *δ* und *b* kommen an Dauphinéer Krystallen nicht vor. Da die Krystalle stets aufgewachsen sind, so hat man nur selten Gelegenheit, an ein und demselben Krystalle das obere und das untere Ende zu sehen. Fig. 1 zu sehen. Das obere Ende ist dadurch gekennzeichnet, dafs wenn die beilförmig zuschärfende Fläche *x* aufwärts gewandt ist, *u* zur Rechten von *s* liegt, das untere dadurch, dafs bei aufwärts gewandtem *x* die Fläche *u* zur Linken von *s* liegt. Von den treu nach der Natur gezeichneten Dauphinéer Krystallen, Figuren 4, 5, 6, 7, 9, 10 stellen demnach 4, 5, 6, 7, 10 obere Hälften dar, 9 ein unteres Ende. Beide Kry-

Digitized by Google

stallhälften sind sehr leicht zu unterscheiden, wenn die Fläche *l* vorhanden ist; wenn dieſs aber nicht der Fall, so ist die Unterscheidung zuweilen etwas schwierig, indem nämlich die Kanten *P*:*u* und *P*:*r* nur wenig verschieden sind. Doch orientirt dann die Fläche *o*, liegt sie links, so hat man das obere, liegt sie rechts, so hat man das untere Ende. Fehlt auch *o*, so leitet die sich meist durch einen innern Lichtreflex verrathende Spaltbarkeit von *v*, oder die Streifung von *r*. Die durch *r* tafelförmigen Krystalle haben meist ein sehr unsymmetrisches Ansehen dadurch, daſs auf der einen Seite *x*, auf der anderen *P* herrscht. Die Krystalle vom Dauphiné sind gewöhnlich von herrlichem Glanze; man möchte im gesammten Mineralreiche kaum glänzendere Krystalle finden. Nicht selten sind indeſs die Flächen etwas gebogen oder geknickt, so daſs sie doppelte Reflexbilder, oft deren eine ganze Reihe geben und man ihre Neigungen nicht genau ermitteln kann. Immer gestreift ist *r* (parallel der Kante *P*:*r*), dessen Neigung zu *P* und den Flächen derselben Zone man deshalb nicht genau messen kann. Doch hindert die oft sehr feine Streifung nicht, die Winkel von *r* zu *x*, *s*, *n* etc. mit ziemlicher Genauigkeit zu messen. Die Flächen, welche die stumpfe Kante *P*:*u* abstumpfen, sind gleichfalls gestreift parallel ihrer Combinationskante. Die Fläche *m*, deren genaue Messung von besonderem Interesse für das System ist, zeigt sich zuweilen durchaus matt, zur Messung ganz ungeeignet, zuweilen indeſs auch vollkommen glänzend. Die Fläche *s*, welche nur in sehr seltenen Fällen ganz fehlt, ist meist von lebhaftem Glanze, aber von eigenthümlich gewölbter Oberfläche; sie scheint vor allen anderen Flächen eine auffallende Unregelmäſsigkeit in ihrer Lage zu besitzen. *P* ist meist eben und glatt, zuweilen indeſs gestreift parallel der Kante mit *u*. Diese Streifen erstrecken sich zuweilen nur über einen Theil der Fläche, während ein anderer Theil derselben gestreift ist parallel der Kante *P*:*s*. Der Axinit aus den Oisansbergen im Dauphiné ist bekanntlich begleitet von Albit und Kalkspath. Gleiche Ausbildung wie diese

Digitized by Google

zeigen die Krystalle, welche sich am Berge Garviel, dem nördlichen Ausläufer des Scopi am Lukmanier gefunden haben (s. Hessenberg, Min. Not. IV. Forts. S. 27 u. meine Geogn. min. Beob. im Quellgeb. d. Rheins, Zeitschr. deutsche geol. Ges. 1862, S. 409). Die Krystalle von Kongsberg gleichen dem ersteren Typus der Dauphinéer Krystalle, indem *Pru* herrschen.

II. Die Krystalle von Botallak sind mehr oder weniger tafelförmig durch Vorherrschen der Fläche *r*, zu welcher hinzutreten: *s*, *b*, *c*, *u*, *r*, *δ*, *x*, *y*, *P*, *v*, *w*, *l*, *z*, *m*, *q*, *o*, *f*, *g*, *n*, *d*. Niemals beobachtet man die Flächen *i*, *h*, h^2, *α*, *β*, *e*, *k*, *t*. Im Vergleiche zu den Dauphinéern ist *o* sehr selten, *q* fehlt fast nie, *c* ist ausgedehnt; das Fehlen der beim Dauphinéer Vorkommen häufigen *e* ist besonders auffallend. Auch von den tafelförmigen Krystallen vom Dauphiné unterscheiden sich die Botallaker recht auffallend. Bei den meist dicktafelförmigen Krystallen aus Cornwall wird die Tafel durch *P* und *z*, welche sich in einer scharfen Kante von 63°35′,5 schneiden, zugeschärft. Die Endigung der Tafel wird vorzugsweise durch *v* und *c* gebildet, deren Kante durch *q* abgestumpft wird. Die Fläche *s* ist klein oder fehlt. Diese Krystalle erhalten nach unserer Axenwahl eine ziemlich schiefe Aufstellung, und es ist wohl möglich, dafs man denselben eine andere Stellung geben würde, wenn man das Studium der Axinite mit den Botallakern begonnen hätte. Wie bei den Dauphinéern ist auch hier bald das obere, bald das untere Ende frei. Fig. 15 zeigt *u* zur Rechten von *s*, ist demnach ein oberes Ende; in Fig. 16 würde *u* zur Linken von *s* liegen, wenn beide Flächen vorhanden wären; dieſs ist also eine untere Krystallhälfte. Die Flächen der Krystalle dieses Fundorts sind weniger vollkommen spiegelnd als die Dauphinéer, aber wenigstens die kleineren Exemplare im Allgemeinen ebener als jene. Die Spiegelbilder der Flächen der Botallaker zeigen wohl meist nicht ganz scharfe Umrisse, aber sie sind fast immer einfach. *r* und *s* treten meist alternirend auf, und sind gestreift parallel ihrer Combinationskante, zuweilen gehen diese bei-

Digitized by

den Flächen mit einer unmerklichen Rundung in einander über. *P* bildet hingegen mit *r* meist eine scharf absetzende Kante, und ist parallel der Kante mit *v* gestreift, *u*, *v* und *l* parallel ihrer Kante fein gestreift, *m* zuweilen in eigenthümlicher Weise geritzt parallel der Kante mit *n*. *q* ist meist glatt und glänzend, zuweilen indefs durchaus matt während alle umliegenden Flächen glänzend sind [1]).

1) Anmerk. 1. Ueber das *Vorkommen zu Botallak* hatte Hr. Dr. Aug. Krantz die Güte mir Folgendes mitzutheilen: »Bei meinem ersten Besuche Cornwall's im Herbste 1838 machte ich in Penzanze die Bekanntschaft des Ingenieurs Henwood, der mir die sehr schwer zugängliche Fundstelle des Axinits zu zeigen versprach. In etwa 20 Minuten Entfernung westlich von St. Just fällt die aus Granit bestehende Küste an 200 Fufs fast saiger ins Meer hinab; an einer Stelle tritt etwa in Mannshöhe unter dem obersten Rande eine etwa vier Zoll breite Kante vor, auf die wir uns, einer den anderen unterstützend, ohne jeden anderen Anhalt als die glatte Felswand, hinabliefsen. So bedächtig voranschreitend erreichten wir in etwa 20 Fufs Entfernung einen kleinen, auf keine andere Weise erreichbaren, freien Platz, von dem aus man um den Vorsprung eines Felsens zu einer eingelagerten Diorit-Partie gelangte, in der sich der Axinit in Schnüren bis zu 3 Zoll Dicke zeigte, der sich mit Schlägel und Eisen leicht von dem festeren Nebengestein trennen liefs. Da nur wenig mitgenommen wurde, so liefs ich mich am nächsten Tage zum alleinigen Wiederbesuche verleiten. Als ich aber bei unsicherem Hinablassen in der Luft über der furchtbarsten Brandung schwebte, zweifelte ich, ob das tollkühne Unternehmen in dieser ganz menschenleeren Oede gelingen würde. Nach überstandener Gefahr versorgte ich mich dann auch mit so vielen Stücken, als ich nur auf dem weniger gefahrvollen Rückwege tragen konnte; und jene Vorräthe sind selbst bis heute nicht erschöpft. Ich bin nie wieder an jene Stelle gelangt, und weifs nicht, ob dieselbe jetzt nach 28 Jahren zugänglicher geworden ist.« —

Anmerkung 2 Es möge hier eine Mittheilung über das Vorkommen des *Axinits am Monzoni* gestattet seyn. Dieser Berg, einer der merkwürdigsten der Erde, besteht seiner Hauptmasse nach aus Syenit, welches Gestein über einen Raum von etwa 4 Kilom. von Ost-West und etwa 3 von Nord nach Süd verbreitet, den 8570 Fufs hohen Gipfel bildet. Die Syenitmasse erhebt sich gegen Nord und Süd aus tiefen Thälern; gegen Ost und West wird sie eingeschlossen von Dolomit- und Kalkstein-Massen. Von Nord aus, vom Berge Bufaure, wohin der Monzoni einen furchtbaren Felsabsturz wendet, übersieht man das kolossale Profil der Syenitmasse. Ihre Gränzen beiderseits gegen die Kalkmassen,

Digitized by Google

Im »Schneeberger Revier« findet sich nach Stücken in der Sammlung des Dr. Krantz der Axinit in Krystallen

convergiren nach der Tiefe. Das Eruptivgestein breitet sich aus nach der Höhe. Aus dem 3 bis 4tausend Fufs hohen nördlichen Felsabsturz ragen gleich kolossalen Rippen mächtige Gänge von Hyperthenit hervor, welche nordsüdlich streichend, steil fallend in grofser Zahl das Syenitgebirge durchsetzen. Besondere Aufmerksamkeit verdienen die Kalkstein-Massen, welche theils allseitig von den Eruptivgesteinen umschlossen werden, theils denselben aufruhen; stets aber sey es der ganzen Masse nach, sey es nur an der Gränze die vom Syenit und Hyperthenit ausgehenden metamorphischen Einwirkungen offenbaren, und dadurch eine so lehrreiche Analogie darbieten zu den umgeänderten Kalksteinstücken, welche in so grofser Zahl im mittelitaliänischen Vulkangebiete von Pitigliano bis zum Vesuv sich zerstreut finden. — Aus dem nördlichen Thalgrunde stieg ich (1862) zur Seite der mittleren und gröfsten Hypersthenit-Gangmasse empor. Dieser Gang fällt unter 70° bis 75° gegen O, ist tafelförmig abgesondert, indem die Labradortafeln vorzugsweise parallel der Gangmasse liegen, wodurch eine vollkommen schiefrige Hypersthenit-Varietät entsteht. Die Masse des Ganges wird wiederum von einem Netzwerk sich allseitig verzweigender Adern durchsetzt. Im unteren Theile dieser Gangmasse trifft man eine jener metamorphosirten Kalksteinpartien. Serpentin (welcher auch im Hypersthenit gangähnliche Lager bildet) lagert auf der Gränze zwischen Kalkstein und dem Eruptivgesteine, und zieht sich in horizontalen Streifen durch die Kalkstein-Scholle. Diese ist die hauptsächliche Lagerstätte des Fassaits, welcher mit Granat und Vesuvian vergesellschaftet ist. Andere Punkte ähnlicher Art liefern Gehlenit, Epidot, schwarzen Spinell, den sog. Brandisit u. a. Weiter durch einen ungangbaren Felsrifs zur schneidigen Kante aufsteigend, sah ich Chabasit in gröfster Verbreitung die Flächen der Hypersthenitklüfte bedeckend. Derber brauner Granat bildet fufsmächtige, unregelmäfsig verzweigte Gänge; in Drusen: grüne, strahlige Hornblende, Magnesiaglimmer, Granat, Epidot, Prehnit, Kalkspath. Nahe dem Kamme in etwa 8000 Fufs Höhe (wo in Gängen eines wie zerfressen aussehenden Quarzes kleine Prehnit-Kugeln bemerkt wurden) fand ich den *Axinit*, in blättrig-krystallinischen Massen, mit braunem Granat und Kalkspath zollmächtige Gänge des körnigen Hypersthenfels erfüllend. Den Axinit vom Monzoni kennt bereits (1821) v. Senger in seiner Oryktognosie Tyrols, welche Angabe in viele Lehrbücher übergegangen ist. Doch wurde in dem verdienstvollen Werke »Die Mineralien Tyrols« von Liebener und Vorhauser jenes Vorkommen nicht erwähnt »weil in keiner Sammlung Tyrols ein Exemplar zu finden war und deshalb eine Täuschung vermuthet wurde.« »Allein vor drei Jahren ist der Axinit an der bezeichneten Stelle wirklich so

Digitized by Google

vollkommen mit dem Typus derjenigen von Botallak. Ein mir vorliegender, kaum eine Linie grofser Krystall von jenem Fundorte bildet eine flachgewölbte Tafel, welche durch die Flächen *r* und *z* gebildet wird. Ferner beobachtete ich an demselben *s*, *c*, *u*, *x*, *y*, *P*, *v*, *w*, *l*, *q*, *o*, *f*. Der Axinit von Thum in Sachsen, auf grünem Schiefer in bis zollgrofsen Krystallen, zeigt durch *r* gebildete Tafeln mit den hinzutretenden Flächen *s*, *u*, *x*, *y*, *P*, *v*, *l*, *m*, *o* (etwa wie Fig. 4). Auf einem Stücke von Thum in der Krantz'schen Sammlung bemerkt man eine zweifache Axinitbildung: ältere gröfsere Krystalle von bräunlicher Farbe, jüngere klein und farblos. Die Krystalle von Treseburg sitzen mit Asbest auf einem Gabbro-ähnlichen Gestein sind tafelförmig parallel *r*; hinzu treten *P* und *x*.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

III. *Einige Sätze aus der theoretischen Photometrie;*

von F. Zöllner,

Privatdocent der Physik an der Universität Leipzig.

§. 1.

Die theoretische Bestimmung der Lichtmengen, welche von den verschiedenen Phasen einer aus grofser Entfernung beleuchteten Kugel ausgesandt werden, ist mehrfach der Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen, von denen ich hier nur diejenigen von Kies[1]), Euler[2]),

wie ihn v. Senger beschreibt wieder gefunden worden.« (Nachtrag zu den Min. Tyrols von Liebener und Vorhauser 1866); welche Auffindung ohne Zweifel durch meinen trefflichen Führer Bernard mitgetheilt worden ist. — Ueber die Gegend des Monzoni vergl. v. Richthofen, Predazzo, St. Cassian und die Seifser Alp S. 252.

1) Kies, *Mémoires de l'Académie de Berlin* 1750, *p.* 223.

2) Euler, *Ibid. p.* 298.

Digitized by Google

Smith[1]), Bouguer[2]), Lambert[3]), Michell[4]) und J. Herschel[5]) erwähne.

Das Interesse, welches sich an diese Untersuchungen knüpfte, war zunächst ein astronomisches, indem theils der Mond, theils die unteren Planeten in ihrer verschiedenen Stellung zur Sonne und Erde einen periodischen Lichtwechsel zeigen, welcher, abgesehen von dem gleichzeitigen Wechsel der Entfernungen, lediglich durch die verschiedene Phasengröfse des beleuchteten Himmelskörpers bedingt seyn mufste.

Der bisherige Mangel an geeigneten Photometern verhinderte indessen die Vergleichung jener theoretischen Resultate mit denen der Beobachtung, so dafs eigentlich nie die Richtigkeit der den verschiedenen Theorien zu Grunde liegenden Principien hat empirisch geprüft werden können.

In einer vor Kurzem von mir veröffentlichten Schrift[6]) habe ich unter Anderen die Construction eines Photometers mitgetheilt, mit dessen Hülfe es mir gelungen ist, im Laufe der letzten drei Jahre sowohl das Helligkeitsverhältnifs des Mondes und sämmtlicher Planeten zur Sonne als auch die verschiedene Lichtstärke der Phasen jener Himmelskörper photometrisch zu bestimmen. Es ergaben sich hierbei für die Phasen des Mondes so beträchtliche Abweichungen von den bisher als gültig angenommenen Resultaten der Theorie, dafs nothwendig die Voraussetzungen, welche diesen Berechnungen zu Grunde liegen, unrichtige seyn müssen.

Die Voraussetzungen, welche Lambert bei Entwicke-

1) Smith, Optik, übersetzt von Kaestner, Altenburg 1755, S. 382 bis 386.

2) Bougner, *Traité d'optique* 1760 *Livre II. Sect. IV. Art. IV.*

3) Lambert, *Photometria, sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae. Augsburg* 1760. §§. 1040 — 1060.

4) Michell, *Phil. Transact.* 1829. *Vol. CXIX, p.* 20. Anmerk.

5) J. Herschel, *Results of astronomical observations made during the years* 1834 — 1838 *at the Cape of Good Hope. London* 1847, *p.* 356. Anmerk.

6) Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper. Leipzig 1865.

Digitized by

lung seiner Formel machte, waren im Wesentlichen die drei folgenden:

1) Die Gestalt des Mondes ist eine Kugel.
2) Die Oberfläche des Mondes ist homogen.
3) Auf jedes Element der Mondoberfläche ist das photometrische Grundgesetz anwendbar.

Nach den Untersuchungen Hansen's[1]) und Gussew's[2]) ist aber die Gestalt des Mondes keine Kugel, sondern ein mit seiner grofsen Axe der Erde zugewandtes Ellipsoïd von geringer Excentricität.

Die zweite Voraussetzung entfernt sich offenbar am meisten von der Wirklichkeit und zwar in doppelter Weise: einmal durch die Anwesenheit der Flecken auf dem Monde und dann durch die zahlreichen und bedeutenden Erhebungen auf seiner Oberfläche.

Aus Gründen, welche in meiner gröfseren Schrift ausführlich entwickelt sind (a. a. O. S. 112 ff.) nahm ich die letzte der drei Voraussetzungen als zulässig an und untersuchte den Einfluſs, welchen sowohl die ellipsoïdale Ge-

1) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Vol. XV*, 1854. *Nov.* 10.

2) *Bulletin de l'Académie de St. Petersbourg* 1859. *T. I, p.* 276—300. Die Resultate von Hansen's theoretischen Untersuchungen verlangen nur die Annahme einer Nichtcoïncidenz des *Schwerpunktes* und des *Centrums* der als Kugel betrachteten Mondoberfläche. Dieser Bedingung kann aber auf doppelte Weise genügt werden; entweder dadurch, dafs der Mond, bei gleichförmiger Dichte, in einer der Verbindungslinie mit der Erde parallelen Richtung von der Kugelgestalt abweicht, oder, dafs bei vorhandener Kugelgestalt die Dichtigkeit eine ungleiche sey. Hansen entscheidet sich a. a. O. für den letzten Fall, wogegen Gussew, sowohl aus dem Effect einer von Warren de la Rue mit Benutzung der Libration angefertigten Mondstereoskopie, als auch durch sehr sorgfältige Messungen an diesem Objecte, sich für die erste Annahme erklärt. Er findet a. a. O. dafs »die allgemeine Gestalt der Mondoberfläche in dem mittleren Theile der uns zugekehrten Hälfte als eine Kugel zu betrachten sey von einem kleineren Radius als der, welcher dem sichtbaren Rande angehört.« Betrachtet man die hierdurch entstehende Figur annähernd als ein Ellipsoïd, so beträgt die Excentricität desselben nach Gussew 0,07; nach Hansen (bei Annahme einer gleichförmigen Dichte) 0,03.

Digitized by Google

stalt des Mondes als auch die bergige Beschaffenheit seiner Oberfläche auf die Lichtmengen ausübt, die von den verschiedenen Mondphasen zur Erde gesandt werden.

Bei diesen Untersuchungen bin ich auf einige neue Lehrsätze des photometrischen Calcüles geführt worden, welche, wie ich glaube, auch unabhängig von dem Ziel der erwähnten Untersuchungen ein mathematisch-physikalisches Interesse beanspruchen dürften, und die ich mir deshalb erlaube, hier in etwas allgemeinerer Form mitzutheilen.

§. 2.

Mit dem Worte »*Intensität*« oder »*Leuchtkraft*« soll im Folgenden stets eine Zahl bezeichnet werden, welche die von der Flächeneinheit ausgesandte Lichtmenge eines selbstleuchtenden oder beleuchteten Körpers als Vielfaches einer bestimmten, als Einheit angenommenen Lichtmenge ausdrückt.

Unter der Voraussetzung, dafs auf die hier betrachteten Körper, sowohl leuchtende als beleuchtete, die Principien des Lambert'schen Calcüles [1]) anwendbar sind, seyen dp und dp' zwei im Raume beliebig gelegene Flächenelemente, von denen das erste mit der Intensität J als *leuchtend*, das zweite als von dem ersten *beleuchtet* vorausgesetzt wird.

Bezeichnet man den Abstand der beiden Elemente mit r und die Winkel, welche ihre Normalen mit ihrer Verbindungslinie machen, beziehungsweise mit ε und ε', so wird die Lichtmenge, welche von dem leuchtenden Elemente dp auf das nicht leuchtende dp' übergeht nach Lambert's Calcül ausgedrückt durch:

$$\frac{J\,dp\,dp'\cos\varepsilon\cos\varepsilon'}{r^2} \quad \ldots\ldots \quad (1).$$

Aus diesem photometrischen Grundgesetze Lambert's ergeben sich analytisch einige Sätze, welche im Folgenden mehrfache Anwendung finden, rücksichtlich deren Ableitung

1) Vergl. Lambert Photometria. — Beer Grundrifs des photometrischen Calcüles, Braunschweig 1854.

Digitized by Google

ich jedoch auf Lambert's Photometria oder Beer's Grundrifs des photometrischen Calcüles verweise.

Zunächst ergiebt sich aus dem angeführten Grundgesetze der folgende Satz:

Wird ein Flächenelement aus grofser Entfernung von einer überall mit gleicher Intensität leuchtenden Kugel bestrahlt, so bleibt die Erleuchtung jenes Elementes dieselbe, wenn man die Kugel durch eine gleich intensiv leuchtende, sphärische Kreisfläche ersetzt, deren scheinbarer Durchmesser, vom Element aus betrachtet, mit dem der Kugel übereinstimmt und deren Mittelpunkt auf der Verbindungslinie des Elementes mit dem Kugelcentrum liegt.

Sowohl bei diesem als auch bei allen folgenden Sätzen werden die Entfernungen der sich Licht zusendenden Körper so grofs vorausgesetzt, dafs die Dimensionen dieser Körper gegen ihre Entfernungen zu vernachlässigen sind.

Unter dieser Voraussetzung sey eine, mit der Intensität J leuchtende Kugel und ein von dieser beleuchtetes Flächenelement dp' gegeben. Bezeichnet ζ den Winkel zwischen der Normalen jenes Elementes und seiner Verbindungslinie mit dem Kugelcentrum, ferner η den scheinbaren Halbmesser der vom Elemente dp' aus gesehenen Kugel, so wird die Lichtmenge dq, welche von der Kugel auf das Element dp' übergeht ausgedrückt [1]) durch:

$$dq = J\pi \sin^2\eta \cos\zeta\, dp' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Substituirt man nach dem oben angeführten Satze für die Kugel eine sphärische Kreisfläche und setzt

$$\zeta = 0$$

$$\eta = \frac{\pi}{2}$$

so erhält man aus dieser Formel (2) für die Lichtmenge dq, welche von der ganzen, über dem Element dp' gewölbten und überall mit der gleichen Intensität J strahlenden Hemisphäre auf jenes Element übergeht, den Ausdruck:

$$dq = J\pi dp' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Das beleuchtete Element dp' denken wir uns von solcher

1) Lambert, Photometria §. 135. — Beer, phot. Calc. S. 33.

Beschaffenheit, dafs es das empfangene Licht zerstreut nach allen Richtungen gemäfs dem Lambert'schen Emissionsgesetze [1]) aussendet.

Da dieses Gesetz beim Lambert'schen Calcül sowohl für beleuchtete als auch für selbstleuchtende Körper als gleich vorausgesetzt wird, so kann man sich jederzeit das beleuchtete Element, bezüglich der von ihm ausgestrahlten Lichtmenge, durch ein, mit einer gewissen Intensität J, selbstleuchtendes Element ersetzt denken.

Es reflectirt indessen kein Körper die gesammte auf ihn fallende Lichtmenge, sondern stets nur einen Theil derselben. Daher wird auch nicht die ganze, nach der obigen Formel auf das Element dp' übergehende Lichtmenge dq ausgesandt werden, sondern nur die Lichtmenge $\mu\, dq$, wo μ einen ächten Bruch darstellt, der die sogenannte »*Albedo*« oder »*lichtreflectirende Kraft*« des beleuchteten Körpers bestimmt.

Mit Rücksicht hierauf zeigt der »Lambert'sche Calcül« [2]), dafs man jedes Element, auf welches von einem leuchtenden Körper die Lichtmenge dq übergegangen ist, durch ein gleichgrofses, selbstleuchtendes Element dp ersetzen kann, dessen Intensität oder Leuchtkraft J' ausgedrückt wird durch:

$$J' = \frac{\mu\, dq}{\pi\, dp} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

§. 3.

Die vorstehend angeführten Sätze reichen für unsere ferneren Untersuchungen aus. Es soll mit ihrer Hülfe zunächst der folgende Satz bewiesen werden:

Sind drei beliebig grofse Kugeln gegeben, von denen zwei durch die dritte beleuchtet werden, so bleibt die zwischen den ersteren übergehende Lichtmenge dieselbe,

1) In wie weit die Anwendbarkeit dieses Gesetzes auf physische Körper zulässig ist, habe ich im ersten Theile meiner oben citirten Schrift, bei einer Kritik des Lambert'schen und Bouguer'schen Calcüles, untersucht.

2) Lambert, Photom. §. 133 ff. — Beer, phot. Calc. S. 28 ff.

Digitized by

Nach der über die Entfernungen und Dimensionen der drei Körper gemachten Annahme werden die hier in Betracht kommenden Strahlensysteme als parallel vorausgesetzt.

Wir bestimmen zunächst die Lichtmenge dq', welche von der leuchtenden Kugel A auf das Cylinderelement $d\sigma$ übergeht. Durch Einführung der entsprechenden Gröfsen erhält man hierfür nach Formel (2)

$$dq' = J\pi \sin^2\eta \cos\varepsilon \, d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

worin J die überall als gleich angenommene Leuchtkraft oder Intensität der Kugel A bezeichnet.

Um nun die Lichtmenge dq auszudrücken, welche von diesem beleuchteten Elemente auf die senkrecht zur Richtung BC gelegene Flächeneinheit des Cylinders c übergeht, verwandeln wir jenes Element zunächst in ein selbstleuchtendes, dessen Leuchtkraft J' durch die Formel (4) bestimmt ist. Substituirt man hierin für dq den oben in (5) für dq' gefundenen Werth und setzt $d\sigma = dp$, so erhält man:

$$J' = \mu J \sin^2\eta \cos\varepsilon$$

folglich, mit Rücksicht auf Formel (1):

$$dq = \frac{\mu J \sin^2\eta}{D^2} \cdot \cos\varepsilon \cos\varepsilon' \, d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Der von C aus gesehene und beleuchtete Theil des Cylinders B liegt nun zwischen den Berührungslinien zweier Tangentialebenen, welche parallel den Richtungen BA und BC an den Cylinder B gelegt sind. Sind die Projectionen dieser Berührungslinien durch T und O dargestellt, so mufs der oben für dq gefundene Ausdruck über diesen Raum $TO = v$ integrirt werden, um die Lichtmenge zu erhalten, welche von der beleuchteten Cylinderfläche auf die senkrecht zu BC gelegene Flächeneinheit des Cylinders C übergeht. Man hat also:

$$q = \frac{\mu J \sin^2\eta}{D^2} \int_{\frac{1}{2}\pi - v}^{\frac{1}{2}\pi} \cos\varepsilon \cos\varepsilon' \, d\sigma \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Digitized by Google

Mit Rücksicht auf die oben eingeführten Bezeichnungen ist aber:

$$d\sigma = r\,d\varphi$$
$$\varepsilon = \pi - (v+\varphi)$$
$$\varepsilon' = \varphi.$$

Die Substitution dieser Werthe in dem obigen Ausdruck (8) giebt:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2\eta}{D^2} \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi - v} d\varphi \cos\varphi \cos(v+\varphi) \quad . \quad . \quad (9),$$

oder nach Ausführung der Integration:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2\eta}{2D^2} (\sin v - v\cos v) \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Macht man hierin die Höhe des Cylinders gleich $\frac{2}{3}$ des Durchmessers seiner Basis, d. h. setzt man

$$h = \frac{4r}{3},$$

so wird der Ausdruck (10) identisch mit der oben von Lambert für die Kugel angegebenen Formel (5), was zu beweisen war.

§. 4.

Es soll nun ferner der folgende Satz bewiesen werden:

Wird die Oberfläche eines geraden Kreiscylinders, dessen Höhe gleich dem Durchmesser seiner Basis ist, einer zur Axe senkrechten Strahlung ausgesetzt, so sendet die hierdurch erleuchtete Cylinderfläche auf ein zur Strahlenrichtung senkrecht und sehr entfernt gelegenes Flächenelement dieselbe Lichtmenge, wie die in derselben Entfernung senkrecht bestrahlte Basis des Cylinders.

Zum Beweise dieses Satzes ersetzen wir die bisher betrachtete Flächeneinheit des Cylinders c durch ein Flächenelement $d\gamma$, welches zwischen der leuchtenden Kugel A und dem von dieser beleuchteten Cylinder B, senkrecht zur Verbindungslinie AB dieser beiden Körper liegt. Die Entfernungen der Kugel, des Cylinders und des Flächenelementes $d\gamma$ werden nach dem Obigen so grofs angenommen,

dafs die zwischen diesen stattfindende Bestrahlung als eine parallele betrachtet werden kann.

Man erhält nun leicht aus Formel (10) die Lichtmenge, welche unter den angenommenen Bedingungen von der Cylinderfläche B auf $d\gamma$ in der Entfernung D übergeht. Dem zu beweisenden Satze gemäfs sind hierzu nur folgende Substitutionen erforderlich:

$$h = 2r$$

$$v = \pi,$$

so dafs die gesuchte Lichtmenge dq sich ausdrücken läfst durch:

$$dq = \frac{\mu J r^2 \pi \sin^2 \eta}{D^2} d\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Einem in $d\gamma$ befindlichen Auge würde bei den gemachten Voraussetzungen die Cylinderfläche als ein beleuchtetes Quadrat erscheinen, dessen Helligkeit nach Maafsgabe des Incidenzwinkels der auffallenden Strahlen an verschiedenen Stellen eine verschiedene ist. Es soll nun gezeigt werden, dafs die von diesem Quadrate ausgestrahlte Lichtmenge dieselbe bleibt, wenn man dem Cylinder eine solche Lage giebt, dafs seine ebene kreisförmige Basis einer senkrechten Bestrahlung ausgesetzt ist und daher ein in $d\gamma$ befindliches Auge an Stelle des früheren, ungleichförmig erleuchteten Quadrates, eine gleichförmig beleuchtete Kreisscheibe sieht.

Bezeichnet $d\psi$ ein Flächenelement der Cylinderbasis, so wird nach Formel (2) die Lichtmenge dq', welche von der senkrecht über jenem Elemente befindlichen Kugel A übergeht, ausgedrückt durch:

$$dq' = J\pi \sin^2 \eta \, d\psi.$$

Um die hierdurch auf $d\gamma$ erzeugte Erleuchtung zu bestimmen, ersetzen wir wieder das erleuchtete Element $d\psi$ durch ein selbstleuchtendes, für dessen Intensität J' sich nach Formel (4) mit Berücksichtigung des obigen Werthes für dq' ergiebt:

$$J' = \mu J \sin^2 \eta.$$

Folglich ist die von $d\psi$ auf $d\gamma$ in der Entfernung D übergehende Lichtmenge dq'':

$$dq'' = \frac{\mu J \sin^2 \eta}{D^2} d\gamma \, d\psi$$

Digitized by Google

und demnach die von der ganzen Cylinderbasis auf $d\gamma$ übergehende Lichtmenge dq:

$$dq = \frac{\mu J \sin^2\eta}{D^2} d\gamma \int d\psi$$

oder, da:

$$\int d\psi = r^2\pi$$

$$dq = \frac{\mu J r^2 \pi \sin^2\eta}{D^2} d\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Dieser Ausdruck ist, wie man sieht, mit dem in (11) gefundenen identisch, woraus folgt, dafs die dort betrachtete *Cylinderfläche* dieselbe Lichtmenge auf $d\gamma$ sendet, wie die *ebene Fläche* der senkrecht zur Strahlung gelegenen Basis des Cylinders, was zu beweisen war.

Ersetzt man die oben betrachteten Kreiscylinder unter übrigens gleichen Umständen, durch zwei Cylinder mit elliptischen Grundflächen, deren grofse Axen in die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte fallen, so unterscheidet sich der unter dieser Bedingung erhaltene Ausdruck von dem für Kreiscylinder erhaltenen nur durch Glieder, welche von höheren Potenzen der Excentricität der elliptischen Basis abhängen.

Der Beweis dieses Satzes würde hier zu weit führen; ich erlaube mir daher bezüglich desselben auf meine ausführliche Schrift (S. 43 bis 49) zu verweisen. Es ist dort ebenfalls gezeigt worden, wie man mit Rücksicht auf jenen Satz zu dem Schlusse berechtigt sey, dafs die geringe, ellipsoïdale Abweichung des Mondes von der Kugelgestalt keinen merklichen Einflufs auf die photometrisch bestimmbaren Lichtmengen seiner Phasen äufsern könne.

§. 5.

Um nun auch den Einflufs der bergigen Beschaffenheit der Mondoberfläche auf die Lichtstärke seiner Phasen der Rechnung zu unterwerfen, bin ich von folgenden Betrachtungen ausgegangen.

Ist auf der Mondoberfläche ein beliebig gelegener Gebirgszug gegeben, so ist offenbar die Lage desselben für die Gröfse seines Schattenwurfes nicht gleichgültig. Viel-

Digitized by Google

mehr wird bei einem senkrecht zur Strahlenrichtung gelegenen Bergzuge der Schattenwurf sein Maximum, bei einem parallel derselben gelegenen sein Minimum erreichen. In sofern man also zunächst nur den Einfluſs dieses Schattenwurfes berücksichtigt, kann man stets die Gröſse des Schattens eines beliebig gelegenen Gebirgzuges durch den Schatten eines andern, senkrecht zur Bestrahlung gelegenen ersetzen, so daſs an Stelle der unregelmäſsigen Vertheilung von Bergen eine regelmäſsige substituirt werden kann, dergestalt, daſs continuirliche Bergzüge von gleicher Höhe parallel den Meridianen die Mondoberfläche bedecken. Hierbei wird vorausgesetzt, daſs die Mondaxe normal zu der durch Sonne, Mond und Erde gelegten Ebene steht.

Die weitere Beschaffenheit der Höhenzüge kann man dadurch für die Berechnung vereinfachen, daſs man dieselben als aus zwei, unter einem bestimmten Winkel zusammenstoſsende Flächen bestehend annimmt, so daſs hierdurch die Mondoberfläche eine Art, parallel den Meridianen gerichteter, Cannelirung erhält.

Mit Hülfe dieser vereinfachenden Annahmen versuchte ich nun eine Formel für die von verschiedenen Phasen einer solchen Kugel reflectirten Lichtmengen abzuleiten, gelangte jedoch hierbei zu so complicirten Ausdrücken, daſs ich von jeder weiteren Untersuchung auf der angegebenen Basis Abstand nehmen muſste.

Auch unter der Annahme, daſs sich an Stelle der vorausgesetzten Gebirgszüge einfach nur unendlich dünne Wände in gleichem Abstande befänden, sind die Integrale, auf welche man schlieſslich kommt, doch noch viel zu verwickelt, als daſs man hoffen dürfte, auch nur einen einigermaſsen bequemen und übersichtlichen Ausdruck zu erhalten.

Die Ursache, weshalb sich trotz aller dieser Vereinfachungen die Ausdrücke doch schlieſslich so stark complicirten, lag wesentlich in der sphärischen Gestalt des betrachteten Körpers. Indem ich nun untersuchte, ob sich an Stelle der Kugel nicht ein anderer Körper von einfacherer Gestalt substituiren lasse, welcher dasselbe oder doch ein

Digitized by Google

ähnliches Erleuchtungsgesetz durch seine Phasen zeigte, wurde ich auf den bereits oben hervorgehobenen Satz von der Uebereinstimmung dieses Gesetzes bei Kugel und Cylinder geführt.

Es fragt sich nun, ob jene Uebereinstimmung noch fortbesteht, wenn die Oberflächen der besagten Körper nicht mehr homogen, sondern eine Beschaffenheit von der soeben besprochenen Art besitzen.

Streng genommen wird man diese Frage ohne vorhergegangene Untersuchung im Allgemeinen verneinen müssen.

Mit Rücksicht auf den vorliegenden Gegenstand gestaltet sich jedoch dieselbe einfacher.

Abgesehen von den dunklen und unregelmäfsig vertheilten Flecken auf der Mondoberfläche, ist auch die Vertheilung der Berge eine sehr unregelmäfsige. Von beiden Umständen mufs aber, der Natur der Sache gemäfs, bei einer theoretischen Untersuchung des Einflusses schattenwerfender Objecte — um den es sich hier lediglich handelt — abgesehen werden.

Indem man nun den Einfluſs zu ermitteln sucht, welchen eine *regelmäfsige* Vertheilung von schattenwerfenden Körpern auf das Phasenerleuchtungsgesetz eines *Cylinders* ausübt, kann man jederzeit auf der *Kugel* eine solche *unregelmäfsige* Vertheilung jener Körper annehmen, dafs sowohl für den *Cylinder mit regelmäfsiger* als auch für die *Kugel mit unregelmäfsiger* Vertheilung von Erhebungen dasselbe Phasenerleuchtungsgesetz stattfindet.

Auf Grund dieser Betrachtung habe ich für die unregelmäfsig mit Bergen bedeckte Mondkugel einen regelmäfsig cannelirten Cylinder substituirt. Die befriedigende Uebereinstimmung der auf diese Weise entwickelten Theorie mit den Beobachtungen hat gezeigt, dafs man zu den hier gemachten Voraussetzungen berechtigt war.

§. 6.

Ist die Cannelirung eine scharfkantige, so dafs die einzelnen Erhebungen lediglich aus zwei, unter einem bestimmten Winkel zusammenstofsenden Ebenen bestehen, so nimmt der Ausdruck für die von einem solchen Cylinder auf die

Digitized by

Flächeneinheit übergehende Lichtmenge folgende einfache Gestalt an:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2 \eta}{2 D^3} \left\{ \sin(v - \beta) - (v - \beta) \cos(v - \beta) \right\} \quad (13)$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dafs die Anzahl der Erhebungen eine sehr grofse ist und dafs β den Winkel bezeichnet, um welchen die Seite einer Erhebung gegen ihre Basis geneigt ist. Dieser Winkel mag in der Folge *Elevationswinkel* heifsen.

Berücksichtigt man auch die Anzahl der Erhebungen, so ergiebt sich zwar eine bei Weitem complicirtere Formel, die jedoch alsdann eine solche Allgemeinheit besitzt, dafs sie gleichzeitig die Erleuchtung durch jeden beliebigen zu einer bestimmten Gattung gehörigen, prismatischen Körper ausdrückt. In Betreff dieser Formel und ihrer Entwickelung mufs ich jedoch auf meine ausführliche Schrift (S. 54 bis 65) verweisen.

Aus der Vergleichung des obigen Ausdruckes (13) mit dem in (10) erhaltenen, ergiebt sich unmittelbar der folgende Satz:

Die Erleuchtung eines Körpers durch die Phase eines scharfkantig cannelirten Cylinders ist gleich der Erleuchtung durch einen homogenen Cylinder, welcher sich in einer, um den Elevationswinkel der Cannelirung verminderten Phase befindet.

Man kann nun aber, nach dem früher bewiesenen Satze, den homogenen Cylinder durch eine homogene Kugel ersetzen, und, gemäfs der über die Vertheilung und den Einfluss von Erhebungen angestellten Betrachtungen, für den *regelmäfsig* cannelirten Cylinder eine *unregelmäfsig* mit Erhebungen bedeckte Kugel substituiren. Mit Rücksicht hierauf ergiebt sich aus dem letzten Satze der folgende:

Die Erleuchtung eines Körpers durch die Phase einer mit nicht abgestumpften Erhebungen bedeckten Kugel, ist gleich der Erleuchtung durch eine homogene Kugel, welche sich in einer, um den mittleren Elevationswinkel jener Erhebungen verminderten Phase befindet.

Digitized by Google

In Wirklichkeit wird jedoch die hier vorausgesetzte Abwesenheit von Abstumpfungen nicht stattfinden, und es ist klar, dafs der Einfluſs der letzteren desto stärker hervortreten muſs, je kleiner die Phase der beleuchteten Kugel ist.

In Betreff der hierdurch nothwendigen Verallgemeinerung der Formel (13) verweise ich auf meine ausführliche Schrift (S. 60 bis 69).

Bei Anwendung der entwickelten Theorie auf die Lichtstärke der Mondphasen, hat sich gezeigt, dafs, wenigstens bei abnehmendem Monde für die Phasen von der Opposition bis in die Nähe der Quadraturen schon das erste Glied jener Formel genügt, um die Beobachtungen befriedigend darzustellen. Für den zunehmenden Mond findet die Uebereinstimmung nur bis zu einer Elongation von 110° statt, indem die bei kleineren Elongationen ausgesandten Lichtmengen bereits den Einfluſs der vernachlässigten Abstumpfungen anzudeuten scheinen.

Dafs übrigens die hier aufgestellten Sätze bezüglich ihrer Anwendung auf die Mondphasen nur als Annäherungen zu betrachten sind, und daher der empirisch bestimmten Constanten β in unserer Formel nur annähernd die Bedeutung des mittleren Elevationswinkels der Mondberge beizulegen ist, habe ich a. a. O. ausführlich erörtert.

Leipzig, im Januar 1866.

IV. *Der gegenwärtige experimentelle Thatbestand der Lehre von der Hydrodiffusion durch thierische Membranen;*

von C. Eckhard in Gieſsen.

Seit dem Jahre 1858 habe ich mich vielfach mit der Feststellung der empirischen Gesetze beschäftigt, welche die

Digitized by

Hydrodiffusion durch Membranen beherrschen. Ich habe dabei so viel als möglich mich frei gehalten von leeren, unbegründeten Speculationen, sondern allen Fleifs auf die scharfe Ausmittelung des Thatsächlichen gewandt, weil jede Theorie ihre Basis sicher haben mufs und die frühern Untersuchungen entweder wenig Uebereinstimmung unter sich zeigten oder bedeutenden Ausstellungen ausgesetzt waren. Die Methoden und die Resultate meiner Untersuchungen habe ich nach und nach in meinen »*Beiträgen zur Anatomie und Physiologie*« publicirt. Den Physikern scheinen dieselben wenig bekannt geworden zu seyn. Dieſs ist der Grund, weshalb ich in diesen Annalen einen Auszug aus denselben gebe. Ich werde jedoch dabei das in neuerer Zeit von anderer Seite her Geleistete gleichfalls berühren, um auf diese Weise zusammenzubringen, was man gegenwärtig wohl als ausgemacht über die Fundamentalfragen des fraglichen Gegenstandes ansehen kann.

Ich begann damit, den von Jolly aufgestellten Begriff des *endosmotischen Aequivalentes* anders zu nehmen und für eine Anzahl von Körpern unter verschiedenen Umständen das Aequivalent in dem neuen Sinne zu bestimmen. Nachdem nämlich, namentlich durch Ludwig, gezeigt worden war, dafs die im Hydrodiffusionsproceſs sich austauschenden Mengen, unter anderen wesentlich von der Concentration abhängig sind, mufste unter dem endosmotischen Aequivalent das Verhältnifs zwischen dem durch die Membran gehenden Salz und Wasser im *constanten* Proceſs verstanden werden; es mufste also die Gröſse beider Ströme unter der Bedingung bestimmt werden, dafs während der *ganzen Dauer des Versuches* die Versuchsflüssigkeiten genau dieselben blieben. Ich versuchte nun zuerst unter solchen Umständen für eine bestimmte Membran und den gleichbleibenden übrigen Bedingungen, von denen die Hydrodiffusion als abhängig bereits erwiesen oder erwartet werden konnte, das Aequivalent eines Salzes *wiederholt* zu bestimmen, um mich darüber zu belehren, welcher Schärfe wohl die Bestimmung des Aequivalentes fähig wäre. Nach

Digitized by Google

mancherlei Proben blieb ich bei dem *frischen* Herzbeutel, anfangs des Kalbes, später der Kuh und des Ochsen stehen, welchen ich einige Stunden hindurch bei niederer Temperatur in destillirtem Wasser unter mehrmaligem Wechsel desselben auswässerte. Ich kann jetzt noch nichts Besseres empfehlen. Keine andere Membran hat mir bei gleicher Sorgfalt, die ich den Versuchen widmete, so constante Resultate, als das genannte Pericardium gegeben. Diefs liegt wohl hauptsächlich in den Umständen, dafs diese Haut, mit Ausnahme einer sehr dünnen, kaum wahrnehmbaren oberflächlichen Schicht durch und durch aus einem und demselben Gewebe gebaut ist, dafs die Fasern sich sehr innig mit einander verfilzen, so dafs bei der verhältnifsmäfsigen Dicke der Membran und der Anwesenheit einer die Fasern zusammenhaltenden Bindesubstanz, die sich nur in alkalischem Wasser nach Stunden langem Stehen merklich löst, gröfsere Spalten nicht leicht vorkommen, um so weniger, als auch durch Vermeidung vorhergehenden Trocknens keine Gelegenheit zur Bildung von Rissen und Sprüngen gegeben ist. Von anderen Membranen habe ich *Collodium*häute und *vegetable parchment* versucht. Sobald ich aber nur zwei Versuche durch dasselbe Membranstück unter denselben Umständen hinter einander anstellte, kamen Differenzen in den Resultaten zum Vorschein, die so grofs waren, dafs sie die Einflüsse anderer näher zu untersuchender Umstände theilweise oder völlig verdeckt haben würden. Die mit dem letzteren Product erhaltenen Resultate habe ich in meinen Beiträgen als Beweis des eben Gesagten mitgetheilt [1]). Auf die Anwendung des Collodiums als Diffusionsmembran komme ich bei einer anderen Gelegenheit zurück. Nur die Hornhaut kann sich mit dem Rinderpericardium messen, sie besteht aber auch wesentlich aus demselben Gewebe. Doch ist sie nicht so bequem zu handhaben, als jene Haut, und wegen ihrer gröfseren Dichte geht die Diffusion durch sie nur sehr langsam von statten [2]).

1) Bd. II, S. 31.

2) Beiträge Bd. II, S. 41.

Digitized by Google

Als Salz wählte ich für meine ersten Versuche *Chlornatrium*. Ich traf diese Wahl hauptsächlich aus dem Grunde, weil ich es hier mit einem Salze zu thun hatte, das bei den verschiedensten Temperaturen nahezu gleiche Löslichkeit besitzt. Mit veränderlicher Temperatur können sich also wohl die endosmotischen Strömungen ändern, nicht aber auch zugleich die Beziehungen zwischen den die Lösung bildenden Körpern, was, wenn es stattfindet, die Wirkungen der Temperatur für den Hydrodiffusionsprocefs nicht *rein* hervortreten läfst. Das Einzelne meines Verfahrens gestaltete sich folgendermaafsen. In eine mit *feuchter* Blase überbundene Röhre gab ich eine gewogene Menge gut geglühten, dann gepulverten, hierauf nochmals erwärmten und über Schwefelsäure erkalteten chemisch reinen Chlornatriums. Zu ihm fügte ich eine gleichfalls gewogene Menge gesättigter Lösung desselben Salzes; diefs that ich deshalb, damit vom Anfang des Versuches an gleich gelöstes Salz vorhanden wäre und das Salz nicht erst Wasser durch die Membran zu seiner Lösung aufzunehmen brauchte. Hieraus berechneten sich die eingeführten Salz- und Wassermengen. Diese Röhre senkte ich in destillirtes Wasser, welches ich entweder öfters wechselte, oder in so grofser Menge anwandte, dafs, so lange als der Versuch dauerte, diese Flüssigkeit als unverändert angesehen werden konnte. Die Salzlösung in der Röhre wurde zum Oefteren umgerührt und der Versuch zu einer Zeit unterbrochen, wo die Röhre noch ungelöstes Salz enthielt. Es war also auch die innere Flüssigkeit constant geblieben. Um Druckdifferenzen auszuschliefsen, wurde die Diffusionsröhre so tief eingesenkt, dafs sich die resp. Höhen umgekehrt wie die spec. Gewichte von concentrirter Salzlösung und Wasser verhielten. Ich habe mich indefs durch besondere Versuche überzeugt, dafs auf diesen Umstand, welcher sonst bisweilen sehr ängstlich hervorgehoben wird, nicht viel ankommt. Die endosmosmotische Kraft befördert in derselben Zeit durch eine Membran einen unvergleichlich gröfseren Strom durch, als ein hydrostatischer Druck, welcher weit die Gröfse

Digitized by Google

übersteigt, die sich ergiebt, wenn man beide Flüssigkeiten gleich hoch stellt. Diese Bemerkung bezieht sich natürlich nur auf die von mir angewendeten Membranen; bei sehr dünnen Scheidewänden, die sich aber wegen der möglicher Weise vorhandenen defecten Stellen nicht empfehlen, mag dieſs anders seyn. Ich komme später noch einmal auf diesen Punkt, die Einwirkung des Druckes auf die Endosmose, zurück. Durch Analyse des Inhaltes der Röhre am Ende des Diffusionsversuches erhielt ich Kenntniſs von dem nun vorhandenen Salz und Wasser und ein Vergleich beider mit den eingeführten Mengen gab Kenntniſs von der Gröſse des Salz- und Wasserstromes. Ueber diese und noch andere Einzelheiten der Methode, vergl. man Bd. I der Beiträge S. 114. Die ersten Versuche, auf diese Weise das Aequivalent des Kochsalzes zu bestimmen, ergaben mir für zwei Membranen, durch welche jede ich zwei Versuche nach einander ausführte, als Werthe die Zahlen 2,82; 2,81; 2,83; 2,83. Selbst wenn ich zwischen den auf einander folgenden Versuchen bei anderen Proben der Art die Membran längere Zeit in Wasser, nur bei niedriger Temperatur aufbewahrte, damit keine Fäulniſs eintrat, oder *mehre* Versuche durch sie anstellte, erhielt ich immer noch eine sehr befriedigende Uebereinstimmung derselben, die sich stets noch auf die erste Decimale erstreckte. Wendete ich zu diesen Versuchen die verschiedensten Stücke desselben Herzbeutels, oder solche von andern Individuen an, so fand ich hier zwar Unterschiede, aber viel kleinere als ich erwartet hatte. Für den Kalbsherzbeutel bin ich bei den vielen, von mir angestellten Versuchen den Zahlen 2,8 bis 3,1 und für den vom Ochsen oder der Kuh 3,0 bis 3,3 begegnet. Bei meinen Vorgängern habe ich eine solche Uebereinstimmung nicht gefunden, und ich glaube Ursache zu haben mit meiner Methode zufrieden zu seyn, wobei ich indeſs noch darauf aufmerksam mache, daſs sie ein genaues Arbeiten in jeder Beziehung verlangt. Erst jetzt ging ich dazu über, den Einfluſs der verschiedenen Um-

stände zu studiren, von welchen ich mir das Aequivalent abhängig denken konnte. Zunächst nahm ich die *Temperatur* [1]) vor. Die Versuche bei niedrigerer Temperatur stellte ich zum Theil im Winter in einem gegen Norden gelegenen Zimmer an, in welchem, namentlich an regnerischen Tagen, die Temperatur sehr constant blieb, zum Theil im Sommer in einem zu dieser Zeit leeren Eiskeller und den Vorräumen zu diesem. Die Versuchsflüssigkeiten selbst wurden vor ihrer Anwendung in diesen Räumen längere Zeit aufbewahrt, so dafs man sicher war, dafs sie deren Temperatur wirklich angenommen hatten. Die letztere selbst wurde immer durch ein Thermometer bestimmt, welches in die äufsere Endosmosenflüssigkeit, Wasser, tauchte, da ein in der Luft hängendes Thermometer nur selten mit einem in einer Flüssigkeit stehenden correspondiren wird. Bei den höheren Temperaturen standen die Gläser, welche das Wasser enthielten, in welche diffundirt werden sollte, in einem grofsen Wasserbade. Das Wasser desselben wurde anfangs auf einen höheren Temperaturgrad erwärmt, als der, bei welchem ich den Versuch anstellen wollte, und erst beim Rückgang des Thermometers, welches bei der Gröfse des Wasserbades sehr langsam geschah, führte ich den Versuch aus. Durch ein und dasselbe Membranstück wurde mindestens ein Versuch bei höherer und einer bei niedriger angestellt; der erstere meist zuerst, damit, da ich mit den Aequivalenten bei im Allgemeinen niedrigen Temperaturen bekannt war, ich ein ungefähres Urtheil darüber haben konnte, ob sich die Membran bei der höhern Temperatur wesentlich geändert hatte. War dieſs der Fall, so mufste das Aequivalent bei niedriger Temperatur merklich von dem bereits bekannten abweichen. Ich gebe hier folgende Tabelle:

1) Beiträge, Bd. I, S. 118 und 119.

Nummer der Membranen	Temp.	Aequiv.	Nummer der Membranen	Temp.	Aequiv.
1	19,6	2,85	3	8,6	2,88
1	8,4	2,85	3	25,6	2,80
			3	14,5	2,80
2	20,6	2,81	4	43,5	2,91
2	8,4	2,84	5	36,0	2,80

Man ersieht hieraus, dafs die Temperatur unter der Voraussetzung, dafs sie nicht so hoch oder so niedrig gewählt wird, dafs sie dauernd die Membran verändert, *keinen Einfluſs auf die Gröſse des endosmotischen Aequivalentes ausübt.* Es versteht sich von selbst, dafs dieser Satz keine Anwendung auf ein Salz gestattet, dessen Löslichkeitscurve als abhängig von der Temperatur, nicht wie die des Kochsalzes mit der Abscissenaxe parallel ist. Für ein solches ist es schon möglich, dafs bei gleicher Concentration das Aequivalent für verschiedene Temperaturen verschieden gefunden wird, da die Beziehungen der Bestandtheile der Lösung bei verschiedenen Temperaturen verschieden seyn kann. Ergeben sich wirklich für eine derartige Salzlösung bei gleichbleibender Concentration für verschiedene Temperaturen verschiedene Aequivalentwerthe, so wird man daraus möglicherweise Schlüsse ziehen können in Bezug auf das Verhalten der Anziehung zwischen Wasser- und Salztheilchen bei verschiedenen Temperaturen. Ich habe bisher noch nicht Zeit gehabt, Untersuchungen mit Rücksicht auf diese Ansicht anzustellen.

In früheren Endosmosenarbeiten wird mehrfach angegeben, dafs für die Gröfse des endosmotischen Aequivalentes es nicht gleichgültig sey, ob die glatte oder rauhe Seite der angewendeten Membran gegen die Salzlösung gerichtet ist. Ich habe daher, um ein eignes Urtheil in dieser Angelegenheit zu haben, auch diesen Umstand untersucht. Da er mir indefs von geringerem Gewicht zu seyn scheint, so verweise ich in Bezug der Einzelheiten auf die Beiträge [1]) und begnüge mich hier mit der blofsen Angabe

1) Bd. I, S. 121 bis 124.

des Resultats. Bei Anwendung des Pericardiums des Kalbes habe ich in der That einen kleinen Unterschied bemerkt, der dahin geht, dafs, wenn die rauhe Seite gegen die Salzlösung gerichtet ist, das Aequivalent ein wenig *niedriger* ausfällt, als wenn das Umgekehrte stattfindet. Bei Anwendung des Herzbeutels der Kuh oder des Ochsen haben weder ich noch Diejenigen, welche Untersuchungen über Endosmose in meinem Laboratorium angestellt haben, etwas Aehnliches bemerkt. Bisher bin ich diesem Punkte nicht näher nachgegangen, um auszumitteln, ob sich dieser Unterschied *stets* zeigt und worin er seinen Grund hat. Möglich ist es schon, dafs dieselbe Membran bei Thieren verschiedenen Alters einen solchen Unterschied zeigen kann. Die sogenannte glatte Seite besteht aus einer dünnen oberflächlichen Schicht eines anderen Gewebes, als das ist, aus welchem sich der Rest des Herzbeutels zusammensetzt. Bei erwachsenen Thieren nun ist wegen der Dicke jener Membran, die oberflächliche Schicht fast verschwindend gegen den Rest, was bei dem dünneren Kalbsherzbeutel vielleicht nicht der Fall ist, wo die Wirkung der erstern Schicht gegenüber der des Restes im Gesammtresultat sich noch geltend machen kann.

Da mir die frischen Membranen so übereinstimmende Resultate gegeben hatten, untersuchte ich jetzt, welchen Einfluſs es wohl auf das Aequivalent haben würde, wenn ich jene mehr oder weniger tief eingreifenden Veränderungen unterwürfe. Indefs beschränkte ich mich hier darauf, die Membranen in verschiedenem Grade einzutrocknen, oder ihnen durch Behandlung mit Weingeist das Wasser zu entziehen und dann entweder unmittelbar, oder nach vorgängigem Aufweichen für sie das Aequivalent des Kochsalzes zu bestimmen. Dabei stellte sich das Resultat heraus, dafs trockene Membranen stets ein *höheres* Aequivalent geben, als frische oder wiederaufgeweichte. Ich sah unter diesen Umständen das Aequivalent des Kochsalzes unter Anwendung des Kalbsherzbeutels bis 3,98 wachsen [1]).

1) Beiträge I, S. 126—127.

Aehnliche Versuche hat Hoffmann in meinem Laboratorium für das schwefelsaure Natron, ebenwohl unter Anwendung von Pericardium, ausgeführt [1]). Für den frischen, feuchten Zustand desselben fand er den mittleren Werth 5,1, für den getrockneten sah er ihn bis zu 9,5 und selbst noch höher steigen. Um mich über die nähern Ursachen dieser Erhöhung aufzuklären, veranlafste ich einen Schüler, A. Adrian [2]) die Diffusion durch getrocknete Membranen in der Art genauer zu studiren, dafs er die Gröfse beider Diffusionsströme für gleiche Zeiten in verschiedenen Stadien der Aufweichung bestimme. Es wurden demgemäfs frische Membranen auf Röhren gebunden, darauf getrocknet, mit Kochsalz und Kochsalzlösung wie früher gefüllt, in Wasser gesenkt und nun in auf einander folgenden gleichen Zeiten beide Diffusionsströme bestimmt. Die Gröfse des Salzstromes wurde gefunden durch Verdampfung des Wassers, in welche die Diffusion geschah; die Gröfse des Wasserstroms ergab sich aus der Gewichtsdifferenz der Endosmosenröhre nach und vor dem Versuch, vermehrt um das Gewicht des ausgetretenen Salzes. Bei dieser Untersuchung ergab sich, wie es schon Schmidt [3]) für das schwefelsaure Natron, jedoch ohne Mittheilung specieller Versuche, ausgesprochen hatte, dafs, wenn trockne Membranen zu Hydrodiffusionsversuchen benutzt werden, der *Salzstrom allmählich wächst, dagegen der Wasserstrom constant* bleibt. Für mich persönlich besteht indefs über den letzteren Theil dieser Behauptung noch ein kleiner Zweifel. Ich habe die Versuche vielfach mitgemacht und es hat mir oft vorkommen wollen, als ob gleichzeitig neben der Zunahme des Salzstromes auch noch eine kleine Abnahme des Wasserstromes stattfände. Kommt sie vor, so ist sie jedoch sehr klein. Hierauf suchte ich den Einfluss kennen zu lernen, welchen die *Richtung* der Diffusionsströme auf

1) Hoffmann. Ueber das endosmatische Aequivalent des Glaubersalzes. Giefsen 1858. S. 12 ff.

2) Meine Beiträge Bd. II, S. 185.

3) Diese Annalen Bd. CII, S. 122.

Digitized by Google

die Gröfse des Aequivalentes ausübt. Von vornherein habe ich diesen Umstand nicht von Bedeutung für letzteres gehalten, da es nicht wahrscheinlich ist, dafs durch ihn die Molecularanziehungen fühlbar sollten beeinflufst werden. Indefs forderte mich zu dieser Untersuchung die von Fick[1]) gemachte Behauptung auf, dafs wenn der Salzstrom in der Membran von unten nach oben gerichtet sey, unter übrigens gleichen Umständen *mehr* Salz durchgeführt werde, als wenn er die umgekehrte Richtung nehme und dafs in Folge davon das Aequivalent um beiläufig eine Einheit *kleiner* ausfalle. Im Laufe meiner Untersuchungen habe ich mich zweimal zu verschiedenen Zeiten mit der Untersuchung dieser Frage beschäftigt. Bei der *ersten* Versuchsreihe hatte ich lediglich den Zweck im Auge, die Abhängigkeit des *Aequivalentes* von dem bemerkten Umstand zu studiren, wobei es also nicht nothwendig war, die absolute Stärke der Diffusionsströme für *gleiche* Zeiten zu bestimmen, wodurch die Untersuchungen vereinfacht wurden. Die Versuche richtete ich so ein, dafs durch dasselbe Membranstück, ohne es von der Röhre abzubinden, zum mindesten zwei Versuche mit verschiedener Richtung der Diffusionsströme angestellt wurden. Von den gewählten Diffusionsrichtungen ging in der einen der Salzstrom von oben nach unten, in der anderen war er senkrecht auf dieser Richtung. Die Diffusionsröhre für diese Versuche bestand aus zwei Stücken. Das eine war an dem Ende, an welchem die Membran aufgebunden wurde, halbkugelig erweitert, am andern ging es in eine engere, etwa einen Zoll lange Röhre über. Das andere war eine Kugel, welche an dem einen Ende in eine kurze, an dem anderen in eine lange Ansatzröhre überging. Die kurzen Ansätze beider Stücke wurden durch eine dickwandige Röhre vulkanisirten Kautschuk's mit einander verbunden, welche in einer Lösung von kaustischem Natron ausgekocht und hernach aufsen mit heifsem Fett überzogen worden war. Die Kugel des zweiten Stückes hatte den Zweck merkliche hy-

1) Diese Annalen Bd. 92, S. 335.

Digitized by Google

drostatische Druckdifferenzen durch den eindringenden Wasserstrom zu verhüten, indem beim Beginn des Versuches die Höhe der innern Flüssigkeit so angeordnet wurde, dafs sie ein wenig unter dem gröfsten Durchmesser der Kugel und ein wenig niedriger als der äufsere Wasserspiegel stand. Wenn die Diffusionsströme horizontal durch die Membran gehen sollten, so wurde das Kautschukstück zweckmäfsig gebogen und in dieser Lage durch eine passende Vorrichtung festgehalten. Damit die innere Lösung zu allen Zeiten und an allen Stellen der Membran in *beiden* Diffusionsrichtungen concentrirt sey, mufste man dieselbe öfters umrühren. Diefs geschah mit Hülfe eines Pinsels, welcher an einem langen, dünnen, biegsamen Stiel befestigt war. Von der genauen Berücksichtigung dieses Umstandes hängt wesentlich das Resultat ab. Die entscheidenden meiner Versuche finden sich auf S. 136 und 137 Bd. I der Beiträge. Ich gebe aus der dort mitgetheilten Tabelle den folgenden Auszug.

Membran	Diffusionsrichtung	Aequivalent
Frischer Herzbeutel vom Kalb nach 72stündigem Liegen in aq. dest.	↓	2,94
Dasselbe Membranstück nach 16stündigem Liegen in aq. dest.	→	2,91
Dasselbe Membranstück nach 18stündigem Liegen in aq. dest. *	→	2,54
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest.	↓	2,98
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest.	→	2,94
Ein neues, frisches Membranstück nach 72stündigem Liegen in aq. dest. bei 2 bis 3° R.	→	2,83
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest. bei 3 bis 4° R. *	→	2,71
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest. bei 2 bis 3°.	↓	2,97

Bei den mit einem * bezeichneten Versuchen wurde die innere Lösung absichtlich mangelhaft umgerührt.

Digitized by Google

Aus diesen und ähnlichen Versuchen ist ersichtlich, dafs die *Richtung* der Diffusionsströme *keinen Einfluſs* auf die Gröſse des endosmotischen *Aequivalentes* hat, vorausgesetzt natürlich, dafs bei der Ausführung der Versuche kein anderer Umstand mit hineingetragen wird, welcher die Gröſse des Aequivalentes mitbestimmt, und wohin namentlich die veränderliche Concentration der Salzlösung zählt. Bei der *zweiten*, später angestellten Versuchsreihe hatte ich nur die Untersuchung der *Diffusionsgeschwindigkeit* als abhängig von der Diffusionsrichtung im Auge. Ich berücksichtigte dabei nur den *Salzstrom* und stellte durch ein und dasselbe Membranstück eine gröfsere Anzahl von Versuchen mit den Diffusionsrichtungen fortwährend abwechselnd an. Natürlich sind nur je zwei solcher Versuche mit einander vergleichbar, bei denen die Temperatur dieselbe ist, da letztere zwar keinen Einfluſs auf das Aequivalent, wohl aber auf die Diffusionsgeschwindigkeit ausübt. Die hierher gehörigen Versuche finden sich S. 15 und 16 Bd. II. Ich setze daraus die folgende Tabelle her:

Zeit	Diffusionsrichtung	Durchgegangene Salzmenge	Temp.	Zeit	Diffusionsrichtung	Durchgegangene Salzmenge	Temp.
10h53 11h23	↓ ↑	0,259	10,7 11,1	12h44 1h14	→←	0,272	10,8 11,0
11h29 11h59	→←	0,279	10,8 11,2	1h17 1h47	↓ ↑	0,311	11,1 11,3
12h 4 12h34	↓ ↑	0,293	10,8 11,1	1h52 1h22	→←	0,284	11,0 11,3

Man ersieht hieraus, dafs auch die *Gröfse des Salzstromes* von der Diffusionsrichtung *unabhängig* ist. Wenn noch kleine Differenzen vorkommen, so muſs bemerkt werden, dafs sie bei Versuchen dieser Art, wo eine ganze Reihe von Manipulationen auszuführen ist, verhältnifsmäfsig klein sind und um so mehr schwinden, als man bemüht ist, die Concentration stets gleich zu erhalten, was bei horizontaler Diffusionsrichtung nicht so vollkommen als bei

verticaler zu erreichen ist. Auf keinen Fall aber deuten diese Erfahrungen darauf hin, dafs, wie Fick meint, der Salzstrom *gröfser* sey, wenn das Salz von unten nach oben durch die Membran wandere, als wenn das Umgekehrte stattfindet. Worin die Ursache der Nichtübereinstimmung meiner und Fick's Versuche liege, kann ich nicht angeben, wohl aber kann ich mir nach meinen Erfahrungen eine Combination von Umständen denken, welche ein dem meinen entgegengesetztes Resultat erzeugen mufs. Gesetzt nämlich, man arbeite mit einer Membran, welche vorher mehr oder weniger ausgetrocknet war und bestimme zuerst für sie das endosmotische Aequivalent und die Gröfse des Salzstromes, wenn der Salzstrom von unten nach oben geht, und lasse dann eine analoge Bestimmung für die umgekehrte Richtung folgen; so mufs jetzt, da inzwischen, wie oben gezeigt wurde, die Membran für den Salzstrom durchgängiger geworden ist, *mehr* Salz durchgehen und in Folge davon das endosmotische Aequivalent *kleiner* werden. Nachdem ich mich so über das endosmotische Aequivalent des Kochsalzes belehrt hatte, veranlafste ich E. E. Hoffmann in gleicher Weise für eine Anzahl von Salzen und anderen Körpern die Aequivalente zu bestimmen. Sie sind sämmtlich mit dem Herzbeutel des Ochsen angestellt und gelten nur für *concentrirte Lösungen* bei den bezüglichen Temperaturen. Man kann also daraus keinen Vergleich der endosmotischen Aequivalente der verschiedenen Körper entnehmen. Folgendes ist ein Auszug aus den gefundenen Resultaten.

Körper	Aequivalent	Temp.	Körper	Aequivalent	Temp.
		° R.			
Salpetersaurer Baryt	0,391	10—16	Kohlensaures Natron + 10 Aeq. aq.	5,5	10—12
Salpetersaurer Harnstoff	0,842	12—13	Schwefelsaures Natron	3,1	11—14
Iodkalium	1,1	10	Rohrzucker	10,1	10—13
Salpetersaures Kali	1,2	11—17	Schwefelsaure Magnesia + HO	12,5	5—12
Harnstoff	2,0	12	$2NaOPO_5HO$	16,3	3—4

Digitized by Google

Bezüglich des Aequivalentes restirt noch ein Umstand der einer besonderen Untersuchung bedarf, nämlich die Abhängigkeit desselben von der Concentration der Lösungen. Ich habe indefs diesem Punkte keine getrennte Untersuchung gewidmet, sondern ihn im Zusammenhang mit der *Diffusionsgeschwindigkeit* studirt. Die Bestimmung dieser Gröfse bildet den zweiten Haupttheil meiner Arbeiten[1]). Ich begann mit Versuchen, welche den Zweck haben sollten, mich darüber zu belehren, in wie weit man bei der Anwendung thierischer Membranen sicher seyn könne, dafs, alle anderen Umstände gleich gesetzt, in gleichen auf einander folgenden Zeiten die Gröfse der Diffusionsströme dieselbe bleibe. Aufserdem war diese Prüfung noch durch den Umstand geboten, dafs Fick kurz zuvor in Folge von an Collodiumhäuten angestellten Versuchen, die von ihm aufgestellte Unterscheidung zwischen der Diffusion durch *Poren* und der durch *Molecularräume* wesentlich auf den Umstand gestützt hatte, dafs bei der letzteren mit wachsender Zeit der Salzstrom bei gleichbleibendem Wasserstrome zunehmen und folglich das endosmotische Aequivalent abnehmen solle. Ich will zuerst von meinen Versuchen berichten und am Ende dieser Arbeit auf den erwähnten Unterschied zurückkommen. Die Membranen waren die früheren, stets frisch und feucht ohne vorhergegangene Trocknung angewandt. In die mit solchen überbundene Röhren gab ich den frühern Inhalt und liefs dann in gewogene Wassermengen diffundiren, welche an den Enden gleicher Zeiten gewechselt wurden. Der Salzstrom ergab sich durch Verdampfung der angewendeten Wassermengen, der Wasserstrom durch Wägung der Diffusionsröhre vor und nach jedem Versuch, indem jener gleich ist der sich ergebenden Gewichtsdifferenz vermehrt um das Gewicht des ausgetretenen Salzes. Die Versuche wurden bei gleichbleibender Temperatur in dem oben angegebenen Raume angestellt. Durch besondere Vorversuche überzeugte ich mich, dafs die gewöhnlich angewendete Wassermenge wäh-

1) Beiträge Bd. II in verschiedenen Aufsätzen.

Digitized by Google

rend der einzelnen Versuche durch das in sie diffundirte Salz keine solche Aenderung erlitt, dafs diefs einen wesentlichen Einfluſs auf die Gröfse des Salzstromes ausübte. Ich setze einen solchen Vorversuch hierher [1]):

Zeit des Versuchs	Angewandte Wassermenge	In 30' durchgegangene Salzmenge	Temp.
9h 37 10h 7	40 Grm.	0,328	4,8
10h 9 10h 39	mehr als das doppelte	0,327	4,6
10h 43 11h 13	40 Grm.	0,339	5,1
11h 16 11h 46	mehr als das doppelte	0,328	5,1
am folgenden Tage			
10h 1 10h 31	40 Grm.	0,334	4,7
10h 33 11h 3	mehr als das doppelte	0,325	4,5

Hiernach war ich sicher, dafs für die gewählten Verhältnisse ich mit einer Wassermenge von 50 bis 60° Grms. als äufsere Diffusionsflüssigkeit ausreichte. Hierauf diffundirte ich nun durch eine Membran 8, durch eine andere 14 Stunden ohne Unterbrechung und bestimmte nach jeder halben Stunde den durchgegangenen Salzstrom. Die Resultate dieser Versuchsreihe finden sich S. 8 und 9 im II. Bd. der Beiträge und beweisen auf das Deutlichste, dafs keine Zunahme des Salzstromes während dieser Zeit stattgefunden hat. In diesen Versuchen schlofs ich die erste halbe Stunde der Diffussion aus, weil es selbstverständlich ist, dafs, da der Diffusionsproceſs zu seiner Herstellung Zeit bedarf, die in den ersten Zeiten durchgegangenen Salzmengen etwas geringer ausfallen müssen, als die in den nachfolgenden hindurch beförderten. Es wird immer auf die speciellen Verhältnisse der Versuchsanordnung ankommen, ob dieser Einfluſs fühlbar ist, oder nicht. In einigen

1) Beiträge Bd. II, S. 7.

Digitized by Google

Versuchen nahm ich die Bestimmung des Salzstromes von der Zeit an vor, zu der ich die Endosmosenröhre einsenkte; aber selbst in diesem Fall kam kein constanter Unterschied zwischen dieser und den folgenden Bestimmungen vor, nur bisweilen fiel die erste niedriger als die spätere aus. Man müfste also die Zeiten noch kürzer als eine halbe Stunde wählen, um diesen Umstand zu beobachten.

In einer weiteren Versuchsreihe berücksichtigte ich auch den Wasserstrom und kam somit zu einer Bestimmung des Aequivalentes als etwa abhängig von der Zeit. Ich setze hierüber eine Tabelle in ihrem ganzen Umfange her, da sie geeignet ist, ein vollständiges Bild der Diffusionsströme während einer längern Dauer der Diffusion zu geben. Die Versuche begannen, nachdem vorher eine halbe Stunde, ohne Bestimmungen zu machen, diffundirt worden war [1]).

Zeit	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp. ° R.
Mai 24				
9h 7 9 37	0,444	1,415	3,2	13,8 14,4
9 44 10 44	0,431	1,374	3,1	14,4 14,0
10 24 10 54	0,449	1,434	3,2	14,7 14,3
11 1 11 31	0,437	1,403	3,2	14,7 14,3
11 50 12 20	0,464	1,488	3,2	14,7 14,4
12 31 1 1	0,457	1,393	3,0	14,6 14,5
1 13 1 43	0,463	1,476	3,2	14,6 14,4
1 53 2 23	0,472	1,476	3,1	14,6
2 34 3 4	0,466	1,484	3,2	14,7
3 13 3 43	0,440	0,440	3,1	14,3

1) Siehe Beiträge Bd. II, S. 18 und 19.

Digitized by Google

Zeit	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp. ° R.
Mai 24				
3h 52 4 22	0,433	1,369	3,2	14,4
4 30 5 0	0,442	1,312	3,0	14,9
Membran bei 9° R. ausgewässert, bis				
Mai 25				
9h 45 10 15	0,456	1,530	3,3	14,4 14,0
10 23 10 53	0,473	1,535	3,2	14,4
11 1 11 31	0,466	1,629	3,4?	14,5 14,4
Membran bei 9° R. ausgewässert, bis				
Mai 26				
9h 7 9 37	0,457	1,574	3,4	14,6 14,2
9 45 10 15	0,447	1,439	3,2	14,4 14,0
10 25 10 55	0,463	1,539	3,3	14,4 14,2

Hiernach ist also auch der Wasserstrom und das Aequivalent constant, wenn man von der kurzen Zeit absieht, welche die Diffusionsströme, wie jede andere Bewegungserscheinung, nöthig haben, um bis zu ihrer vollen Stärke anzuschwellen. Wir werden nun später zu prüfen haben, ob diese Eigenschaft wirklich zu der Behauptung berechtigt, dafs wir es hier gar nicht mit einer ächten, durch Molecularräume geschehenden Hydrodiffusion zu thun haben. Einstweilen fahren wir mit der Untersuchung der Umstände fort, welche die Diffusionsgeschwindigkeit beherrschen. Wir nehmen zunächst die *Temperatur* vor. Dafs mit der Erhöhung derselben die Diffusionsgeschwindigkeit zunimmt, ist seit der Entdeckung der Endosmose zum Oefteren hervorgehoben worden, von Niemand aber ist ein *Gesetz* aufgestellt worden, nach welchem sich diese Zunahme richtet.

Die Versuche, welche ich über diesen Punkt angestellt habe, finden sich S. 27 bis 30 des 2. Bandes der Beiträge. Es würde hier zu viel Raum wegnehmen, wenn ich die Einzelheiten meines Verfahrens und die erhaltenen Zahlenresultate im Detail mittheilen wollte. Wer davon Kenntnifs zu nehmen wünscht, um sich ein Urtheil über den Werth jener Versuche zu bilden, findet sie am angeführten Orte. Ich begnüge mich damit, das aufgefundene Gesetz anzuführen. Dieses besagt, dafs der Salzstrom und, da, wie früher gezeigt wurde, das *Aequivalent* von der Temperatur unabhängig ist, ebenso der Wasserstrom von der Temperatur in der Weise abhängig sind, dafs diese Abhängigkeit ausgedrückt werden kann durch eine Gleichung von der Form:

$$y = \alpha + \beta t + \gamma t^2$$

worin y den Salz- oder Wasserstrom, t die Temperatur die übrigen Gröfsen besonders zu bestimmende Coëfficienten bezeichnen. Ich setze eine Versuchsreihe hierher. Die Bestimmung der Coëfficienten ergab für den Salzstrom die Gleichung:

$$y = 0{,}1738 + 0{,}01503\,t + 0{,}0000599\,t^2.$$

Temp. ° R.	Berechnete Salzmenge	Beobachtete Salzmenge
8,0	0,298	0,303
9,6	0,324	0,364
13,8	0,393	0,396
18,3	0,469	0,474
22,5	0,542	0,549
26,0	0,604	0,628

Die aufgestellte Gleichung gilt streng genommen nur zwischen den Temperaturen 8 bis 26° R.; wahrscheinlich darf man sie noch auf einige Grade auf und abwärts anwenden; entfernt man sich aber weit von jenen, so mufs sie jedenfalls modificirt werden.

Wir kommen jetzt zu einem der wichtigsten Punkte, der Abhängigkeit der *Diffusionsgeschwindigkeit* von der *Concentration*. Wir benutzen diese Gelegenheit, um dabei

Digitized by Google

auch die noch nicht beschriebene Abhängigkeit des *Aequivalentes* von der Concentration zu erledigen. Zunächst handelt es sich darum, eine Methode ausfindig zu machen, welche uns bei *gleichbleibender Concentration* der Salzlösung die Diffusionsströme zu bestimmen erlaubt. Ich habe Anstand genommen, die Versuche in der Weise anzustellen, dafs man, wie es häufig geschieht, für jeden Versuch die Anfangs- und Endconcentration ermittelt und das daraus sich ergebende Mittel für die Concentration nimmt, welchem die aus dem Versuche sich ergebenden Diffusionsströme entsprechen. Dieses Verfahren setzt nämlich voraus, dafs die Diffusionsgeschwindigkeit während des einzelnen Versuches der wechselnden Concentration proportional sey. Wir wissen aber noch nicht, ob dem so sey, und wenn daher, falls die Diffusionsgeschwindigkeit einem anderen Gesetze folgt, während eines Versuches die Anfangs- und Endconcentration nur einigermafsen weit aus einander liegen, so entspricht die beobachtete Gröfse der Diffusionsströme keineswege der berechneten mittleren Concentration. Ich zog es daher vor, während der ganzen Dauer eines jeden einzelnen Versuches die Salzlösung von derselben Concentration zu erhalten. Diefs geschah in der Weise, dafs ich mir gröfsere Volumina verschieden concentrirter Salzlösungen bereitete und sie mittelst einer besonderen, in den Beiträgen [1]) beschriebenen Vorrichtung die Endosmosenröhre durchziehen liefs, so dafs die zur Diffusion benutzte Flüssigkeit fortwährend entfernt wurde. Natürlich hatte ich mich erst durch besondere Vorversuche zu überzeugen, wie viel Flüssigkeit ungefähr die Endosmosenröhre zu durchziehen hätte, um nicht sehr merkbar in ihrer Concentration geändert zu werden, und ob nicht etwa die Schnelligkeit, mit welcher der Abfluſs geschieht, einen Einfluſs auf die Gröfse der Diffusionsströme habe. Zu diesen Vorversuchen bediente ich mich der *concentrirten* Kochsalzlösung; denn mit ihrem Aequivalent war ich bereits durch die frühern Studien vollkommen vertraut und hatte also darin ein Mittel mehr, die

1) Bd. II, S. 161 ff.

Zuverlässigkeit der Methode zu prüfen. Ich theile eine Reihe dieser Vorversuche mit [1]).

Menge der durch die Endosmosenröhre gegangenen concentrirten Kochsalzlösung	In 30′ diffundirte Salzmenge	In 30′ durchgegangenes Wasser	Aeq.	Temp.	Procent-Gehalt der abgeflossenen Lösung
50ccm	0,654	1,964	3,0	7,4 7,5	25,31
190	0,664	2,009	3,0	7,5 7,6	26,18
540	0,661	2,035	3,1	7,6	26,37
980	0,648	1,995	3,1	7,6	26,43
2900	0,706	2,246	3,1	7,6	26,48
0 [2])	0,671	2,073	3,1	7,6	26,50

Man ersieht hieraus, dafs die Methode gut übereinstimmende Resultate liefert, und dafs es vollkommen genügt, wenn während des Versuchs einige hundert Kubikcentimeter Salzlösung durch die Endosmosenröhre streichen.

Nunmehr ging ich zur eigentlichen Untersuchung des Einflusses der Concentration auf die bei der Endosmose in Betracht kommenden Gröfsen über. Zuerst liefs ich verschieden concentrirte Kochsalzlösungen sich gegen reines Wasser austauschen. Durch ein und dasselbe Membranstück liefs ich jedesmal eine concentrirte Kochsalzlösung und dann eine solche von geringerem Procentgehalt, stets in je zwei Versuchen, gehen, aus denen ich das Mittel nahm. Anstatt die von mir angestellten Versuche im Einzelnen mitzutheilen [3]), will ich gleich folgende aus denselben abgeleitete Tabelle geben.

1) Siehe diese Vorversuche, Bd. II, S. 166 bis 168.

2) In diesem Versuch wurde die Sättigung der Lösung durch hinzugefügtes Salz erhalten.

3) Beiträge, II. Bd. S. 174 bis 176.

Digitized by Google

Verhältnifs der Procent-Gehalte der jedesmal angewendeten zwei Salzlösungen, von denen die eine concentrirt.	Verhältnifs der Salzströme	Verhältnifs der Wasserströme	Mittlere Temperatur
1,5	1,6	1,8	6,3
1,8	2,0	2,2	7,5
2,4	3,2	4,4	14,7
3,0	4,2	6,0	15,1
5,7	3,7	14,3	8,7

Man ersieht hieraus, dafs weder die *Salz- noch die Wasserströme den Procentgehalten proportional, sondern rascher wachsen, und dafs der Wasserstrom stärker als der Salzstrom von dieser Proportionalität abweicht.* Nur innerhalb sehr enger Gränzen lassen sich wohl die Diffusionsströme allenfalls den Procentgehalten proportional setzen. Drückt man die Concentration nicht durch Angabe des Procentgehalts der Lösung, sondern, wie es gleichfalls üblich ist, durch den Quotienten des lösenden Wassers in das gelöste Salz aus, so findet ebenwohl keine Proportionalität zwischen der Concentration und der Geschwindigkeit der Diffusionsströme statt. Für den Salzstrom ist nach den vorhandenen Versuchen die Abweichung von der Proportionalität alsdann sehr gering, für den Wasserstrom aber immer noch bedeutend gröfser. Ich setze das Verhältnifs der Salzströme der vorigen Tabelle mit dieser anderen Ausdrucksweise der Concentration noch einmal hierher:

Verhältnifs der Concentrationen	Verhältnifs der NaCl Ströme	Abweichung von der Proportionalität mit der Concentration
1,6	1,6	± 0,0
1,6	1,6	± 0,0
2,1	2,0	+ 0,1
2,9	3,2	+ 0,3
3,7	3,2	+ 0,5
7,5	6,7	− 0,8

Die Ursache also davon, dafs die concentrirtere Lösung ein höheres Aequivalent liefert, liegt darin, dafs, obschon beide Ströme *rascher* als die Concentration (in Procenten der Lösung ausgedrückt) wachsen, dieses Wachsthum den Wasserstrom doch in höherem Maafse trifft.

Ich habe noch einige weitere Versuche über die Abhängigkeit der Diffusionsströme und des Aequivalentes von der Concentration angestellt, aber mit der Abänderung, dafs ich nicht, wie in den vorhergehenden Versuchen, die Salzlösungen sich gegen reines Wasser, sondern gegen andere *Salzlösungen* austauschen liefs. Dabei wählte ich in einer ersten Versuchsreihe eine concentrirte Lösung, welche sich gegen solche niederer Procentgehalte austauschte. Die Ausführung dieser Versuche findet man in den Beiträgen Bd. II S. 179. Ich füge die folgende Tabelle an:

Gröfse des Salzstroms für gleiche Zeiten	Gröfse des Wasserstroms für gleiche Zeiten	Aeq.	Temp.	Procentgehalt d. Salzlösungen	Verhältnifs d. Differenzen der Procentgehalte d. diff. Lösungen	Verhältnifs der Salzströme
1,291	4,462	3,4	9,6 9,7	15,1	1,87	1,9
2,381	7,420	3,1	9,5 9,6	5,2		
1,002	3,614	3,5	10,5 10,9	15,7	1,86	1,9
2,158	7,385	3,4	10,3 10,5	5,3		
0,986	3,520	3,6	11,3 11,6	16,6	2,14	2,1
2,071	7,174	3,4	11,2 11,3	5,3		
1,374	4,681	3,4	11,4 11,6	16,6	2,14	2,0
2,779	9,286	3,3	11,3 11,4	5,3		
0,783	2,671	3,4	12,1 12,2	10,7	1,4	1,7
1,396	4,292	3,1	12,2 12,3	4,5		
1,135	4,005	3,5	12,2 12,3	4,5	1,5	1,7
1,808	6,438	3,4	12,1 12,2	10,7		

Digitized by Google

Gröfse des Salzstroms für gleiche Zeiten	Gröfse des Wasserstroms für gleiche Zeiten	Aeq.	Temp.	Procentgehalt d. Salzlösungen	Verhältnifs d. Differenzen der Procentgehalte d. diff. Lösungen	Verhältnifs der Salzströme
1,474	4,923	3,3	11,1 11,1	19,0	3,0	3,6
5,277	14,868	2,8?	11,4 11,4	4,6		
1,179	3,674	3,1	15,0 15,2	19,1	2,9	3,1
3,681	11,07	3,0	15,2 15,3	4,7		

Aus diesen Versuchen erfahren wir, dafs:

1) wenn in Diffusionsversuchen eine Lösung concentrirt ist, das Aequivalent sich nicht bedeutend mit dem Wechsel der Concentration der anderen Lösung ändert;
2) die Salzströme sich nahezu [1]) verhalten wie die Differenzen in den Concentrationen der Lösungen, welche jedesmal zum Austausch kommen.

Ich betrachte jedoch diese Versuche nur als eine erste Annäherung an den wirklichen Sachverhalt, indem die Arbeiten mit so vielen Salzlösungen keine grofse Feinheit gestatten.

In einer anderen Versuchsreihe liefs ich sich Lösungen von gleichen Differenzen im Salzgehalt austauschen, jedoch mit dem Unterschiede, dafs die absoluten Concentrationen verschieden waren. Ich lege jedoch diesen Versuchen keinen besonderen Werth mehr bei, weil ich damals die Concentrationen durch Angabe der Procentgehalte der Lösungen ausdrückte, was nicht richtig ist; gleiche Differenzen im Procentgehalt an verschiedenen Stellen der Concentrationsscale stellen keine Lösungen dar, in denen gleiche Differenzen wirksamer Salztheilchen enthalten sind. Ich will gelegentlich die Versuche mit Rücksicht auf diesen Punkt wiederholen.

1) In der hierher gehörigen Abhandlung der Beiträge Bd. II. S. 180 steht in Folge eines *lapsus pennae* fälschlich *umgekehrt*.

Endlich erweist sich die Diffusionsgeschwindigkeit noch abhängig von der *Natur der gelösten Körper*. Um die letzteren in dieser Beziehung mit einander zu vergleichen sind folgende Bedingungen zu erfüllen: es muſs die Diffusion der zu vergleichenden Körper durch ein und dasselbe Membranstück geschehen, von welchem zu erweisen ist, daſs es sich während der Anstellung der Versuche nicht wesentlich geändert hat; die Temperatur muſs in den bezüglichen Versuchen gleich seyn; die Concentration darf sich während des Versuches nicht ändern, und es müssen in gleichen Gewichtstheilen Wasser gleiche Gewichtstheile der zu vergleichenden Körper gelöst seyn (von der Contraction wird man wohl bei dieser Art von Versuchen absehen können). Diese bisher noch nicht publicirten Versuche habe ich in folgender Weise ausgeführt. Sie beschränken sich allerdings nur auf *Chlornatrium*, *Chlorkalium* und *Kalisalpeter*. Ich betrachte aber dieselben auch nur als Paradigmen, um daran zu zeigen, auf welche Schwierigkeiten bei der Ausführung man stöſst, wenn man allen Bedingungen genügen will. Ich stellte mir zuerst zwei gleich concentrirte Lösungen von Chlornatrium und Chlorkalium dar [1]). Die directe Prüfung beider Lösungen ergab, daſs in 100 Theilen Wasser gelöst waren: Chlornatrium 29,6; Chlorkalium 29,7. Beide tauschten sich hierauf gegen reines Wasser aus, selbstverständlich ist, daſs ich die Concentration durch fortwährendes Abflieſsen der benutzten Flüssigkeit gleich erhielt. Die Versuche wurden in dem schon mehrfach erwähnten Raum ausgeführt, so daſs die Temperatur der verwendeten Flüssigkeiten so constant als möglich war. Mit jeder der beiden Salzlösungen stellte ich zwei Versuche in der Reihenfolge: Chlornatrium, Chlorkalium, Chlorkalium, Chlornatrium an und combinirte dann Versuch I und IV, sowie Versuch II und III zu Mitteln, um die kleinen Schwankungen der Temperatur und etwaige Veränderungen

1) Hier ist unter Concentration der Quotient des lösenden Wassers in das gelöste Salz verstanden.

der Membran sich compensiren zu lassen. Ich erhielt für gleiche Zeiten.

Lösung	Gröfse des Salzstroms	Gröfse des Wasserstroms	Temperatur	Aeq.
Chlornatrium	0,4698	1,3807	11,5—11,7	2,94
Chlorkalium	0,7173	1,1374	11,8—12,0	1,58
Chlorkalium	0,7383	1,1421	12,0—12,1	1,55
Chlornatrium	0,5098	1,4652	12,5—12,6	2,87

Hieraus erhält man die Mittel:

Lösung	Gröfse des Salzstroms	Gröfse des Wasserstroms	Temperatur	Aeq.
Chlornatrium	0,4898	1,4229	12,07	2,90
Chlorkalium	0,7278	1,1397	11,97	1,56

Nimmt man die Werthe für das Chlornatrium als Einheit, so erhält man für Chlorkalium: Salzstrom = 1,48; Wasserstrom 0,80, Aequiv. = 0,537.

Ich will in der Mittheilung der Einzelversuche hier nicht fortfahren, sondern nur die Endresultate angeben, welche ich für Chlorkalium bei anderen Membranstücken, jedoch stets vom frischen Rinderpericardium und anderen absoluten Salzmengen in gleichen Wassermengen gelöst erhielt, wenn die entsprechende Werthe für Chlornatrium als Einheit genommen wurden.

Menge des in 100 Theilen aq. gelösten Salzes	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp.
20,0	1,20	0,81	0,63	12,2
10,0	1,27	0,91	0,70	12,1
29,90	1,51	0,81	0,55	12
20,0	1,20	0,73	0,60	12,9
29,7	1,48	0,80	0,54	12,0

In gleicher Weise habe ich auch die Diffusionsgeschwindigkeit des Kalisalpeters mit Kochsalz verglichen, worüber mir jedoch nur zwei Versuchsreihen zu Gebote stehen. Ich gebe die Endresultate, die Werthe für Chlornatrium wieder als Einheit genommen.

In 100 Theilen Wasser waren gelöst	Gröfse des Salpeterstromes	Gröfse des Wasserstroms	Aeq.	Temp.
23,8	1,16	0,44	0,39	15,6
11,1	1,11	0,48	0,44	15,9

Nehmen wir die Mittel aus den vorstehenden Endresultaten, so erhalten wir:

Für:	Gröfse des Salzstromes	Gröfse des Wasserstroms	Aeq.	Temp.
Chlornatrium	1	1	1	12,0
Chlorkalium	1,39	0,81	0,58	12,3
Kalisalpeter	1,14	0,46	0,42	15,7

Bei den vorstehenden Versuchen ist mir beim Chlorkalium aufgefallen, dafs die Verhältnisse für die Salzströme *verschieden* ausfallen, je nachdem absolut mehr oder weniger Salz gelöst war, und im Allgemeinen erhielt ich ein gröfseres Verhältnifs, je mehr Salz gelöst war. In den Versuchen, in welchen in 100 Wasser etwa 29 Salz gelöst waren, ist der Salzstrom gröfser als in den übrigen Versuchen, in denen geringere Salzmengen gelöst waren. In Zukunft wird auf diesen Punkt bei der Vergleichung der Diffusibilität verschiedener Lösungen zu achten seyn. Begreiflich kann man es in der That schon finden, dafs das Verhältnifs der Salzströme zweier Salzlösungen abhängig sey von dem absoluten Gehalt an gelöstem Salz, denn da der Gehalt der gesättigten Lösung an Salz für verschiedene Salze verschieden ist, so sind zwei Lösungen derselben Concentration durchaus noch nicht *gleichwerthig*, indem beide *ungleich weit* von den gesättigten Lösungen entfernt

Digitized by Google

sind. Bei dem Vergleiche also der Diffusibilität verschiedener Körper mufs aufser den vorher angegebenen Bedingungen streng genommen auch noch die erfüllt seyn, dafs die zu vergleichenden Lösungen gleich weit von ihren respectiven gesättigten Salzlösungen entfernt sind.

Ich habe auch einige Versuche über den Einfluſs des Druckes auf die Endosmose angestellt. Dabei hatte ich hauptsächlich den praktischen Zweck im Auge, mich darüber zu belehren, wie weit wohl die Vorsicht zu treiben sey, bei Endosmosenversuchen die Flüssigkeiten innerhalb und aufserhalb der Diffusionsröhre Höhen einnehmen zu lassen, welche den specifischen Gewichten umgekehrt proportional seyen. Der Apparat, dessen ich mich dabei bedient habe, ist im III. Bande der Beiträge S. 87 ff. beschrieben, worauf ich hier einfach verweise. Als Resultat führe ich an, dafs erst bei verhältnifsmäfsig hohen Drucken die endosmotischen Ströme sich merkbar verringern. In zwei Versuchen erhielt ich im Mittel

Druck	Gröfse des Salzstroms in gleichen Zeiten	Temp.
0	1,107	3,2
102^{mm} hdg	0,819	3,1
170	0,527	3,8
0	1,338	3,7
102^{mm} hdg	0,986	4,9
170 »	0,669	5,8

In beiden Versuchen war bei 50 bis 80^{mm} hdg. Druck noch fast gar keine Abnahme des Salzstromes fühlbar. Bei dünnern Membranen, als das Pericardium, wird sich die Sache wahrscheinlich nicht wesentlich anders verhalten, da zwar die durch Druck durch die Membran beförderten Flüssigkeitsmengen zunehmen, aber auch in entsprechender Weise die endosmotischen Ströme wachsen werden. Ob es wohl einen Druck giebt, welcher die Endosmose gänzlich aufzuheben vermag? Ich glaube kaum, die Membran wird eher reifsen, als ein solcher Druck erreicht wird. Als ich am Ende der vorigen Versuche durch das Pericar-

dium destillirtes Wasser bei einem Druck von 500^{mm} hdg Druck preſste und während dieser Zeit eine concentrirte Kochsalzlösung unter jene stellte, konnte ich nach wenigen Minuten dieselbe schon im durchzupressenden Wasser nachweisen.

Durch die vorhergehenden Versuche glaube ich folgende Sätze erwiesen zu haben:

1. Die Bestimmung des endosmotischen Aequivalentes durch thierische Membranen ist bei passender Wahl der letzteren einer Schärfe und Uebereinstimmung fähig, wie sie in physikalischen Dingen verlangt wird.

2. Die *Gröſse des Aequivalentes* ist von der *Temperatur unabhängig*, so lange durch letztere die Membran nicht geändert und die Anziehung zwischen den Bestandtheilen der Salzlösung nicht geändert wird.

3. Das Aequivalent einer Salzlösung ist wesentlich durch deren *Concentration* bedingt und nimmt im Allgemeinen mit derselben zu. Die Ursache davon ist, daſs der Salzstrom fast proportional der Concentration, der Wasserstrom dagegen in stärkerem Maaſse wächst. Dabei wird unter der Concentration der Quotient des lösenden Wassers in das gelöste Salz verstanden.

4, *Trockene Membranen* geben unter gleichen Umständen *höhere Aequivalente* als feuchte, was seinen Grund in dem verhältniſsmäſsig geringeren Salzstrom hat, den solche liefern, während ihr Wasserstrom dem der feuchten Membran sehr nahe kommt oder gleich ist.

5. Die *Gröſse des Aequivalentes* ist von der *Diffusionsrichtung unabhängig*, vorausgesetzt, daſs kein besonderer Umstand, namentlich Unvollkommenheit in der gewählten Concentration, mit in die Versuche eingeführt wird.

6. Thierische Membranen, welche durch die Diffusionsflüssigkeiten nicht wesentlich verändert werden, liefern unter gleichen Umständen von der *Zeit anabhängige*, *in hohem Grade gleichmäſsige Salz- und Wasserströme*, also *gleiche Aequivalente*. Davon macht nur die Zeit eine Aus-

Digitized by Google

nahme, welche die Membran nöthig hat, um von den Flüssigkeiten gleichmäfsig durchdrungen zu werden.

7. Die *Diffusionsgeschwindigkeit* ist gleich dem Aequivalent, ebenwohl von der *Diffusionsrichtung unabhängig*.

8. Mit der Zunahme der Temperatur wächst die Diffusionsgeschwindigkeit nach dem Gesetz: $y = \alpha + \beta t + \gamma t^2$.

9. *Aequivalent* und *Diffusionsgeschwindigkeit* sind abhängig von der Natur der Salzlösungen. Um den Diffusionswerth verschiedener Substanzen mit einander zu vergleichen, bedarf es einer Angabe über das Verhältnifs ihrer Aequivalente und der Geschwindigkeit eines der beiden Ströme. Diese Gröfsen müssen aus einer Anzahl von Versuchen als Mittelwerthe abgeleitet werden, in denen bei gleicher Temperatur stets gleiche Salzmengen, aber in verschiedener Concentration, in Anwendung kommen, da Anzeichen vorhanden sind, dafs sich die fraglichen Werthe mit den Concentrationen ändern.

10. Die Gröfse des Salzstromes ist vom Drucke innerhalb ziemlich weiter Gränzen *unabhängig*; sehr hohe Drucke vermindern die endosmotischen Strömungen, wahrscheinlich aber existirt kein Druck, der sie gänzlich aufzuheben vermag.

Zum Schlufs will ich noch die Frage nach der Existenz zweier Arten von Diffusion mit ihren charakteristischen Unterschieden berühren und untersuchen, ob die Collodiumhaut den thierischen Häuten vorzuziehen sey. Bekanntlich hat Fick zuerst die Meinung ausgesprochen, dafs man unterscheiden müsse zwischen der *Porendiffusion*, die sich durch *capillare Oeffnungen* der Scheidewände hindurch vollziehe, und der eigentlichen Endosmose, welche durch die viel kleinern *Molecularräume* hindurch stattfinden soll. Als ein Beispiel der ersteren wurde die Diffusion durch eine Scheidewand von *Thon*, als eins der letzteren die durch eine *Collodiumhaut* betrachtet. Als Gründe für diese Unterscheidung wurde die doppelte Art der Tränkung von Scheidewänden genommen, die sich augenscheinlich bei der Aufnahme von Flüssigkeiten, einerseits durch porösen Thon

Digitized by Google

und andererseits durch verschiedene Membranen zu erkennen giebt, sowie ferner die Erfahrung, und dieſs wurde als wesentliche Differenz beider Diffusionsarten betrachtet, daſs bei der Diffusion durch Thonscheidewände hindurch Salz- und Wasserstrom von der Zeit unabhängig, in gleichen Zeiten stets gleich groſs sind, während bei der Diffusion durch Membranen, als deren Typus die Collodiumhaut angesehen wurde, der Salzstrom mit der *Zeit wächst*, indeſs der Wasserstrom constant bleibt. Auch darauf kann noch aufmerksam gemacht werden, daſs bei beiden Diffusionsarten die Diffusionsströme in *verschiedener* Weise von der Concentration abhängig sind. Betrachten wir zunächst das Thatsächliche etwas genauer, worauf diese Angaben beruhen. Augenscheinlich findet bei der Aufnahme von Wasser durch gebrannten Thon und durch thierische Häute ein Unterschied statt; die letzteren ändern in hohem Grade dadurch einen Theil ihrer physikalischen Eigenschaften, namentlich ihre elastischen, während bei dem ersteren der Art Nichts beobachtet wird. Läſst sich aber behaupten, daſs hier gar keine Anziehung der ersteren Art vorkomme? Ich kenne kein Factum, welches dieſs unwiderleglich bewiese. Was sodann weiter die Diffusionen selbst anlangt, welche man einerseits durch Thonzellen, andererseits durch Collodiummembranen angestellt hat, so ist folgendes das Ergebniſs. Fick will durch die ersteren nicht allein deutliche, sondern sogar ziemlich groſse Aequivalente erhalten, und dabei noch beobachtet haben, daſs der Salz- und Wasserstrom constant sey. Damit stimmen meine Erfahrungen, welche sich nur auf den ersten Punkt beziehen, nicht überein. Ich habe in Beziehung auf durch Thonscheidewände zu erhaltende Aequivalente zwei Versuchsreihen angestellt.

In der einen benutze ich die Böden von Thonzellen, welche letzteren ich mit Ausnahme der Böden mit heiſsem Wachs getränkt hatte, in der zweiten abgesägte Böden, auf welche ich Glasröhren kittete. Den letzteren bin ich nicht besonders hold geworden, da das vorwurfsfreie Ankitten seine groſsen Schwierigkeiten hat. Die Röhren am

Digitized by Google

Ende des Versuchs geprüft, erwiesen sich selten vollkommen dicht. In meinen besten Versuchen erhielt ich für concentrirte Kochsalzlösungen folgende Aequivalentwerthe[1]):

Mittelst mit Wachs imprägnirter Zellen	Mittelst Thonböden an Glasröhren gekittet
+ 0,6	+ 0,8
— 0,09	+ 0,5
+ 0,07	+ 0,5
+ 0,02	

Ich schliefse hieraus, dafs Thonscheidewände entweder gar kein Aequivalent geben, oder dafs dasselbe äufserst klein sey. Anders verhält es sich mit Fick's Versuchen. Hier kommen viel gröfsere Aequivalentwerthe vor. Ich mufs gestehen, dafs ich fast fürchte, dafs hier Täuschungen vorgekommen sind. Zu diesem Glauben bestimmen mich folgende Gründe: erstens und vor allen Dingen meine eignen, eben mitgetheilten Erfahrungen; zweitens der Umstand, dafs für nahezu concentrirte Lösungen ein Thoncylinder ein Aequivalent, etwa 4, geben soll, das gröfser ist, als unter denselben Versuchsbedingungen es eine thierische Haut liefert, welche doch zweifelsohne eine gröfsere Anziehung zu Flüssigkeiten besitzt, als eine Thonscheidewand; und dafs endlich drittens in jenen Versuchen Unmöglichkeiten vorkommen. Zu den letzteren zähle ich folgende: Bei *gleichen* Concentrationen werden um eine Einheit von einander abweichende Aequivalente gefunden; so z. B. in zwei Versuchen mit den Salzconcentrationen 0,015 einmal 27,4, das anderemal 28,5. Wenn die Thonzelle wirklich ein so unveränderliches Material darstellt, wie es vorausgesetzt wird, mufs unter den Versuchen gröfsere Uebereinstimmung herrschen. Ferner vergleiche man die drei folgenden Lösungen mit den zugehörigen Aequivalenten: 0,015 — 28,5; 0,016 — 29,3; 0,018 — 36,8. Während von Versuch 1 zu 2 die Concentration der Lösung um $\frac{1}{10}$ Proc. zunimmt und man eine Vermehrung des Aequivalentes um kaum eine Einheit hat, soll in den Versuchen 2 und 3, wo eine Zunahme in der

1) Beiträge II. Bd. S. 35 ff.

Concentration um $\frac{3}{10}$ Proc. stattfindet, das Aequivalent um 7 Einheiten zunehmen, obschon sämmtliche Lösungen an derselben Stelle der Concentrationsscale liegen. Ebenso ist es unwahrscheinlich, dafs von zwei Lösungen, von denen die eine 3,3, die andere 3,4 Proc. Salz enthält, die erstere das Aequivalent 12,7, die andere 9,9 liefern soll. Dazu kommt das merkwürdige Factum, dafs gewisse niedere Concentrationen so enorme Aequivalente geben sollen, die mit denen, welche concentrirte Lösungen liefern, gar nicht zu vergleichen sind und für welches Verhalten man theoretisch gar keinen haltbaren Grund auffinden kann. Was die Salz- und Wasserströme in ihrer Abhängigkeit von der Zeit anlangt, so sollen sie nach Fick's Angabe beide von der Zeit *unabhängig* seyn. Bei der Diffusion durch Collodiumhäute nimmt der Salzstrom bei gleichbleibendem Wasserstrom mit der Zeit zu. Diese Zunahme geschieht aber äufserst langsam. Um einen Begriff davon zu geben, setze ich die Gröfse des Salzstromes für eine 24 procentige Lösung aus Fick's Versuchen hierher.

29	Juni	0,0895^{gr}
3	Juli	0,1200
6	»	0,1630
14	»	0,1760
23	»	0,1890

Nach dieser Mittheilung des Thatsächlichen, worauf sich der Unterschied zwischen den beiden Diffusionsarten gründen soll, wollen wir nun untersuchen, ob ernstlicher Grund vorhanden ist, jenen mit den angegebenen Eigenthümlichkeiten zu machen und ferner, ob, wie behauptet worden ist, die thierischen Membranen nicht rein die ächte Endosmose zeigen und also in dieser Beziehung der Collodiumhaut nachstehen. In Bezug auf die Frage, ob wirklich eine von der ächten Endosmose verschiedene Porendiffusion bestehe, welche sich von der freien Hydrodiffusion durch die Existenz eines wirklichen Aequivalentes unterscheide, besitze ich noch nicht Material genug, um darüber eine fertige Meinung zu haben. Ich halte sie aber nach

Digitized by Google

Dem, was ich selbst darüber beobachtet, und was ich über Fick's Versuche bemerkt habe, für sehr unwahrscheinlich. Besteht sie, so ist ihr Aequivalent jedenfalls sehr klein und bedarf dann noch des Beweises, dafs sie *frei* sey von jeder ächten Endosmose. Gesetzt aber, sie bestünde mit dem von Fick ihr zuertheilten Charakter, kann, so fragen wir jetzt weiter, es zulässig seyn, zufolge der vorhandenen Versuche es als eine wesentliche Eigenschaft ächt endosmotischer Processe anzusehen, dafs sie einen mit der Zeit wachsenden Salzstrom bei gleichem Wasserstrom liefern? Abgesehen davon, dafs dieses Kennzeichen nicht praktisch genug ist, um mit seiner Hülfe zu entscheiden, ob man es mit einem ächt endosmotischen Processe zu thun habe oder nicht, da Wochen dazu gehören würden, um darüber ins Reine zu kommen und dafs, wo etwa ein Gemisch von Porendiffusion und ächter Endosmose vorläge, diefs nicht auf diese Weise erkannt werden könnte, so ist weiter darüber Folgendes zu bemerken. Die Zunahme des Salzstromes kann *Mehreres* bedeuten, und man ist daher nicht gezwungen, sie als eine wesentliche Eigenschaft des endosmotischen Processes anzusehen. Zunächst verfällt man wohl darauf, dafs mit der Zeit sich von der Membran in den Versuchsflüssigkeiten kleine Partikelchen lösen, und dadurch die Membran für den Salzstrom durchgängiger wird. Die gelösten Theile brauchen sich gar nicht *thätig* im endosmotischen Processe erwiesen zu haben, sie brauchen sich gar nicht bei den Anziehungen betheiligt zu haben, welche die Membranmolecüle bei der Erzeugung der Endosmose auf die bezüglichen Flüssigkeiten ausgeübt haben. Verhält es sich so, dann ist die Zunahme des Salzstromes bei gleichem Wasserstrom, d. i. die Abnahme des Aequivalentes mit der Zeit kein charakteristisches Kennzeichen des Processes selber, sondern nur dafür, dafs sich das Material geändert hat. Es verhält sich dann damit etwa so, wie mit einer constanten galvanischen Kette, die nach Tage langem Gebrauch in Folge der Veränderungen ihres Materials an Stärke abnehmende Ströme liefert. Man könnte

sich auch ferner vorstellen, dafs die Anziehung der Membran zum Salz und somit die Gröfse des Salzstromes abhängig sey von dem mehr oder weniger aufgequollenen Zustand, in welchen die Membranmoleküle bei der Berührung mit Wasser übergehen. Diefs angenommen, ist begreiflich, dafs eine Membran, je länger sie mit Wasser in Berührung ist, desto vollkommner aufquellen und für die Anziehung zum Salz um so fähiger werden wird bis sie endlich ihr Maximum erreicht. Auch hier erscheint die Zunahme des Salzstromes mit der Zeit als Folge einer geänderten Versuchsbedingung, jedoch nicht der Art, dafs es erlaubt wäre zu sagen: Wenn die Aufquellung der Membran ihr Maximum erreicht und damit Constanz des Salzstromes eingetreten ist, dann hört die durch eine solche geschehende Diffusion auf, eine ächte Endosmose zu seyn. Für die Collodiummembran würde eine solche Vorstellung ohne Zwang mit den beobachteten Thatsachen im Einklang seyn; für sie würde man bei ihrem langsamen Aufquellen in Wasser das ungemein langsame Wachsen des Salzstromes begreiflich finden. Ich komme auf diese Idee hauptsächlich durch die oben näher mitgetheilten Erfahrungen über die Endosmose durch *trockene* Membranen. Diese verhalten sich genau wie die Collodiummembranen in Fick's Versuchen, und da es augenscheinlich ist, dafs sie während der anhaltenden Diffusion durch sie hindurch immer mehr und mehr aufquellen, so liegt es nahe, davon die Vermehrung des Salzstromes mit der Zeit abhängig zu denken. Endlich soll auch nicht verkannt werden, dafs man sich vorstellen könne, bei der Endosmose gingen die Flüssigkeiten so feste Verbindungen mit den Membrantheilchen ein, dafs damit *nothwendig* eine Zerstörung, eine Aenderung des Materials verbunden sey. Dann würde dieses Merkmal zum eigentlichen Wesen der Endosmose gehören. Leider sieht man dann aber nicht recht ein, warum mit der Zeit gerade die Gröfse der Veränderung des Materials wachsen mufs; man könnte sich die Endosmose unter dieser Voraussetzung auch mit constantem Salzstrome vorstellen. Ich

Digitized by Google

sage nun: Weil die Zunahme des Salzstromes bei der Diffusion durch Collodiumhäute dieser mehrfachen und vielleicht auch noch anderer Deutung fähig ist, kann dieser Umstand nicht ein charakteristisches Zeichen der ächten Endosmose seyn. Geht man von der Voraussetzung aus, dafs es die beiden oben angegebenen Arten der Diffusion gäbe, so müfste man nach anderen charakteristischen Unterschieden suchen. Vielleicht kann dazu das Verhalten gegen den Druck dienen, unter dem man die Diffusionen sich vollziehen läfst, indem möglicher Weise, wenn man in einem Thoncylinder befindliches Wasser unter einen einigermafser hohen Druck setzt, von der Salzlösung, die man einer solchen Thonzelle zur Diffusion gegenübergestellt hat, gar Nichts zum Wasser übergeht, während für thierische Membranen diefs höchst wahrscheinlich durch gar keinen Druck verhütet werden kann. Doch darüber haben neue Versuche zu entscheiden. Ich komme zur letzten Frage: Sind die Diffusionen durch thierische Membranen Gemische von Porendiffusion und ächter Endosmose oder sind sie letzteres allein und verdienen diese Scheidewände den Collodiumhäuten nachgesetzt oder gleichgestellt zu werden. Bezüglich des ersten Punktes ist es schwer, etwas Entscheidendes zu sagen, da der Unterschied zwischen beiden Diffusionsarten bis jetzt noch anzuzweifeln ist, jedenfalls aber das angegebene Merkmal so ohne Weiteres nicht ausreicht. Aber diese Bemerkung gilt selbstverständlich auch für die Collodiummembran. Wir müssen daher zusehen, ob wir nicht durch andere Betrachtungen den relativen Werth von thierischen und Collodiummembranen für Endosmosenversuche bestimmen können. Was die anatomische Homogeneität beider Membranarten anlangt, so habe ich darüber folgende Bemerkungen beizubringen. Wenn man von der Collodiumhaut behauptet, dafs sie vor den thierischen Häuten sich dadurch auszeichne, dafs sie keine capillaren Spalten zeige, so ist das eine nicht bewiesene Voraussetzung. Niemand wird bestreiten können, dafs dieselbe bei ihrer grofsen, allgemein zugegebenen Zerbrechlichkeit,

während des Versuchs solche Spalten erwerben könne und zwar leichter, als die vollkommen elastische thierische Haut. Ebensowenig ist man sicher, dafs während der Anfertigung der Membran durch ungleiches Austrocknen etc. kleine Risse entstehen. In Beziehung also auf die Möglichkeit Spalten zu *erwerben* dürfte die Collodiummembran im Nachtheil seyn. Was man aber hauptsächlich gegen die thierischen Membranen vorbringt, das ist die Discontinuität in ihrem histologischen Bau. Ich glaube, dafs man hier ohne Grund übertreibt. Nehmen wir in dieser Beziehung das Pericardium in seinem frischen Zustand vor, so sehen wir es aus feinen Fäden, deren etwa 1500 auf 1^{mm} gehen, zusammengesetzt. Dieselben liegen äufserst dicht an einander und sind noch durch eine besondere homogene Masse zusammengekittet, welche die Eigenschaft hat, in kaltem Wasser fast unlöslich zu seyn; sie löst sich aber in Barytwasser, weshalb man sich gewöhnlich dieses Mittels zur vollkommenen Separirung der Fibrillen bedient. Solcher Lagen von zusammengekitteten Fasern finden sich viele über einander, so dafs man sich das Ganze als eine homogene Substanz mit feinen Fasern durchzogen vorstellen mufs. Nirgends bleiben *sichtbare* Spalten; dafs sie erworben werden *können*, wird nicht geläugnet, aber man mufs in den speciellen Fällen zureichenden Grund für derartige Beschuldigungen haben. Den allgemeinen Grund, welchen man wohl für die Anwesenheit von Spalten in thierischen Membranen anführt, dafs man durch sie hindurch filtriren könne, kann ich nicht anerkennen; denn nicht allein fehlt der Beweis für die Behauptung, dafs man durch eine Membran *ohne* capillare Spalten nicht filtriren könne, sondern es können auch die letzteren erst durch den Filtrationsdruck selbst entstehen. Für eine Membran nun der beschriebenen Art, welche sich also unter dem Mikroskop aus zwei verschiedenen Substanzarten bestehend erweist, folgt nun daraus noch nicht, dafs sie die beiden erwähnten Diffusions*arten* zeigen müsse. Man kann sich wohl vorstellen, dafs durch ein solches Gemisch zweier

Digitized by Google

verschiedener Substanzen die absoluten *Werthe* der endosmotischen Gröſsen andere sind, als wenn *vollkommene* Homogeneität von nur einer Substanzart vorhanden wäre, aber bei dem beschriebenen Bau, wo die Bindesubstanz ohne nachweisbaren Raum sich an die Fasern legt, also keine gröſseren Poren vorkommen, kann man nicht verstehen, wie hier Porendiffusion stattfinden soll. Es ist überdieſs bei der Imbition der thierischen Membran mit Wasser kein Indicium da, welches auf Aufnahme von Wasser in Capillarräume hinweiſst; denn wenn man einen Streifen Membran mit einem Ende in Wasser legt, so schreitet von der eingetauchten Stelle an die Imbibition sehr langsam, fast gar nicht vor, während in einer porösen Lamelle das Wasser *suchends* vorschreitet. Man wird in diesen Vorstellungen bestärkt, wenn man dieselben Lösungen, welche man bei Anwendung des Pericardiums benutzt hat, durch thierische Häute diffundiren läſst, welche nachweislich Lagen *homogener* Substanz zeigen und für sie dieselben Gesetze findet, wie für das Pericardium. Dieſs hat mich zu Untersuchungen über Endosmose durch Hornhäute des Ochsen geführt. Diese Membran besteht, wie alle Anatomen zulassen, aus einer Anzahl fest mit einander verklebter Lamellen, an denen eine faserige Structur nur sehr undeutlich zu erkennen ist. Ueberdieſs aber ist die Gesammtheit derselben an der vorderen und hinteren Fläche von je einer vollkommen structurlosen Haut eingeschlossen, von denen die hintere eine Dicke hat, welche in die Maaſse hineinfällt, von denen sich Fick der Collodiummembranen bediente [1]). In einer Versuchsreihe erhielt ich folgende Werthe:

1) Beiträge II. Bd. S. 42 ff.

Hintere structurlose Membran gegen das Kochsalz, Membran frisch aufgebunden, vor dem Gebrauch 24 Stunden in aq. dest. bei einer Temperatur von 4 bis 5° R.

Zeit	Durchgegangene Salzmenge	Durchgegangene Wassermenge	Temp. R.	Aeq.
Nov. 6 1858				
8h 52	0,244	0.437	4,2	
	für 4 Stunden=	für 4 Stunden=		1,8
11 52	0,324	0,582	5,0	
11h 59	0,394	1,100	5,0	2,8
3 59				
4h 1	0,460	1,590	4,5	3,4?
8 1			5,0	

Diffundirt, ohne die durchgegangene Menge zu bestimmen, bis

Nov. 7				
9h 16	0,480	1,538	4,6	3,2
1 16				
1h 17	0,462	1,453	4,1	3,1
5 17			4,6	

Wie oben, bis

Nov. 8				
8h 42	0,472	1,427	4,9	3,0
12 42			5,0	
12h 43	0,480	1,450	4,0	3,0
4 43			4,9	
Nov. 9				
9h 7	0,491	1,545	4,9	3,1
1 7			5,1	
1h 8	0,476	1,549	4,1	3,2
5 8			4,8	

Hieraus ersieht man dafs Membranen, in welchen homogene thierische Häute vorkommen, sich wesentlich so wie das Pericardium verhalten: sie liefern einen im Anfang zunehmenden Salzstrom bei nahezu gleichem Wasserstrom; dann aber bleibt der erstere und das Aequivalent constant. Der einzige bemerkbare Unterschied liegt in der etwas längeren Dauer der Zeit, während welcher der Salzstrom zunimmt. Die drei Häute: Pericardium, Hornhaut und

Digitized by Go

Collodiummembran unterscheiden sich also nur dadurch von einander, dafs sie in verschiedener Zeit das Maximum ihres Salzstromes, Constanz des endosmotischen Processes, erreichen; der Herzbeutel braucht dazu die geringste, die Collodiummembran dazu die längste Zeit, die Hornhaut steht zwischen beiden. Mit Rücksicht nun darauf, dafs ich in der Zunahme des Salzstromes mit der Zeit kein Merkmal erkennen kann, welches die wahre innere Natur des Processes unzweifelhaft ausdrückt, sondern auf mancherlei Möglichkeiten hinweist, ist mir der graduelle Unterschied, welchen verschiedene Häute in dieser Beziehung zeigen, wenig bedeutsam. Da die von mir untersuchten Häute in der Art ihrer Imbibition Nichts mit der Aufsaugung von porösen Körpern gemeinsam haben, ihre Endosmose sich in so hohem Grade vom mechanischen Druck unabhängig zeigt und überdiefs beide, wovon eine mit *vollkommen homogenen Lamellen* besetzt ist, demselben Gesetz folgen, so betrachte ich sie bis auf Weiteres als solche, welche eine auf ächte Imbibition sich gründende Endosmose zeigen. Ich gebe ihnen aber unter der Voraussetzung, dafs man sie vor Fäulnifs schütze und sie im Zustand der letzteren nicht zur Endosmose benutze, den Vorzug vor Collodiummembranen. Sie sind leichter herzustellen, nicht so leicht zerbrechlich, als Collodiummembranen und gestatten daher eine ganze Anzahl von Manipulationen, welche man mit den Scheidewänden vornehmen mufs, wenn man die verschiedenen Einflüsse auf die Endosmose untersuchen will. Dahin gehören namentlich die Untersuchungen über den Einfluss der Temperatur und der Concentration. Besonders aber ist es die letztere, welche stets die eine oder andere Vorrichtung verlangt, die Concentration während der Versuchsdauer auf gleicher Höhe zu erhalten. Ich habe mich wiederholt überzeugt, dafs diefs weit besser ist, als sich auf die aus der Anfangs- und Endconcentration berechnete mittlere zu verlassen. Sind beide nur einigermaafsen von einander entfernt, so ist diefs Verfahren schon im Princip nicht mehr zulässig, da es auf die Proportiona-

Digitized by Google

lität zwischen der Gröfse des Salzstromes und der wechselnden Concentration während des Versuchs gegründet ist; diese aber erst zu untersuchen ist. Nach meinen oben mitgetheilten Versuchen findet diese aber nicht statt, wenigstens dann nicht, wenn die Concentration als der Quotient aus der Lösung in die darin enthaltene Salzmenge definirt wird. Ueberdiefs findet bei solchen Lösungen, die man sich so ganz selbst überläfst, nicht immer gleichmäfsige Mischung statt; man kann kaum sagen, was da vor sich geht [1]). Diesen Umständen schreibe ich die Nichtübereinstimmung meiner und Fick's Erfahrungen über die Abhängigkeit der Endosmose von der Concentration zu. Endlich ist es ein nicht genug zu schätzender Vortheil, dafs die Endosmose durch thierische Häute innerhalb sehr kurzer Zeit *constante* Strömungen liefert. Auf diese Weise treten die durch die zu studirenden Einflüsse hervorgebrachten Veränderungen viel schärfer hervor und bewahren vor den mannigfachen Täuschungen, die das Studium jedes mit der Zeit unregelmäfsig veränderlichen Processes mit sich führt.

V. *Ueber die Erscheinungen beim Absorptionsspectrum des Didyms; von R. Bunsen.*

In einer von Prof. Bahr und mir gemeinschaftlich ausgeführten Arbeit über Erbinerde und Yttererde [2]) haben wir gezeigt, dafs sich kleine Verschiedenheiten im Absorptionsspectrum des schwefelsauren Didymoxyds zeigen, je nachdem man das Licht durch einen Krystall oder eine Lösung

1) Vergl. z. B. die Versuche S. 70. Die Salzlösung enthielt dort in allen Versuchen überschüssiges, pulverisirtes Kochsalz, bewegt man sie aber nicht durch Umrühren, so findet unvollkommne Mischung statt und die Sättigung der Lösung ist nur eine vermeintliche.

2) Liebig's Ann. Bd. CXXXVII Heft I, S. 1.

desselben treten läfst. Ich habe seitdem gefunden, dafs das Erbium- und Didymspectrum sich wesentlich ändert, wenn man polarisirtes Licht anwendet und entweder den ordentlichen oder den aufserordentlichen Strahl durch den Krystall fallen läfst und dafs, während Apparate mit nur einem Prisma und mäfsiger Vergröfserung des Beobachtungsfernrohrs in den Spectren von Lösungen verschiedener Didymverbindungen keine Unterschiede erkennen lassen, unzweifelhafte Verschiedenheiten zum Vorschein kommen, sobald man kräftigere Instrumente zu Hülfe nimmt.

Die Aenderungen welche das Absorptionsspectrum unter den erwähnten Umständen erleidet, bilden den Gegenstand der nachfolgenden Mittheilung.

Es wurden zu den Beobachtungen zwei Spectralapparate benutzt, beide von Steinheil; der eine, den ich den kleineren nennen werde, mit einem Flintglasprisma von 60° brechendem Winkel, einer wirksamen Prismenoberfläche von 30 Millimeter Durchmesser und einer achtfachen Vergröfserung des Beobachtungsfernrohrs; der andere, im Folgenden als der gröfsere bezeichnete Apparat war mit vier gröfseren Flintglasprismen versehen, von denen das eine einen Winkel von 60° und jedes der drei anderen einen Winkel von 45° besafs, während das Fernrohr eine vierzigmalige Vergröfserung hatte. Für die Beobachtungen mit dem kleinen Apparate ist dieselbe Scale angenommen, welche bei der Bd. CXIX S. 1 dieser Ann. mitgetheilten Tafel benutzt wurde; für die Beobachtungen des grofsen Instrumentes diente die von Kirchhoff in seiner Arbeit über das Sonnenspectrum den Beobachtungen zu Grunde gelegte Scale. Als Material zu den Versuchen wurde Didymoxyd benutzt, welches eigens zu diesem Zwecke aus Cerit dargestellt war. Die von allen Verunreinigungen möglichst befreiten oxalsauren Ceriterden wurden durch Glühen an der Luft, Auflösen in Salpetersäure und Kochen mit Magnesit von Ceroxyd getrennt und diese Trennung mit den aus der sauren Lösung wieder durch Oxalsäure gefüllten Erden dreimal wiederholt. Die Scheidung des

Didymoxyds geschah nach dem gewöhnlichen Verfahren durch zwölfmalige Krystallisation des schwefelsauren Salzes unter Beobachtung der bekannten, zu einer möglichst vollständigen Trennung erforderlichen Vorsichtsmaafsregeln. Die Krystalle zeigten eine lebhaft blauröthliche Färbung und das daraus bereitete Oxyd eine ähnliche, aber mehr schmutzig röthliche, nicht im mindesten braune Farbe. Die Lösung des Salzes im Wasser gab während der drei heifsesten Sommermonate bei gewöhnlicher Tempertur, in einem mit Fliefspapier bedeckten Glase der freiwilligen Verdunstung überlassen, sehr regelmäfsig ausgebildete Krystalle, welche folgende Zusammensetzung zeigten:

Didymoxyd	46,27
Schwefelsäure	33,73
Wasser	20,00
	100,00.

Diese Zusammensetzung entspricht der bekannten Formel $3(\mathrm{Di\,O, SO_3})\,8\mathrm{HO}$ und stimmt nahe mit der nachstehenden von Marignac angestellten Analyse des sehr reinen Salzes überein, aus welchem derselbe das Atomgewicht des Didyms abgeleitet hat [1]).

Didymoxyd	46,50
Schwefelsäure	33,30
Wasser	20,20
	100,00.

Die Krystalle gehören dem monoklinometrischen System an. Aus der Messung derselben ergab sich in naher Uebereinstimmung mit den früher von Marignac und Rammelsberg angestellten Messungen für den Winkel der geneigten Axen

$$L = 61'\,45'$$

und für das Verhältnifs der Orthodiagonale a, der Klinodiagonale b und der Hauptaxe c

$$a : b : c = 0{,}3283 : 0{,}6786 : 1.$$

Diesem Axenverhältnifs entsprechen folgende berechnete und beobachtete Winkel.

1) Ann. d. Chem. und Phys. [3] Bd. XXXVIII, S. 148.

Digitized by Google

		Gefunden	Berechnet
$0P$ gegen	$\infty P\infty$	118° 15′	
$+P\infty$ »	$0P$	103 7	
$0P$ »	$-P$	119 40	
$\infty P\infty$ »	$+P\infty$	138 55	138° 38′
$0P$ »	$+\frac{1}{3}P$	114 0	113 36
$+P$ »	$+\frac{1}{3}P$	162 33	162 12
$-P$ »	$+P$	144 30	144 41
$-F$ »	$-P$ über $0P$	77 30	77 24

Der zu den Versuchen benutzte, Taf. II Fig. 2, abgebildete Krystall zeigte durch vorwiegende Vergrößerung der Flächen $0P$ einen stark ausgeprägten tafelförmigen Habitus; er war zwischen Deckgläsern in Canadabalsam eingebettet, stark gefärbt und völlig klar und durchsichtig.

Die Polarisationsebenen des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls, welche sich senkrecht zur Fläche $0P$ fortpflanzen, bilden mit der Klinodiagonale und mit der Orthodiagonale einen Winkel von 20°. Welches die Polarisationsebene des gewöhnlichen und welches die des ungewöhnlichen ist, bleibt unentschieden, da die Lage der optischen Axen nicht bestimmt wurde. Um die Spectren der beiden Strahlen zu unterscheiden, wurde ein Nicol'sches Prisma vor dem Krystall aufgestellt, dieser so gerichtet, daſs das Licht senkrecht zur Fläche $0P$ durchging und er um den Strahl so gedreht, daſs die Polarisationsebene des Nicols mit der einen oder mit der anderen jener beiden Ebenen zusammenfiel. Die Krystallstellung, bei der die Polarisationsebene des Nicols mit der Orthodiagonale einen Winkel von nahe 20° bildete, werde ich die orthodiagonale, die andere die klinodiagonale Stellung nennen.

Bei der Untersuchung von Spectren verschiedener Didymverbindungen tritt die Schwierigkeit ein, daſs sonst ganz gleiche Absorptionsspectren je nach dem Grade ihrer Intensität einen sehr verschiedenen Anblick gewähren, da die Breite der Absorptionsstreifen mit der Dicke und dem Salzgehalt des absorbirenden Mittels veränderlich ist. Solche

Beobachtungen können daher nur dann von Werth seyn, wenn das Licht in allen der Vergleichung unterworfenen Fällen auf seinem Wege durch die absorbirenden Mittel von gleichen Mengen absorbirender Substanz afficirt wird. Dieser Bedingung wird genügt, wenn sich der Didymgehalt des absorbirenden Mediums umgekehrt, wie die Länge der durchstrahlten Schicht desselben verhält. Bei der Vergleichung des krystallisirten und gelösten schwefelsauren Didymoxyds mit den Lösungen anderer Didymsalze wurde daher dieser Bedingung auf das Sorgfältigste Rechnung getragen.

Nennt man die Dicke der durchstrahlten Krystallschicht l, die Dicke einer durchstrahlten Lösung l_1, den Gehalt an Didymoxyd in der Volumeneinheit des Krystalls d und in der Volumeneinheit der Lösung d_1, so wurde bei den Versuchen das d_1 so gewählt, dafs

$$d_1 l_1 = d l$$

war.

Die zu den Versuchen benutzten Krystalle besafsen nach zwei sehr gut übereinstimmenden Bestimmungen ein specifisches Gewicht von 2,7153 bei 8° C. In einem Cubikcentimeter der Krystallmasse sind daher 1,2563 Grm. Didymoxyd enthalten. Die zwischen den Flächen $0P$ vom Lichte durchstrahlte Schicht besafs nach einer sphärometrischen Messung die Dicke von 1,55 Millimeter. Es war demnach

$$d = 1{,}2563$$
$$l = 1{,}55.$$

Es wurden Lösungen von drei Didymoxydsalzen untersucht; die eine von schwefelsaurem Didymoxyd; die andere von essigsaurem Didymoxyd und die dritte von Chlordidym. Bei allen dreien war

$$d_1 = 0{,}03414 \text{ Grm.}$$
$$l_1 = 57{,}1 \text{ Millimeter.}$$

Das Rohr Taf. II Fig. 10, welches die Lösungen enthielt, bestand aus einer dickwandigen Glasröhre von nur 6 Millimeter innerem Durchmesser, in deren Oeffnungen

Digitized by Google

zwei Glasstöpsel mit planparallelen Endflächen eingeschliffen waren. Diese Stöpsel waren aus einer dicken Spiegelplatte ausgeschnitten und durch sorgfältiges Schleifen in die Röhre eingefafst. Um ein durch Temperaturveränderungen bedingtes Zersprengen der völlig mit Flüssigkeit gefüllten Röhre unmöglich zu machen, befand sich in der Mitte derselben ein engeres Seitenröhrchen rechtwinklig angeschmolzen, das an dem nicht angeschmolzenen Ende verschlossen und mit Luft erfüllt war. Dieses Seitenröhrchen diente zugleich dazu, die Röhre horizontal in den Kork des Stativs zu stecken, so dafs sie um das als Axe dienende Seitenröhrchen drehbar war, wodurch das Einstellen, Auseinandernehmen und Füllen des kleinen Apparates sehr erleichtert wird. Fig. 1 Taf. II giebt die Lage der Fraunhofer'schen Linien, auf welche die ersten drei darunter folgenden Absorptionsspectren zu beziehen sind. Fig. 2 giebt das im kleinen Apparate mit polarisirtem Lampenlichte erhaltene Spectrum, bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls. Fig. 3 stellt das Krystallspectrum in polarisirtem Lichte bei klinodiagonaler Krystallstellung dar. Nicht polarisirtes Licht müfste ein mittleres Spectrum geben; doch zeigte sich dasselbe für das Auge von Fig. 3 nicht sehr merklich verschieden. Die Unterschiede zwischen den Figuren 2 und 3 geben sich vornehmlich in den drei Hauptstreifengruppen bei den Fraunhofer'schen Linien *D*, *E* und *F* dadurch zu erkennen, dafs sich die hellen Zwischenräume der scharfen Absorptionsbänder in Fig. 3 bei Fig. 2 verdunkeln, wodurch die einzelnen Gruppen ein verwascheneres gänzlich verändertes Aussehen gewinnen. Um zunächst die Veränderungen, welche im polarisirten Lichte auftreten, genauer ermitteln zu können, wurden die einzelnen Streifengruppen bei *D*, *E* und *F* im grofsen Spectralapparat mit Sonnenlicht untersucht.

Fig. 5 zeigt die Streifengruppe neben *D* bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls in polarisirtem Lichte; Fig. 6 dieselbe Gruppe bei klinodiagonaler Stellung. Das Spec-

Digitized by Google

trum Fig. 6 Taf. II unterscheidet sich, wie man sieht, von dem Fig. 5 dadurch, dafs die Zwischenräume zwischen den einzelnen Streifen heller werden, dafs der Streifen bei 1100 verschwindet und dafür ein neuer Streifen zwischen 1090 und 1095 zum Vorschein kommt. Noch auffallendere Veränderungen erleidet die Streifengruppe bei *E*. Die Gestaltung derselben Fig. 12 Taf. III, welche dem Spectrum des Krystalles bei orthodiagonaler Stellung im polarisirten Lichte eigenthümlich ist, erleidet die Fig. 13 Taf. III dargestellte Veränderung, wenn der Krystall aus der orthodiagonalen in die klinodiagonale Stellung übergeht. Es verschwinden dabei die fünf schwächeren Streifen fast völlig, während im Streifen zwischen 1557 und 1570 nur eine geringe Helligkeitsänderung bemerkbar wird und zwischen 1476 ein neuer Streifen erscheint. Am wenigsten hervortretend sind die Aenderungen der Streifengruppe neben *F*. Fig. 17 stellt diese Gruppe dar; sie zeigt im polarisirten, sowohl bei orthodiagonaler als bei klinodiagonaler Stellung des Krystalls, so geringe Unterschiede in der relativen Helligkeit der Absorptionsbänder, dafs sich dieselben einer sicheren Wahrnehmung in dem ohnehin schon sehr lichtschwachen Theil des Sonnenspectrums entziehen, ähnlich wie einige andere Absorptionsstreifen, die ich daher auch von den Beobachtungen ganz ausgeschlossen habe.

Alle diese Verschiedenheiten der Absorptionsspectren, welche im polarisirten Lichte auftreten, reihen sich den Absorptionserscheinungen an, welche der Turmalin unter ähnlichen Verhältnissen zeigt. Die Eigenschaft, welche das krystallisirte schwefelsaure Didymoxyd besitzt, den gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl in ungleicher Weise zu absorbiren, ist ihrem Wesen nach keine andere als diejenige, welche den Turmalin so wichtig für optische Versuche macht.

Die Lösung der Krystalle in Wasser giebt wiederum ein von den beiden eben betrachteten etwas abweichendes Spectrum. Dasselbe ist Taf. II Fig. 4 abgebildet. Auch

hier findet man die drei hauptsächlichsten Streifengruppen bei *D*, *E* und *F* wieder, aber noch mehr verwachsen als in dem bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls entstehenden Spectrum Fig. 2.

Einzelne der Absorptionsmaxima lassen eine zwar kleine aber deutlich wahrnehmbare Umgestaltung erkennen; beispielsweise verschwindet der Streifen bei 27 bis 31 des Krystallspectrums, während ein neuer schwacher Streifen bei 30 im Lösungsspectrum zum Vorschein kommt.

Sehr merkwürdig und beachtenswerth sind die kleinen Verschiebungen der Helligkeitsminima im Didymspectrum, die von der Natur der Verbindung, in welcher sich das Didym befindet, abhängen. Zu geringfügig um mit dem kleineren Apparate noch wahrnehmbar zu seyn, erkennt man sie erst mit dem grofsen. Ich habe sie zunächst nur bei den Lösungen dreier Didymsalze genauer untersucht, des Chlordidyms, des schwefelsauren und des essigsauren Didymoxyds. Es ist aber wohl kaum zu bezweifeln, dafs sich dieselben Erscheinungen auch bei anderen Lösungen und bei Krystallspectren verschiedener Didymverbindungen vielleicht selbst bei den leuchtenden Spectren der glühenden Didymerde und Didymerdeverbindungen zeigen werden. Die Schwierigkeit, verschiedene wohl ausgebildete krystallisirte Didymsalze von hinlänglicher Durchsichtigkeit zu erhalten, haben es mir noch nicht gestattet, die Untersuchung nach dieser Richtung hin weiter auszudehnen. Taf. II. Fig. 7, 8 und 9 giebt die Streifengruppe bei *D* von Chlordidym, schwefelsaurem Didymoxyd und essigsaurem Didymoxyd in der Reihenfolge der aufgeführten Salze; Taf. III Fig. 14, 15 und 16 die Streifengruppe bei *E* für dieselben Salze in derselben Ordnung und Taf. III. Fig. 18 19, 20 in entsprechender Weise die Streifengruppe bei *F*. Das Atomgewicht des Chlordidyms [1]) ist 83,4, das des wasserfreien schwefelsauren Didymoxyds 95,9 und das des wasserfreien essigsauren Salzes 106,9. Man sieht, dafs sämmtliche Streifengruppen bei den untersuchten Salzen in der

1) $Di = 47{,}9$.

Digitized by

Ordnung der wachsenden Atomgewichte nach dem rothen Ende des Spectrums hin verschoben werden. Diese in den Spectren verschiedener Didymverbindungen auftretenden Unterschiede sind bei einer noch völlig mangelnden allgemeinen Theorie der Lichtabsorption in auslöschenden Medien auf andere Erscheinungen für jetzt nicht zurückführbar. Sie erinnern an die kleinen allmählichen Veränderungen der Tonhöhe, welche ein schwingender, elastischer Stab zeigt, wenn er mit Gewichten beschwert wird oder an die Tonveränderungen, welche eine Zungenpfeife durch Verlängerung ihrer Röhre erleidet.

VI. *Das Princip der stroboskopischen Scheiben als vortheilhaftes Hülfsmittel zur optischen Analyse tönender Körper;*
von Dr. A. Töpler.

Zur optischen Analyse der Vorgänge, welche sich bei den rasch aufeinander folgenden Vibrationen tönender Körper geltend machen, hat man sich seit Wheastone's Untersuchungen über die Geschwindigkeit der Elektricität und über die chemische Harmonica vielfach mit Vortheil des rotirenden Spiegels bedient. Anderentheils bietet die von Wilhelm Weber erfundene und seitdem durch Apparate der mannigfachsten Art verbesserte Vibrographie das Mittel, einfache und combinirte Schwingungen fester Körper graphisch darzustellen und sogar zu Messungen geeignet zu machen. Die Vorzüge beider Methoden für die empirische Forschung lassen sich leicht durch Anwendung eines Princips vereinigen, welches bisher nur dazu gedient zu haben scheint, in den physikalischen Kabinetten die Grundlage einer interessanten Spielerei zu seyn, nämlich durch das Princip der stroboskopischen Scheiben.

Digitized by Google

Das Thaumatrop von Dr. Paris, die stroboskopischen Scheiben von Stampfer und das Anorthoskop von Plateau sind bekanntlich Apparate, welche, wenn auch zum Theil in wesentlich verschiedener Weise, solche optische Täuschungen hervorrufen, die auf der Dauer des Lichteindruckes im Auge beruhen. In Bezug auf die Anwendbarkeit des stroboskopischen Princips zu optischen Untersuchungen erwähnt Stampfer nur einer exacten Bestimmung der Dauer des Lichteindruckes [1]). Das thaumatropische Princip benutzte zuerst Savart, wenn auch in sehr unvollkommner Weise, um das Zerreifsen von ausfliefsenden Flüssigheitsstrahlen zu studiren. Rogers wies ferner das successive Aufleuchten und Verschwinden der singenden Flamme (der chemischen Harmonica) durch Anwendung einer schwarzen Kreisscheibe mit weifsem, radialem Streifen nach. Bei rascher Rotation verschwand der Streifen im Tageslicht. Bei der Beleuchtung durch die chemische Harmonica erschien jedoch der Streifen je nach der Geschwindigkeit der Scheibe ruhend, oder in dem einen oder dem andern Sinne langsam rotirend. Der erste, welcher das stroboskopische Princip zu exacter, subjectiver Beobachtung benutzte, ist meines Wissens Prof. Magnus, welcher in seiner interessanten Untersuchung über den Ausfluſsstrahl eine vor dem Auge rotirende Scheibe mit enger, radialer Spalte benutzte [2]). In der experimentalen Akustik scheint das Princip bis jetzt keine Geltung erlangt zu haben, es sey denn, dafs dahin zielende Vorschläge ganz übersehen worden sind, da sonst Untersuchungsobjecte, wie die chemische Harmonica und noch gar manche andere Schwingungserscheinungen, ohne Zweifel nach dieser Methode geprüft worden wären.

Denkt man sich ein irgendwie in Vibration begriffenes Beobachtungsobject, welches $n$mal pro Secunde periodisch

1) Siehe darüber »Die stroboskopischen Scheiben oder optischen Zauberscheiben« von J. Stampfer, Wien 1833.

2) Siehe »Hydraulische Untersuchungen« von G. Magnus, Pogg. Ann. Bd. 106, S. 18.

wiederkehrende Phasenunterschiede in Bezug auf Geschwindigkeit und örtliche Lage durchläuft, wobei die Zeitdauer je einer Vibration eine so kleine sey, dafs das blofse Auge dieselben nicht mehr verfolgen kann, wie dieſs bei tönenden Körpern allerdings der Fall ist; stellt man sich ferner vor, es befinde sich *dicht* vor dem beobachtenden Auge eine nach Art einer Sirene durchlöcherte Scheibe, so wird bei der raschen Rotation der Scheibe der schwingende Körper in einer gewissen Phase der Vibration zu ruhen scheinen, wenn gerade n Löcher pro Secunde vor dem Auge vorbeigehen. In diesem Falle erblickt nämlich das Auge den schwingenden Körper nur in einer gewissen und zwar stets derselben Phase. Sämmtliche successiven Gesichtseindrücke summiren sich im Auge zu einem ruhenden Bilde. Gesetzt aber, es habe die durchlöcherte Scheibe eine geringe Verzögerung gegen den schwingenden Körper, so dafs nur $n - 1$ Löcher pro Secunde vor dem Auge passiren, so wird bei jedem momentanen Aufblitzen des Bildes auf der Netzhaut das Object um $\frac{1}{n}$ seiner ganzen periodischen Veränderung vorgerückt erscheinen, welche Eindrücke sich zu einem bewegten Bilde summiren, dafs pro Secunde einmal die wirkliche Phasenveränderung des vibrirenden Objectes reproducirt. Ist die Zahl der Löcher auf der rotirenden Scheibe pro Secunde $= n - m$, so durchläuft das Bild m scheinbare Vibrationen in demselben Sinne wie das Object. Durch eine analoge Schlufsfolgerung findet sich, dafs bei der Lochzahl $n + m$ das Bild auf der Netzhaut zwar auch m scheinbare Perioden, aber in *retrogradem* Sinne durchläuft. Man kann also durch passende Regulirung des Unterschiedes m die Schwingungsphasen des tönenden Körpers *beliebig verlangsamt* optisch reproduciren und zwar in positivem und negativem Sinne. Das Auge wird in jedem Falle gerade so viele scheinbare Schwingungen beobachten, als das Ohr Stöfse vernehmen würde, wenn man sich die rotirende Scheibe als Sirene angeblasen denkt, so dafs zwischen den beiden erzeugten

Digitized by Google

Tönen Interferenz stattfinden kann. Es ist ausdrücklich zu bemerken, dafs obige Schlufsfolgerung nur für den Fall gilt, dafs sich das Auge des Beobachters *dicht* hinter der rotirenden Scheibe befindet.

Dieses Princip ist so einfach und allbekannt, dafs man vermuthen sollte, es müfste dasselbe zum Studium der Schwingungserscheinungen schon häufiger Anwendung gefunden haben. In der That bietet es, wenn man dasselbe von einigen unten zu erwähnenden optischen Fehlerquellen befreit, ein ganz brauchbares Mittel zur Construction eines Universal-Vibroskops, welches über die Phasenunterschiede sowohl nach Raum als Zeit Aufschlufs geben kann. Der Vorzug vor dem rotirenden Spiegel und dem Vibrographen liegt auf der Hand da der erste in die Breite gezogene, in einanderfliefsende Bilder liefert, die Vibrographe aber nur über die Gestalt der Schwingungscurve eines einzigen schwingenden Punktes belehrt, nie aber den ganzen Körper in Bezug auf Veränderungen der Form, der optischen Eigenschaften etc. untersuchen läfst. Da ich in der mir bekannt gewordenen Literatur über experimentale Akustik nirgends eine Benutzung des stroboskopischen Princips in dieser Richtung gefunden habe, so versuche ich durch nachfolgende Mittheilung den Werth der Methode als analytisches Hülfsmittel nachzuweisen.

Meine ersten Versuche führte ich mit Stimmgabeln aus. Eine Stimmgabel, welche nahezu die nächst tiefere Octav des tönenden Objectes gab, trug an einer Zinke eine dünne Metallscheibe mit einer feinen Oeffnung, während die andere Zinke durch ein Gewichtchen abbalancirt war. Bei sehr lebhafter Erregung der Stimmgabel sieht ein Auge, welches dicht hinter die Gleichgewichtslage der schwingenden Oeffnung gebracht wird, allerdings die Eingangs erwähnten Erscheinungen, wenn man vor dem Auge noch eine zweite sehr kleine Oeffnung anbringt. Allein das Experimentiren auf diese Art ist sehr unbequem, weil die Lichtstärke so sehr beeinträchtigt wird, anderentheils aber, weil die andauernde starke Erregung der Stimmgabel ohne complicirte

Vorrichtungen nicht erzielt werden kann. Ich wandte mich daher zu den rotirenden Scheiben mit concentrischen Lochreihen, wie sie bei jeder Sirene zur Anwendung kommen. Das schwierigste ist ohne Zweifel hierbei, der rotirenden Scheibe jede gewünschte Geschwindigkeit zu ertheilen und dieselbe während der Dauer der Beobachtung constant zu erhalten. Es würde sich diefs ohne Zweifel leicht durch Gewichtsuhrwerke, vielleicht am besten durch eine kleine elektromagnetische Maschine erreichen lassen, welche letztere durch einen Rheostaten zu reguliren wäre. Indem die vollkommenere Einrichtung eines solchen Mechanismus der Praxis überlassen bleibt, beschränke ich mich auf die Beschreibung einer Anordnung, welche bei einiger Uebung mit vollkommen befriedigendem Erfolg zu vibroskopischen Zwecken angewendet werden kann.

Es bedeutet *A* Fig. 1 Taf. V ein kleines Federuhrwerk, wie man ein solches gewöhnlich zu den Versuchen mit dem Farbenkreisel und den subjectiven Farben benutzt. Dasselbe hat allerdings keinerlei Regulirung. Durch Aufziehen einer starken Feder mittelst des Schlüssels *a* und des Sperrrades *b* wird eine geschwärzte Papierscheibe *B* von 5 bis 8 Zoll Durchmesser mit verschiedenen concentrischen Lochreihen in sehr rasche Rotation versetzt. Die Geschwindigkeit wird bei einem einmaligen Aufziehen allmählich einen Maximalwerth erreichen, um von da ab wieder langsam auf Null zu sinken. Zur Erzielung grofser Geschwindigkeit eignen sich am besten Scheiben aus nicht zu starkem, aber undurchscheinendem Papier, wie dieselben schon von Magnus zur Beobachtung des Ausflufsstrahles benutzt wurden, da dieselben sich durch Wirkung der Centrifugalkraft von selbst genau in die Rotationsebene legen und dadurch am wenigsten Widerstand in der Luft finden, während dickere Scheiben oder noch so dünne Metallscheiben stets schlagen. Der Apparat sey auf einem Beobachtungstisch festgeklemmt.

Blickt nun das Auge durch eine der Lochreihen nach einem tönenden Körper, z. B. einer singenden Flamme *f*, so

Digitized by Google

beobachtet man bei einer gewissen Geschwindigkeit die oben erwähnten Erscheinungen, wenn auch vorübergehend. Vor der Scheibe ist ein kurzes Rohrstück C auf einem Ständer Cs befestigt, welcher letztere um das Gelenk s drehbar ist. Die Rohrmündung kann auf diese Weise vor jeder Lochreihe eingestellt werden. Durch den Gummischlauch g kann die Scheibe B mittelst eines mit dem Fuss zu regierenden Blasebalgs angeblasen werden, um durch die Coïncidenz der Töne die passende Geschwindigkeit zu finden. Es gelingt nun allerdings erst nach einiger Uebung durch fortwährende Handhabung des Schlüssels a die Geschwindigkeit so constant zu erhalten, dafs man die scheinbaren Schwingungen Minuten lang sehr gut beobachten kann. Es gehört hierzu viel Geduld und Ausdauer, namentlich wenn man es mit hohen Tönen zu thun hat. Nur das grobe Abstimmen geschieht nach dem Gehör; ist der Gleichklang der Töne erreicht, so wird das feinere Nachstimmen nach der scheinbaren Schwingungsgeschwindigkeit versuchsweise vollführt, bis man es dahin gebracht hat, die scheinbare Dauer einer Schwingung auf 2 bis 5 Secunden zu erhalten.

Hat man jedoch eine Hülfsperson zur Hand, so kann man das Nachstimmen von derselben in folgender sehr erfolgreicher Weise besorgen lassen. Man untersucht das Verhältnifs des Geschwindigkeitsumsatzes von der Axe des Schlüssels a bis zur Axe der Scheibe B, was durch Abzählen der Zähne des seitlich sichtbaren Räderwerks ein für alle Male erreicht werden kann. Denkt man sich nun den Schlüssel ruckweise nach dem Schlage eines Pendels z. B. um einen Zahn des Sperrrades weiter gedreht, so wird die als Schwungrad dienende Scheibe B allmählich eine constante Geschwindigkeit annehmen, bei welcher von der ruckweise aufgedrehten Feder pro Zeiteinheit ebensoviel abläuft, als durch je einen Sperrzahn aufgedreht wird. Nun läfst sich aber das Zeitintervall für das ruckweise Aufziehen je eines Sperrzahnes aus der Tonhöhe des Untersuchungsobjectes, der Lochzahl der Scheibe und dem

Uebertragungsverhältnifs des Räderwerks leicht berechnen. Dieses Zeitintervall läfst man nun durch ein Metronom oder ein dem Hülfsarbeiter sichtbares Fadenpendel markiren. Bei jedem Pendelschlage hat dieser den Schlüssel um einen Zahn weiter zu drehen, was durchaus nicht schwierig ist. Ist sonst das Räderwerk in gutem Zustande, so stellt sich durch den wachsenden Luftwiderstand und die Trägheit der Scheibe *B* ein Gleichgewichtszustand in der Geschwindigkeit der Scheibe her, welcher für alle Versuche mit nicht zu hohen Tönen völlig ausreicht. Zu Anfang des Versuchs bleibt allerdings die Scheibe etwas zurück, eilt dann vor und sinkt dann allmählich auf ihre Normalgeschwindigkeit, was leicht zu erklären ist. Der Beobachter kann nun ungehindert die Beobachtung ausführen. Sollten die scheinbaren Schwingungen noch zu rasch erfolgen, so genügt eine kleine Correction am Pendel oder Metronom. Nach diesem Verfahren ist die später zu gebende Untersuchung der singenden Flammen ausgeführt. Die Schwingungen erschienen so gleichförmig und langsam, dafs ich mich nicht nach andern Mitteln zur Regulirung des Uhrwerks umzusehen brauchte. Leider müssen obige Vorbereitungen selbstredend bei jedem neuen Object mit anderer Tonhöhe wiederholt werden.

Was die Beobachtungen selbst betrifft, so leiden dieselben an Fehlerquellen, welche sich jedoch glücklicher Weise vermeiden lassen. Blickt man zunächst mit bloſsem Auge durch die als durchsichtiger Kreis erscheinende Lochreihe, so erscheinen die Bilder der schwingenden Objecte undeutlich begränzt, wenn die Löcher einen Durchmesser haben, welcher im Verhältnifs zum Abstande je zweier benachbarter Löcher erheblich ist. Denn in Wirklichkeit ist das Aufblitzen des Bildes beim Vorüberlaufen einer Oeffnung vor der Pupille nicht momentan. Ist das Verhältnifs des Durchmessers eines Loches zu seinem Abstande von dem nächstfolgenden $1 : p$ und ist die Scheibe zum tönenden Körper richtig gestimmt, so verflieſst während des Vorüberganges eines Loches $\frac{1}{p}$ einer Schwingung des Objectes.

Digitized by Go

Das Bild muſs also umsomehr verzerrt seyn und in das der nächstfolgenden Phase übergreifen, je kleiner p ist.

Ich muſste mich daher sehr wundern, bei sehr vielen schwingenden Objecten ganz deutliche Bilder zu erhalten, als p nicht mehr als 10 bis 12 betrug. Dieſs erklärt sich aber bei genauer Ueberlegung folgendermaaſsen. Gesetzt die rotirenden Löcher seyen kreisförmig und genau vom Durchmesser der Pupille, so ist die Intensität des Lichteindruckes während des Vorüberganges eines Loches durchaus wandelbar. Indem sich das betreffende Loch allmählich vor die kreisförmige Pupille schiebt, wächst die Helligkeit rasch von 0 bis auf einen bestimmten Maximalwerth und zwar wird die Lichtintensität stets von dem Flächeninhalt des über einandergreifenden Theiles beider Kreise (Loch und Pupille) abhängig seyn. Das Maximum der Helligkeit wird thatsächlich nur einen Moment dauern, um dann ebenso rasch wieder abzunehmen. Der im Auge zurückbleibende Lichteindruck muſs also offenbar derjenigen Stellung des schwingenden Objectes entsprechen, welche mit jenem Helligkeitsmaximum zusammenfällt. Die benachbarten Stellungen des Objectes, welche während des Vorüberganges eines Loches aufserdem noch sichtbar sind, werden zurücktreten, weil sie einer geringeren Helligkeit entsprechen. Daher erklärt es sich, dafs man bei Löchern von nicht mehr als dem Pupillendurchmesser selbst sehr zarte Objecte, wie schwingende Saiten oder Fäden, noch recht gut beobachten kann, wenn obiges p nicht mehr als 20 bis 25 beträgt. Es erklärt sich hieraus ferner die bei oberflächlicher Betrachtung paradox erscheinende Thatsache, dafs z. B. Löcher vom doppelten Pupillendurchmesser selbst dann undeutliche Bilder geben, wenn ihr gegenseitiger Abstand auch auf das Doppelte und darüber gesteigert wird. Am passendsten sind bei der Beobachtung mit bloſsem Auge Löcher von 3 bis 4 Millim. Durchmesser, da die Pupille sich bekanntlich bei lichtschwachen Objecten etwas über das normale Maafs erweitert.

Aus letzter Erörterung geht nun ohne Weiteres von

Digitized by Google

selbst hervor, dafs Löcher von geringerem, als dem Pupillendurchmesser der Deutlichkeit der Bilder *durchaus Nichts* nützen können, da dieselben, so lange sie mit voller Oeffnung vor der Pupille weilen, eine *constante* Lichtmenge ins Auge lassen, welche in diesem Falle also nicht ein momentanes Maximum erfährt. Will man aber z. B. bei sehr hohen Tönen dennoch kleinere Löcher auf der Scheibe *B* Fig. I Taf. V anwenden, so mufs man vor dem Auge ebenfalls noch eine ebenso kleine ruhende Schauöffnung aufstellen, um ein *momentanes* Helligkeitsmaximum zu erzielen. Daher befindet sich dicht vor der rotirenden Scheibe *B* Fig. 1 noch eine kleinere drehbare Metallscheibe *G*, welche Oeffnungen der verschiedensten Art trägt, den verschiedenen rotirenden Lochreihen entsprechend. Diese Scheibe *G* läfst sich vermittelst des um *t* drehbaren Ständers *Et* vor jeder Lochreihe feststellen, so dafs die correspondirenden Oeffnungen von *G* und *B* sich in einer gewissen Lage momentan decken. Das beobachtende Auge wird dicht hinter der betreffenden ruhenden Oeffnung von *G* eingestellt.

Was oben von kreisförmigen Oeffnungen gesagt wurde, gilt natürlich auch von radialen Spalten in der Scheibe *B*. Auch bei diesen ist es durchaus zwecklos, sie schmaler als den Pupillendurchmesser zu machen (wenn man ohne die Scheibe *G* beobachtet), da hierdurch die Helligkeit und Deutlichkeit in gleichem Sinne beeinträchtigt werden. Hat man aber auch in der ruhenden Scheibe *G* eine gleich grofse Spalte angebracht, welche sich genau vor der rotirenden Spaltreihe auf *B* placiren läfst, so gewährt diefs manchen Vortheil. Zunächst gestalten sich die Bedingungen für das Auftreten eines momentanen Helligkeitmaximums bei zwei parallelen über einander hergleitenden Spalten noch günstiger, als bei kreisförmigen Oeffnungen, wie eine einfache Rechnung nachweist. Anderntheils kann trotz dessen bei schmalen Spalten ein gröfserer Theil der wirksamen Pupillenöffnung ausgenutzt werden, als bei kleinen Kreislöchern. Ich habe daher zu meinen Versuchen verschiedene Papierscheiben *B* angewandt mit folgenden Loch-

zahlen, wovon je drei auf eine Scheibe kommen: 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 24, 36. Die letzten drei Lochreihen sind spaltenförmig mit einer Spaltenweite von 2 und $1\frac{1}{2}$ Millim., die übrigen sind Kreislöcher von 3 und 4 Millim. Durchmesser. Engere Spalten, als vorstehende, geben Verzerrung der Bilder durch Beugungsphänomene. Dieselben Löcher sind natürlich auch sämmtlich auf der Beobachtungsscheibe *G* vertreten.

Wie sich ganz von selbst versteht, ist die *totale* Helligkeit der bewegten Bilder weit geringer, als die Helligkeit des gewöhnlichen Sehens, und zwar ist leicht einzusehen, dafs sie bei gleicher Gröfse der Löcher mit steigender Lochzahl zunimmt. Denn gesetzt, die Lochreihe bildete einen ganz offenen, ringförmigen Streifen von der Breite des Pupillendurchmessers, so wäre die Helligkeit des Bildes offenbar = 1. Ist aber der ringförmige Streifen unterbrochen, wie es in der That der Fall ist, so gelangt offenbar bei jeder Rotation nur der sovielte Theil der vorigen Lichtmasse ins Auge, als die Gesammtfläche der Oeffnungen in dem Inhalte des ganzen Ringes vom Durchmesser der Pupille enthalten ist. Setzt man also kreisförmige Oeffnungen vom Durchmesser der Pupille voraus, nennt ihren Radius $= r$, bezeichnet ferner R den Radius der Loch und ist Z die Zahl der Löcher, so ist, wie sich leicht beweisen läfst, die Helligkeit ausgedrückt durch:

$$\frac{Z \cdot r}{4R}$$

und, wie man sieht, von der Rotationsgeschwindigkeit unabhängig. Die meisten Versuche lassen sich nun leicht durch intensive Beleuchtung des Beobachtungsobjectes so unterstützen, dafs die Bilder scharf und doch dabei ausreichend hell sind.

Wenn man mit bloſsem Auge ohne die Scheibe *G* durch die rotirenden Lochreihen beobachtet, so schleicht sich noch eine Fehlerquelle ein, welche parallactischer Natur ist und namentlich bei Betrachtung gröfserer tönender Objecte ganz falsche Vorstellungen veranlassen kann. Es bedeuten *cd*

Digitized by Go

Fig. 2 Taf. V die Zinken einer grofsen Stimmgabel, welche bekanntlich bei der Erregung durch Anschlagen *gleichzeitig* gegen einander und von einander schwingen. Befindet sich nun das Auge *O* in einiger Entfernung hinter dem in der Richtung des Pfeiles rotirenden Scheibenrande *s*, so erblickt es in einem gewissen Moment die Zinke *c* durch die Oeffnung *a*. Letztere kommt erst nach kurzer Zeit in die punktirte Lage *a'*, wobei die Zinke *d* sichtbar wird. Diese wird sich daher bereits in einer entsprechend späteren Vibrationsphase befinden. Das beim Vorübereilen einer jeden Oeffnung aufblitzende Totalbild wird daher nicht in allen Theilen der gleichen Schwingungsphase entsprechen. Diejenigen Theile des Objects, welche sich in der Richtung der Scheibenrotation befinden, haben eine scheinbare constante Vorauseilung. Dieser Fehler stammt also kurz daher, weil von den verschiedenen Punkten des schwingenden Objectes aus betrachtet in einem bestimmten Zeitmomente die relative Lage der bewegten Oeffnung zu der Pupille nicht dieselbe ist. Bedeutet *T* die Dauer einer Oscillation des tönenden Körpers, *m* den Abstand zweier Löcher auf der Scheibe, so ist dieſs zugleich der Weg, welchen bei richtiger Abstimmung der Scheibe eine Oeffnung fast genau während der Zeit *T* durchläuft. Bezeichnet ferner *a* den Abstand des Auges von der Scheibe und α den Gesichtswinkel der tönenden Stimmgabel in Fig. 2, so ist leicht einzusehen, dafs der scheinbare Phasenunterschied zwischen *c* und *d* in Zeit ausgedrückt

$$= T \cdot \frac{2a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{m}$$

ist, welcher Ausdruck somit als Maafs für den parallactischen Fehler zu betrachten ist. Aus diesem Fehler erklärt sich also die auffallende Täuschung, dafs die Zinken einer grofsen Stimmgabel nicht gleichzeitig gegeneinander zu schwingen scheinen. Ferner erscheint ein einseitig eingeklemmter, schwingender Stahldraht, dessen Längsrichtung mit der Bewegungsrichtung der Löcher übereinstimmt, aus

Digitized by Google

einiger Entfernung durch die Scheibe betrachtet nicht einfach gebogen, sondern schlangenförmig gekrümmt[1]). Der parallactische Fehler kann nur dadurch eliminirt werden, dafs man $a = 0$ macht. Aber leider ist eine grofse Annäherung des Auges an die Scheibe aus vielen Gründen unthunlich. Durch die Scheibe *G* Fig. 1 Taf. V mit den ruhenden Oeffnungen wird der Fehler nur in sofern verkleinert, als dadurch das Gesichtsfeld beschränkt wird. Mit einem Fernrohrobjectiv, dessen Mittelpunkt den Kreuzungspunkt des Auges gewissermaafsen vertritt, kann man aber beliebig nahe an die rotirende Scheibe herangehen. Daher kann auf den Ständer *Et* vor der Scheibe *G* ein kleines astronomisches Fernrohr *F* von nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 maliger Vergröfserung aufgeschraubt werden. Der obige Fehler ist hierdurch fast vollständig beseitigt. In der That erscheinen durchs Fernrohr die Schwingungen einer Stimmgabel an beiden Zinken vollkommen gleichzeitig und entgegengesetzt. Allerdings nimmt bei der Beobachtung durch das Fernrohr die Helligkeit noch etwas ab, allein man kann hierbei nach Maafsgabe der Vergröfserung sowohl auf der Scheibe *B* als *G* Fig. 1 Taf. V etwas gröfsere Löcher (bis zu 6 und 7^{mm} Durchmesser) benutzen. Es versteht sich von selbst, dafs die Oeffnungen der Scheibe *G* bei der Beobachtung central vor das dicht dahinter befindliche Objectiv zu stellen sind. Die Beobachtung durchs Fernrohr gewährt namentlich den Vortheil eines grofsen Gesichtsfeldes, da das Letztere von der Oeffnung des Objectivs unabhängig ist. Das Fernrohr ist so einzurichten, dafs es auch für Entfernungen von 6 bis 8 Zoll deutlich eingestellt werden kann.

Die ganze oben erläuterte Vorrichtung will ich in Folgendem der Kürze halber »Vibroskop« nennen. Was nun die mit demselben auszuführenden Versuche betrifft, so sey vorläufig Folgendes bemerkt:

1) Die Schwingungen von einseitig befestigten Stäben

1) Diese parallactischen Erscheinungen sind bei dem Plateau'schen Anorthoskop gerade die Wesentlichen, da bei demselben die rotirenden Spalten aus ziemlich grofser Entfernung betrachtet werden müssen.

Digitized by Google

und nicht zu kleinen Stimmgabeln sind sehr leicht zu studiren, wenn man dieselben vor einer hellen Fläche aufstellt oder vor einer dunklen Fläche stark beleuchtet. Man sieht nicht allein auffallend deutlich die langsame Formveränderung, sondern bei einigermafsen constanter Rotation des Vibroskops ist es sehr leicht, die Geschwindigkeit zu beurtheilen, welche der schwingende Körper auf jedem Punkte der Bahn hat.

2) Die Bänder einer angeblasenen natürlichen oder künstlichen Stimmritze zeigen ihre Formveränderung in den verschiedenen Phasen der Schwingung sehr deutlich. Es ist nicht zu bezweifeln, dafs mit Hülfe des Rachenspiegels und intensiver Beleuchtung das Vibroskop auch geeignet wäre, physiologische Studien an der lebenden Stimmritze während des Tönens zu machen.

3) Es versteht sich von selbst, dafs man die schönen Versuche von Magnus über die Auflösung des Ausflufsstrahles mit dem obigen Apparat leicht wiederholen kann, wenn man kleine Geschwindigkeit der Scheibe und geringe Lochzahl benutzt [1]).

4) Schwingende Saiten beobachtet man vor einer erhaltenen Fläche, oder falls es glänzende Metallsaiten sind, bei guter Beleuchtung über einer geschwärzten

1) Ich erwähne an dieser Stelle, dafs Dr. Kersting in Riga die Form des Ausflufsstrahles durch einen sehr einfachen Versuch in gröfserem Maafsstabe nachweist. Aus einem etwa unter 80° gegen den Horizont geneigten Ausflufsrohr von ½ Zoll Weite steigt ein dicker Wasserstrahl bis auf etwa 8 Fufs Höhe. Der lange und weite Zuleitungsschlauch ist mit einem Hahn versehen, welcher sich *sehr rasch* schliefsen läfst. Der aufsteigende Strahl erscheint von einer gewissen Höhe an trübe. Wird nun der Hahn sehr rasch geschlossen, so fällt die noch in der Luft schwebende Wassermasse seitlich herab und zeigt sich dabei am oberen Theile als aus 1 bis 1½ Zoll dicken, klaren Wasserkugeln bestehend, während der untere Theil noch zusammenhängt, aber nach oben hin zunehmende, regelmäfsige Einschnürungen und Ausbauchungen besitzt, welche durchaus nicht trübe, sondern ebenfalls klar wie Glas sind. Die Elasticität des Zuleiteschlauches ist bei diesem Versuche wesentlich.

Digitized by Google

Unterlage. Will man die ganze Saite bequem übersehen, so wird das Vibroskop ungefähr in der Richtung der Saite so aufgestellt, dafs man diese verkürzt erblickt. Bei der Erregung der Saiten durch Anschlagen erblickt man aufser der stehenden Schwingung, welche dem Grundton entspricht, stets auch Ausbiegungen, welche auf der gekrümmten Saite hin und her laufen. Am besten ist diefs an langen, dünnen Metallsaiten wahrzunehmen. Bei diesen ist mir aufgefallen, dafs die Beschleunigung in dem Augenblicke, in welchem die Saite die Gleichgewichtslage passirt, sich durchaus nicht immer so darstellt, wie man dieselbe nach der Theorie erwarten sollte.

5) Sehr gut zeigen sich die Schwingungsphasen der chemischen Harmonica-Flamme, wenn man dieselbe im verfinsterten Raume beobachtet. Das Object verträgt sogar einige Vergrösserung. In der nächstfolgenden Abhandlung sollen die wichtigsten Schwingungsformen der singenden Flamme genauer beschrieben werden. Es ist desgleichen zu erwarten, dafs die Versuche von Dr. Kundt über die doppelte Brechung tönender Glasstäbe sich ohne Mühe mit der rotirenden Scheibe wiederholen lassen, wobei die allmähliche Veränderung der Polarisationsfigur in Bezug auf Zeit und Ort ohne Zweifel besser zu beobachten seyn wird, als durch den rotirenden Spiegel.

6) Eine sehr instructive Form nehmen die Versuche mit dem Wheatstone'schen Kaleidophon (die Lissajous'schen Lichtfiguren) an, wenn sie mit obigem Vibroskop untersucht werden, indem sich daraus einige für die Theorie des Apparates nicht uninteressante Schlüsse ziehen lassen. Denkt man sich der Einfachheit halber einen horizontal eingeklemmten Stahlstab, dessen freies Ende beim excentrischen Anstofs eine elliptische Schwingung vollführt, so wird diese Curve bekanntlich dadurch sehr deutlich sichtbar, dafs man das schwingende Ende halbkugelför-

Digitized by Google

mig polirt und intensiv beleuchtet. Das Vibroskop muſs natürlich die Lichtcurve in einen einzigen Lichtpunkt auflösen, welcher je nach der Abstimmung des Apparates die Schwingung im positiven oder negativen Sinne langsam zu vollführen, oder endlich zu ruhen scheint, wenn nämlich die Scheibe des Vibroskops, als Sirene betrachtet, den Ton des Stabes giebt. Man kann sich nun leicht überzeugen, daſs in theoretischem Sinne der Erfolg derselben seyn wird, wenn die rotirende Scheibe die nächst tiefere oder überhaupt eine $n$mal so tiefe Octave des Stabtones angiebt. Denn man würde in diesem Falle bei jedem Vorübergang eines Loches vor dem Auge ebenfalls den Lichtpunkt stets an ein und derselben Stelle der Bahn erblicken, selbst wenn in der Zeit zwischen dem Vorübergange zweier Löcher n ganze Vibrationen des Punktes erfolgt sind. Dieſs ist auch in der That der Fall; allein man erblickt in diesem Falle nicht einen Lichtpunkt, sondern einen Lichtstreif, welcher um so länger ist, je tiefer die vom Vibroskop angegebene Octave unter dem Tone des Stabes liegt. Die Erklärung ist einfach. Der Punkt beschreibt während des Verweilens einer Oeffnung vor dem Auge ein immer gröſseres Stück seiner ganzen Bahn, je langsamer die Vibroskopscheibe rotirt. Dasselbe gilt natürlich auch von allen übrigen schwingenden Körpern; die tieferen Octaven lösen zwar auch die Schwingungen, aber um so undeutlicher, je gröſser das Tonintervall ist. Ganz anders verhält sich die Sache, wenn das Vibroskop eine oder mehrere Octaven höher gestimmt ist, als der schwingende Körper. Gesetzt, es bedeute die elliptische Curve Fig. 3 Taf. V die Bahn des schwingenden Lichtpunktes a, welcher bei gleicher Octavenhöhe des Vibroskops in der Richtung des Pfeiles langsam fortrückt; so ist klar, daſs, wenn man nun das Vibroskop eine Octave höher stimmt, der Lichtpunkt während je ei-

Digitized by Google

ner Schwingung zweimal gesehen wird, und zwar auf entgegengesetzten Orten seiner Bahn. Man erblickt also dann zwei Lichtpunkte *a* und *b*, welche in gleichem Sinne langsam fortrücken. Kurz: ist das Vibroskop *n* Octaven höher gestimmt, so sieht man *n* Lichtpunkte wie eine rotirende Perlschnur. Wäre die Geschwindigkeit in allen Punkten der Ellipse gleich grofs, so würden die Lichtpunkte gleichen Abstand haben. An den Endpunkten der grofsen Axe erscheinen jedoch die Lichtpunkte dichter gedrängt, und wie leicht einzusehen, giebt der gegenseitige Abstand zweier Lichtpunkte *einen Maafsstab für die absolute Geschwindigkeit* auf der Curve.

Aus obiger Erläuterung erklärt sich ohne Weiteres die folgende Erscheinung. Dreht man unter Benutzung der Scheibe mit 24 oder 36 Löchern das Uhrwerk stark auf und läfst es dann ohne Nachstimmung ablaufen, so sieht man Anfangs eine grofse Zahl von Lichtpunkten rotiren, welche in einem gewissen Augenblicke still stehen und ihre Bewegungsrichtung umkehren. Von jetzt ab wird die scheinbare Bewegung immer rascher, bis sich das Bild verwirrt. Dann allmählich entwirrt es sich wieder, hat aber einen Punkt weniger und steht zuletzt wieder still, um die Bewegungsrichtung abermals umzukehren. Dieser Vorgang wiederholt sich unter jedesmaligem Verschwinden eines Lichtpunktes, bis zuletzt nur ein einziger Lichtpunkt die Bahn beschreibt. Es ist ferner klar, dafs auch die complicirteren Lichtfiguren des Kaleidophons analoge Erscheinungen geben.

Auch bei anderen schwingenden Objecten kann man unter obigen Umständen die Vervielfältigung der Bilder beobachten, so z. B. bei schwingenden Saiten. Auch hier hat man den Vortheil, wenn nur ein Doppelbild erzeugt wird, diejenigen Phasenzustände stets gleichzeitig zu erblicken, welche grade um eine halbe Schwingung von einander abstehen, was für die Beurtheilung der Bewegung ein sehr wesentliches Hülfsmittel ist.

Noch unter anderen Umständen erfolgt eine theilweise Auflösung der Bilder, welche zuweilen Interesse haben kann. Gesetzt es vollführe das schwingende Object *n* Vibrationen pro Secunde, während gleichzeitig *m* Löcher vor dem Auge vorbeilaufen, so bemerkt man überhaupt periodische Veränderungen im optischen Bilde, falls *n* und *m* fast genau ein einfaches Zahlenverhältnifs darstellen, so dafs die betreffenden Töne ein harmonisches Intervall bilden. Die hierbei entstehenden Zuckungen des Bildes sind complicirter Art und müssen für jeden Fall besonders untersucht werden. Ohne näher auf den Gegenstand einzugehen, wird man erkennen, dafs die hierher gehörenden Phänomene in optischem Sinne das reproduciren, was im akustischen Sinne die sogenannten Combinationstöne sind.

7) Eine fernere Erweiterung erfährt die Anwendung des Vibroskops durch folgenden Versuch. Man kann auf einer und derselben ringförmigen Zone der Scheibe *B* Fig. 1 Taf. V offenbar zwei verschiedene Locheintheilungen zugleich anbringen, welche somit bei der Rotation gleichzeitig zur Wirksamkeit kommen. Auf diese Weise können zwei Objecte von verschiedener Schwingungsdauer gleichzeitig analysirt werden, denn die beiden verschiedenen Locheintheilungen stören sich merkwürdiger Weise in ihrer optischen Wirkung nur unerheblich.

8) Die überraschendste Vervollkommnung erfahren jedoch alle in Obigem geschilderten Versuche, wenn man durch die rotirende Scheibe eine intermittirende Beleuchtung herstellt und zwar nach denselben Grundsätzen, wie sie für directes Sehen entwickelt wurden.

Es bedeutet *H* Fig. 4 den Spiegel eines gewöhnlichen Heliostaten, wie man ihn beim Sonnenmikroskop benutzt. Die Linse *L* giebt in *o* ein kleines Sonnenbild, von welchem die Strahlen in das verfinsterte Beobachtungslocal divergiren. Man stelle nun das Vibroskop, von welchem in Fig. 4 nur die Scheibe *B* mit ihrer Axe *a* gezeichnet ist, so auf, dafs der Conus von Sonnenstrahlen gerade

Digitized by Google

durch eine der Lochreihen (bei x etwa) fallen kann. Alles Nebenlicht wird dadurch abgehalten, dafs man auf die Röhre des Sonnenmikroskops noch ein Rohrstück aufschiebt, welches fast bis zur Scheibe B reicht. Setzt man diese in Rotation, so erscheint bei einer gewissen Geschwindigkeit der ausfahrende Strahlenkegel constant. Betrachtet man bei dieser Beleuchtung nun irgend einen tönenden Körper z. B. eine Saite S, welche mit der Lochscheibe ganz wie früher nahezu gleich gestimmt ist, so kann man die Schwingungen mit einer Deutlichkeit und Bequemlichkeit studiren, welche nichts zu wünschen übrig läfst. Man hat hierbei nicht allein den Vortheil, dafs viele Personen zugleich das Object betrachten können, sondern man kann nun selbst mikroskopische Schwingungen mit der Lupe aus beliebiger Nähe untersuchen. Bei Saiten und Stimmgabeln kann man ebenfalls die früher besprochene Verdoppelung der Bilder auch für die Schatten-Figuren auf einem Schirm vergröfsert nachweisen. Die Gestalt der scheinbar langsam schwingenden Objecte erscheint viel deutlicher begränzt, als man von vorne herein vermuthen sollte, besonders wenn man folgende Vorsichtsmaafsregel benutzt. Man bemesse die Entfernung der Lochscheibe B vom Brennpunkte σ so, dafs der divergirende Strahlenkegel die vorüber eilenden Löcher gerade ganz ausfüllt. In diesem Falle existirt auch bei dieser Beobachtungsmethode ein Helligkeitsmaximum von momentaner Dauer für jedes Loch. Daher gelten hier ebenfalls die oben gegebenen Erörterungen über die Deutlichkeit der optischen Bilder. Benutzt man anstatt eines Strahlenkegels einen feinen Strahlencylinder, der auf passend combinirte Stimmgabeln mit Stahlspiegeln fällt, so lassen sich die Lissajous'schen Lichtfiguren leicht objectiv und zwar wie oben in einen oder viele fortrückende Lichtpunkte auflösen. Dafs ferner bei diesen Versuchen das Sonnenlicht innerhalb gewisser Gränzen durch künstliches Licht ersetzt werden kann, versteht sich ganz von selbst.

VII. *Vibroskopische Beobachtungen über die Schwingungsphasen singender Flammen (der chemischen Harmonica) mit Benutzung des Schlierenapparates; von Dr. A. Töpler.*

Die Flamme der sogenannten chemischen Harmonica ist in der mannigfachsten Weise bisher optisch studirt worden. Namentlich haben zur Analyse derselben Wheatstone, Tyndall, Schaffgotsch, Grailich und Weifs sich des rotirenden Spiegels bedient [1]). Im Allgemeinen lehren diese Versuche mit Bestimmtheit, dafs den raschen Vibrationen der Flamme abwechselnde Helligkeits-Maxima und Minima entsprechen. Ueber die Formveränderung der einzelnen Flammenzonen kann der rotirende Spiegel naturgemäfs keinen Aufschluss geben. Es scheint sogar bisher noch unentschieden zu seyn, ob zwischen dem stofsweisen Aufleuchten der Flamme unter Umständen ein völliges Verschwinden derselben eintreten könne, kurz ob die Tonerregung rasch aufeinander folgenden Explosionen zuzuschreiben sey, oder ob das Spiegelbild nur aus einem successiven Gröfser- oder Kleinerwerden der Flamme hergeleitet werden kann.

Das auf das stroboskopische Princip gegründete Vibroskop, wie ich es in der voraufgeschickten Abhandlung (Seite 112) beschrieb, eignet sich auch unter Anwendung des Fernrohrs ganz besonders für ein leuchtendes Object wie die singende Flamme. Die Bilder werden unter den erläuterten Vorsichtsmaafsregeln so scharf und deutlich, dafs man sogar nicht über die successiven Veränderungen in Zweifel bleiben kann, welche die einzelnen wohl unterscheidbaren Zonen der Flamme während einer Schwingung durchlaufen. Im Folgenden theile ich die Resultate

1) Ueber die bisherigen Versuche, die Schwingungsphasen der singenden Flamme optisch aufzulösen, giebt Pisko in seinen »Neueren Apparaten der Akustik« eine übersichtliche Zusammenstellung.

Digitized by Google

einer kurzen Versuchsreihe mit, welche vielleicht genügend erscheinen dürfte, manche noch dunkle Fragen über die singenden Flammen zu ihrem Abschluſs zu bringen. Um die Untersuchung auch auf die dem bloſsen Auge ganz unsichtbar bleibenden inneren und äuſseren Zonen der Flamme auszudehnen, benutzte ich nicht nur das in vorigem Abschnitt beschriebene Vibroskop, sondern combinirte dasselbe auch noch mit dem Schlierenapparate.

Zur Herstellung der singenden Flammen gebrauchte ich vier Glasrohre von nahezu gleicher Länge, um die Handhabung des Vibroskops zu erleichtern. Da die Beobachtungen im Schlierenapparat nur zwischen planplanen und parallelen Glaswänden möglich sind, so waren drei von den Harmonicaröhren von quadratischem Querschnitt und folgendermaaſsen hergestellt. Es wurden zwei Holzleisten vom Querschnitt *b* und *c* Fig. 5 Taf. V sehr genau so hergerichtet, daſs sie mit zwei vollkommen geraden, möglichst schlierenfreien Spiegelglas-Streifen *e* und *d* ein Rohr von quadratischem Querschnitt *a* bildeten. Die Fugen wurden mit starkem Papier hernach aufs sorgfältigste verklebt. Diese vierseitigen Röhren sprachen bei den unten gegebenen Dimensionen mit Leuchtgas etwas schwieriger, mit Wasserstoffgas jedoch alle ganz gut an. Folgendes sind die Dimensionen der benutzten Harmonicarohre.

No.	Länge	Querschnitt.	
I.	623½ Millim.	quadratisch	15 Millim. Seite
II.	624½ »	»	18 » »
III.	623 »	»	21 » »
IV.	677 »	kreisförmig	22 Millim. Durchmesser

Diese Harmonicarohre wurden combinirt mit vier gläsernen Brennerrohren mit ausgezogener Spitze, und zwar war die lichte Weite des Ausflusses bei:

No. 1 = 0,6 Millim.
» 2 = 0,9 »
» 3 = 1,2 »
» 4 = 1,6 »

Ich beschränkte mich bei den folgenden Versuchen auf

die obigen Rohrlängen, weil sie für den Gebrauch des Vibroskops gerade sehr bequem waren und alle bei der chemischen Harmonica bisher beobachteten, auffälligen Erscheinungen bei verändertem Gasdruck hinreichend vollkommen erkennen liefsen. Die oben gewählte Bezifferung für die Röhre sowohl als die Brenner soll der Kürze halber in der folgenden Erörterung beibehalten werden. Die Rohre sprechen bekanntlich auch je nach der Flammenhöhe verschieden leicht an und es ist in dieser Beziehung Folgendes zu bemerken, indem unter einer grofsen Flamme eine solche von $\frac{2}{3}$ bis 1 Zoll Höhe, unter einer mittleren eine Flamme von etwa $\frac{1}{3}$ Zoll und endlich unter einer kleinen Flamme eine solche unter $\frac{1}{3}$ Zoll zu verstehen ist. Es betrifft diefs die Höhe des ruhigen Brennens vor dem Tönen, da sich mit Letzterem die Flamme gewöhnlich sehr in die Länge zieht.

Bei Anwendung von Leuchtgas.

Das Brennrohr No. I spricht nur mit No. IV leicht und sicher an, bei grofser sowohl als kleiner Flamme. Flammengestalt langgestreckt.

No. 2 singt in Combination mit No. I und II nur bei kleiner, mit III bei sehr kleiner Flamme, mit No. IV bei mittlerer sowohl als kleiner Flamme. Flammengestalt gestreckt und oben abgerundet.

No. 3 und 4 singt nur mit Harmonicarohr IV und zwar bei kleiner Flamme. Die Gestalt derselben ist wie vorher, jedoch ist die Spitze des Brenners von einem deutlich sichtbaren blauen Glimmlicht umgeben, welches sich in Form einer Cascade einige Millimeter abwärts erstreckt.

Bei Anwendung von Wasserstoffgas.

Brenner No. I spricht nur mit No. IV bei grofser Flamme. No. 2 singt mit No. I, II, III bei mittelgrofser Flamme, mit No. IV auch bei grofser Flamme, wobei sich das cascadenförmige Abwärtsbrennen sehr stark zeigt.

No. 3 singt mit allen vier Harmonicaröhren sehr leicht.

Digitized by Google

No. II, III, IV zeigen dabei sehr schön das von Professor Schrötter zuerst beobachtete Zurückschlagen der Flamme in das Innere des Brennrohrs bis auf 6 Mllm. Tiefe. No. IV zeigt bei grofser Flamme sehr starke Cascadenbildung und bei gesteigertem Gasdruck die bekannte, oscillirende, horizontale Schichtung in der Flamme, welche stets von dem Auftreten unharmonischer Obertöne begleitet ist.

No. 4 zeigt das Zurückbrennen ins Rohr ebenfalls sehr gut bei I, II, III und IV, desgleichen die letzterwähnte schichtenförmige Lagerung.

Diese Erscheinungen beziehen sich natürlich auf die Betrachtung mit bloſsem Auge. Was nun die Ausführung der Beobachtungen betrifft, so erstreckten sich dieselben zunächst auf die periodische Formveränderung der dem bloſsen Auge deutlich sichtbaren Zonen der Flamme während der Dauer einer Schwingung. Die chemische Harmonica wurde ganz so, wie es in der voraufgeschickten Abhandlung beschrieben ist, in der Entfernung von etwa 10 Zoll vor dem Vibroskop auf einem soliden Gestell befestigt. Fig. 1 Taf. V jener Abhandlung zeigt die Anordnung. Mit den Lochzahlen 12 und 18 auf der rotirenden Vibroskopscheibe gelang es am besten, die Geschwindigkeit des Räderwerkes so zu reguliren, dafs die scheinbaren Schwingungen der Flamme eine Dauer von 2 bis $3\frac{1}{4}$ Secunden beibehielten. Die folgende Beschreibung bezieht sich zum Theil auf Beobachtungen mit dem Fernrohr. Dieses wurde namentlich benutzt, um bei den sehr kleinen Flammen die einzelnen Zonen noch zu unterscheiden. Allein die meisten Versuche bedürfen der Unterstützung durch das Fernrohr gar nicht.

Um Mifsverständnissen bei der späteren Erörterung vorzubeugen, will ich an einer Buchstabenbezeichnung für die am besten unterscheidbaren Flammenzonen ein für alle Male festhalten. Fig. 6 Taf. V bedeutet das Bild der *nicht schwingenden* Leuchtgas-Flamme von etwa $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ Zoll Gröfse, an welchem das freie Auge am leichtesten die fol-

genden Theile unterscheidet. (Die Figur ist etwas vergrößert):

a ist die leuchtende Spitze der inneren Flamme, welche in Form einer Kappe sehr deutlich von allen übrigen Theilen der Flamme ausgezeichnet ist. Dieselbe geht nach unten in die blaue Zone *b b* über, welche in der Zeichnung durch schraffirten Durchschnitt angedeutet ist. Bei sehr kleinen Leuchtgasflammen verschwindet die vorige leuchtende Zone, indem auch der obere Theil nur in blauem Lichte strahlt. Der innere, von den Theilen *a* und *b* umschlossene Raum *d* ist wahrscheinlich ganz dunkel, enthält sogar, wie die Betrachtung durch den Schlierenapparat nachweist, hauptsächlich unzersetztes Leuchtgas von verhältnifsmäfsig niedriger Temperatur. Dieser Raum erscheint nur deshalb matt bläulich, weil das Auge durch die Zone *b* wie durch einen Schleier hindurch blickt. Endlich ist die ganze Flamme an ihrem äufseren Saume von einer Zone *c* umgeben, welche mit schwachem, röthlichgelbem Lichte schimmert. Bei kleinen Flammen ist dieser Theil viel deutlicher sichtbar, als bei grofsen. Aufserdem nimmt seine Dicke nach oben beträchtlich zu. In der Figur ist er durch eine punktirte Linie angedeutet. In allen nun folgenden Bildern der Leuchtgasflamme sind die oben unterschiedenen Zonen stets durch dieselben Buchstaben und Linien gekennzeichnet.

Bei der Wasserstoffgasflamme sind wegen der Einfachheit des chemischen Processes keine so deutlich hervortretenden Zonenunterschiede zu bemerken. Das bloſse Auge bemerkt aufser der allgemeinen, matten Helligkeit bei der ruhigen Flamme nur am untern Theil einen äufserst schwachen blauen Saum, welcher jedoch bei den von mir benutzten Glasbrennern sehr bald verschwand, indem der Natrongehalt der glühenden Mündung die ganze Flamme bald lebhaft färbte. Daher war namentlich bei den kleinen Flammen während des Singens nur ein gleichförmiges Gelb zu erkennen.

Wenn nun die Flamme ins Tönen geräth, so wird ihre

Digitized by Google

Gestalt mit dem freien Auge betrachtet, bekanntlich im Allgemeinen viel schlanker, während die gläserne Brennerspitze entschieden lebhafter erglüht, als es bei der nicht tönenden Flamme der Fall ist. Die Beobachtungen durchs Vibroskop ergeben in Bezug auf die einzelnen Zonen die mannigfachsten Formveränderungen. Aus einer ganzen Reihe von Beobachtungen hebe ich nur die wichtigsten Fälle hervor, da sie mir für die Endresultate hinreichend beweiskräftig erscheinen. In den erläuternden Zeichnungen ist je eine vollständige Schwingung meistens durch sechs auf einander folgende Phasenbilder wieder gegeben, aus denen die betreffenden Veränderungen der Flamme deutlich zu ersehen sind. Ich bemerke ausdrücklich, dafs diese Eintheilung in sofern eine willkührliche ist, als die Beurtheilung der Zeitintervalle (von je $\frac{1}{6}$ jeder Schwingung) der Abschätzung vorbehalten bleiben mufste. Einen Umstand lehrt dabei die roheste Betrachtung sofort, nämlich dafs das Anwachsen der Flamme bis zur gröfsten Höhe bei weitem die Zeitdauer der rückgängigen Bewegung, wenn von einer solchen überhaupt die Rede seyn kann, überwiegt. Bei der Abschätzung über die Ab- und Zunahme der Flammenhöhe in den sechs Unterabtheilungen einer Schwingungsperiode leistete mir aufserdem noch die wesentlichsten Dienste eine Eigenthümlichkeit des Vibroskops, welche gestattet, von dem tönenden Körper Doppelbilder zu erzeugen, die gerade um eine halbe Schwingung von einander verschieden sind [1]).

Leuchtgasflamme.

1. Der Brenner No. 2 mit dem Rohre I oder II combinirt, zeigt beim Tönen mit kleiner Flamme dem bloſsen Auge das langgestreckte Bild *A* Fig. 7 Taf. V, wenn die Ausflufsöffnung nur 55 Millim. tief in das Harmonicarohr hinein ragt. Die Bilder *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* zeigen die Auflösung durch das Vibroskop in etwa auf das $2\frac{1}{2}$fach vergröfsertem Maafsstabe. Die natürliche gröfste Flammenhöhe

1) Siehe meine vorhergehende Abhandlung.

Digitized by Go

beträgt etwa 14 Millim. Zu Anfang jeder Schwingung bricht aus der glühenden Rohrspitze *r* nur ein blauer, nach oben durchaus nicht scharf abgeschlossener Theil hervor, welcher das Ansehen eines lichtblauen, oben offenen Cylindermantels hat. In der zweiten Phase *C* hat sich dieser blaue Theil oben begränzt und umschliefst schon in der Spitze die Anfänge des leuchtenden Theiles *a*; gleichzeitig bemerkt man schon Spuren der äufseren Zone *c*. Bei *D* ist der leuchtende Theil *a* schon deutlich entwickelt, der blaue Theil ist von der Ausflufsmündung losgerissen. In der Phase *E* ist die blaue Zone *b* ganz verschwunden, die helle Spitze *a* hat das Maximum der Gröfse erreicht, desgleichen die Hülle *C*, deren untere Verlängerung sich einschnürt und die Ausflufsspitze noch berührt. Hierauf verschwindet *a*, und es bleibt nur die Zone *c*, welche als matt gelbrothes, birnförmiges Wölkchen in einiger Entfernung über den Brenner schwebt. Dieser letztere zeigt noch den unteren Rest der Zone *c*. Die sechste Phase *G* zeigt, wie das ganze obere Flammenbild verschwunden ist und nur auf der Ausflufsöffnung ein kaum sichtbares Licht lagert, aus welchem sich in der folgenden Schwingung dieselbe Reihenfolge von Erscheinungen entwickelt

2. Derselbe Brenner No. 2 mit Rohr No. IV. Die Ausflufsöffnung war 95 Millim. weit in das Rohr eingeschoben, wobei das Maximum der Tonintensität eintrat. Die kleine Flamme zog sich dabei bis auf 17 Millim. in die Länge und lieferte das Totalbild *A* Fig. 8 Taf. V. Die Bilder der sechs Phasen *B* bis *G* stimmen fast genau mit dem vorigen Fall überein. Nur in den letzten drei Phasen fehlt der untere Rest der Flamme, so dafs man zu Ende der Schwingung bei *G* thatsächlich nur die glühende Brennerspitze sieht. Dieses Factum wurde von mehreren Beobachtern, welchen ich den Versuch zeigte, mit derselben Bestimmtheit erkannt. Ich bemerke, dafs diefs der einzige Fall ist, in welchem ein totales Verschwinden des Flammenbildes zweifellos beobachtet wurde. Es ist jedoch, wie aus den folgenden Versuchen hervorgeht, wahrscheinlich,

Digitized by Google

dafs sich der untere Flammenrest genau bis in die Ebene der glühenden Ausflufsspitze zurückgezogen hatte, und somit in diesem Ausnahmefalle von der Seite her nicht sichtbar war.

3. Brenner No. 4 mit Rohr IV und kleiner Flamme. *A* Fig. 9 Taf. V zeigt das Bild während des Tönens, ohne Vibroskop betrachtet. Die gröfste Höhe der Flamme betrug nur 9 Millim. Die sechs Phasenbilder *B* bis *G* zeigen ohne Erläuterung, dafs sich die blaue Cascade, welche bei der tiefsten Stellung der Flamme weit über den Rand des Ausflufsrohres greift, bei der maximalen Entwickelung der Flamme ganz hinauf gezogen hat. Ein Abreifsen von der Mündung ist nur bei der blauen Zone (Phase *E*) zu bemerken. Selbst bis zum Augenblick des Verschwindens bleibt der Flammentheil *c* mit dem unteren Reste in Verbindung.

4. Wird der Gasdruck bei vorigem Versuch hinreichend gesteigert, so breitet sich die Flamme am oberen Theile lateral aus und bildet eine unruhige Scheibe, wobei der Ton bekanntlich unrein wird. Derselbe Versuch gelingt mit Brenner No. 3. *A* Fig. 10 Taf. V zeigt die Ansicht mit bloſsem Auge. Die Phasen sind ohne Erläuterung verständlich, man sieht, wie die Flamme beim Anwachsen an zwei Stellen zerreifst. Die Cascadenbildung ist wie oben beschaffen.

Wasserstoffgasflammen.

Die Erscheinungen sind im Allgemeinen einfacher. Die Phasenveränderungen während einer Schwingung sind in Folgendem durch je fünf Figuren gegeben.

5. Brenner No. 2 mit Rohr I, II oder IV, mittlere Flamme. Fig. 11 *A* zeigt die Form während des Singens ohne Vibroskop betrachtet. Die Helligkeit ist scheinbar gleichförmig. Die vibroskopische Auflösung *B* bis *F* zeigt, dafs auch hier eine vollständige Lostrennung (*E*) des stofsweise hervortretenden Gases erfolgt. *b* bedeutet überall die leuchtende Schicht, *a* den deutlich erkennbaren, dunk-

Digitized by Google

leren Raum, welcher nur bei *F* fehlt. Die scheinbar gleichmäfsige Helligkeit der Figur *A* ist also nur eine optische Täuschung, weil das bloſse Auge hier die Summe der Eindrücke *B* bis *F* empfängt.

6. Brenner 3 mit Rohr IV. Sehr groſse Flammen (2 Zoll) und auffällig starke Cascadenbildung. Die Ausflufsöffnung ist 117 Millim. weit ins Harmonicarohr hineingeschoben. In Fig. 12 Taf. V zeigen die fünf Phasenbilder *B* bis *F*, dafs der untere Rand der Flamme in der tiefsten Stellung sich einige Millimeter unter der Brennermündung befindet, um von da ab bis zur Stellung *E* emporzusteigen. *a* bedeutet wieder den dunkleren, centralen Theil, *b* die mattgelbe Hülle. Man erkennt wiederum, dafs eine, wenn auch nur theilweise Trennung der Flamme das Tönen begleitet.

7. Derselbe Brenner mit nur $\frac{3}{4}$ Zoll hoher Flamme. Die Brennerspitze ragt nur 65 Millim. ins Rohr. Dieser Fall ist gekennzeichnet durch starkes Zurückschlagen der Flamme in das Innere des Ausflufsrohres mit matt violetweifsem Licht. *A* Fig. 13 ist das Aussehen mit bloſsem Auge Die vibroskopischen Bilder *B* bis *F* zeigen im Allgemeinen dasselbe Verhalten, wie unter No. 5. Man sieht jedoch, wie die scheinbare Flammengestalt im Ausflufsrohr bei *A* eine in Bewegung begriffene, scheibenförmige Zone ist, welche bei *F* die tiefste Lage erreicht. Bei *D* hängt dieselbe noch mit dem Rest der abreifsenden, oberen Flamme zusammen.

8. Brenner No. 4 mit Rohr III und IV giebt *dem bloſsen Auge* bei gesteigertem Gasdruck an der für das Tönen günstigsten Stelle des Harmonicarohres das Bild Fig. 14. Die oscillirende, horizontale Schichtung zeigt sich im Vibroskop, wie zu erwarten, als die Folge eines vollständigen Zerreifsens in mehrere Theile. Jedoch ist die Wiederkehr der Erscheinungen durchaus unregelmäfsig.

Aus den Veränderungen, welche die einzelnen leuchtenden Zonen der Flammen nach den oben mitgetheilten

Digitized by Google

Versuchen während der Dauer einer Schwingung erfahren, läst sich also Folgendes ersehen:

a) Es ist höchst unwahrscheinlich, daſs bei irgend einer tönenden Flamme zwischen den Augenblicken des stärksten Aufleuchtens ein vollkommenes Erlöschen stattfindet. Unter allen Versuchen trat dieſs scheinbar nur in einem einzigen Falle ein, der aber gewissermaaſsen als Gränzfall zwischen der Cascadenbildung und dem Zurückschlagen in das Brennerrohr zu betrachten ist. Der glühende Rand der Rohrmündung lieſs in diesem Falle das Resultat unentschieden. Der Einwurf, es sey vielleicht bei den übrigen Versuchen das totale Erlöschen von so kurzer Dauer gewesen, daſs dasselbe innerhalb der Zeitdauer begriffen ist, in welcher ein Loch der Vibroskopscheibe vor dem Auge hingeleitet, und gelange das Erlöschen deshalb nicht zur Erkennung, erledigt sich durch folgendes Factum. Bei Versuch No. 2 blieb das Resultat ganz ungeändert, als anstatt der gewöhnlichen Lochscheiben solche mit fast doppelt so groſsen Oeffnungen zu Anwendung kamen. Hierbei hätte sich obiger Beobachtungsfehler ebenfalls geltend machen müssen. Die Anschauung, als ob kleine Gasportionen stoſsweise aus dem Brennerrohr hervortreten und sich an der glühenden Rohrmündung entzünden, um dann durch die so ermöglichten, rasch aufeinander folgenden Explosionen den Ton zu erzeugen, ist also wenigstens im Allgemeinen zu verwerfen. Es bleibt hingegen wahrscheinlich stets ein, wenn auch noch so kleiner Rest der Flamme übrig, welcher beim Abwärtsschwingen der Luftscheiben entweder im Inneren des Brennerrohres verweilt oder auſserhalb über den Rand herabschlägt.

b) Die Tonbildung ist aber ebenso wenig begleitet von einem einfachen Gröſser- und Kleinerwerden der Flamme. In allen Fällen ist die gänzliche oder theilweise Lostrennung der Flamme von dem austretenden Gasstrome beobachtet worden. Tritt ein einfaches Abreiſsen ein, so ist der Ton rein, zerreiſst jedoch die Flamme in mehrere Abtheilungen, so pflegen unharmonische Obertöne aufzutreten.

Digitized by Google

c) Die Veränderungen der mit bloſsem Auge unterscheidbaren Flammenzonen sind je nach der Gröſse der Flamme, der Stellung im Harmonicarohr und dem Gasdruck sehr verschieden, erklären sich jedoch alle ganz gut aus der raschen Verbrennung des abgerissenen Theiles der aus dem Brenner hervortretenden Gassäule.

Die dem bloſsen Auge unsichtbaren Zonen der Flamme, welche durch den Schlierenapparat jedoch mit groſser Leichtigkeit erkannt werden, liefern zu der obigen Anschauung im Allgemeinen eine vollkommene Bestätigung.

Was die Benutzung des Schlierenapparates zu dem vorliegenden Zwecke betrifft, so muſs ich zunächst Folgendes bemerken: Die Methode der Schlierenbeobachtung[1]) läſst

1) In meiner Abhandlung »Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode« (Bonn, 1864) findet sich das Nähere Seite 23 bis 26. Bei dieser Gelegenheit kann ich nicht unerwähnt lassen, daſs Hr. Prof. Kirchhoff in Heidelberg mich auf eine Abhandlung von L. Foucault: *Mémoire sur la construction des télescopes en verre argenté.«* (*Annales de l'observatoire imp. de Paris, Tome V*) aufmerksam machte, in welcher bereits in dem Abschnitte *»examen des surfaces optiques«* (Seite 203) ein meiner Schlierenbeobachtung ganz analoges Princip, jedoch ohne Zuhülfenahme des Fernrohrs, zur Prüfung von sphärischen Spiegeln empfohlen wird. Foucault sagt darin Seite 205: *»Faisant abstraction de la surface pour ne considérer que le faisceau réfléchi, — — les particularités qui ont été signalées comme des attributs d'une surface sphérique, deviennent à juste titre les propriétés réelles d'un faisceau lumineux exactement conique. Or, comme dans les instruments d'optique la netteté des images dépend expressément de la convergence finale des rayons lumineux, ces instruments, quels qu'ils soient, tombent sous le contrôle des mêmes moyens d'épreuve.«* Es kann somit nicht bezweifelt werden, daſs Foucault die allgemeine Brauchbarkeit des Princips zur Prüfung optischer Collectivsysteme bereits erkannt hatte. Allein an eine Uebertragung der Methode auf wissenschaftliche Untersuchungen allgemeinerer Art scheint Foucault nicht gedacht zu haben, da hierüber durchaus nichts erwähnt wird. Aufserdem dürften sich meine »Beobachtungen« wohl schwerlich mit einer katoptrischen Vorrichtung wiederholen lassen, selbst wenn man von der Benutzung des Fernrohrs und der damit verknüpften Vortheile ganz absieht, da bei Anwendung von Hohlspiegeln der Strahlenkegel das Beobachtungsobject zweimal durchlaufen müſste. Im Uebrigen constatirt schon Foucault in Uebereinstimmung mit meinen

Digitized by Google

bekanntlich bei sämmtlichen Flammen einen äufseren, stark markirten Mantel erkennen, dessen Durchmesser die mit bloſsem Auge sichtbare Flamme um das 2- bis $2\frac{1}{2}$fache übertrifft. Aufserdem unterscheidet man bei brennenden Gasflammen eben so leicht im dunklen Centrum der Flammen einen dem bloſsen Auge unsichtbaren Kegel von ziemlich scharfer Begränzung. Namentlich von dem äufseren Mantel hoffte ich wegen seiner selbst bei kleinen Flammen beträchtlichen Ausdehnung deutliche Formveränderungen beim Tönen zu erhalten. Die Aufstellung der Apparate ist aus Fig. 15 ersichtlich. Die hellbrennende Lampe *a* steht dicht hinter dem auf einem Stativ befindlichen Tubus *JL*, welcher einerseits das Linsensystem *L*, andererseits die feine Oeffnung bei *J* trägt. Es ist somit Kopf und Illuminator des Schlierenapparates in einem fernrohrartigen Tubus vereinigt. Die Oeffnung bei *J* hatte die Form einer weiten Spalte, deren Längsrichtung in der Papierebene der Zeichnung gedacht werden muſs. Dicht vor den Linsen *L* ist die chemische Harmonica *H* mit den oben beschriebenen vierkantigen Rohren so aufgestellt, daſs der aus *L* hervortretende Strahlenkegel durch die parallelen Rohrwände und durch die Flamme nebst den benachbarten Luftschichten hindurch geht. Auf dem nur 8 bis 10 Fuſs entfernten Objectiv des Fernrohres *F*, das man auf die Brennerspitze bei *f* möglichst scharf einzustellen hat, entsteht das helle Bild der Spalte *J*. Dieses Bild wird durch einen undurchsichtigen Schieber *s* so abgeblendet, daſs hauptsächlich nur die unregelmäſsig gebrochenen Strahlen ins Auge gelangen können. Bei der Flammenbeobachtung ist es vortheilhaft, die Vorrückung des Schiebers in einer Richtung vorzunehmen, welche zur Papierebene senkrecht steht, so daſs die vordere Schieberkante *s* stets parallel zur Axe des Harmonicarohrs steht. In Bezug auf die Einzelnheiten in der

Beobachtungen die kaum glaubliche Empfindlichkeit der Methode, indem er Seite 208 sagt: »— — *ce qui semble indiquer, que ce genre d'examen réalise, à l'égard des surfaces optiques, une sorte de réactif sensible à l'excès.*

Digitized by Google

Handhabung des Apparats verweise ich auf die oben citirten »Beobachtungen.« An der Stelle nun, wo sich die Strahlen hinter dem Ocular des analysirenden Fernrohrs kreuzen, um ein zweites, verkleinertes Bild der Spalte zu erzeugen, wird die Lochscheibe *B* des Vibroskops aufgestellt und wie früher mit der singenden Flamme abgestimmt. Das Auge *O* beobachtet ohne weiteres dicht hinter der Lochreihe. Man sieht nun die oben angedeuteten beiden Erscheinungen mit den successiven Veränderungen während einer Schwingung. Bei der grofsen Helligkeit des Gesichtsfeldes bemerkt man kaum die dem bloſsen Auge sichtbaren Flammenzonen.

Zunächst fiel mir nun auf, dafs sobald die Flamme überhaupt ins Rohr kommt, der äufsere Mantel viel schlanker wird, als er sich aufserhalb des Rohres zu entwickeln pflegt, offenbar wegen des verstärkten Luftzuges. Selbst beim heftigen Tönen zeigt er durchaus nicht so starke Veränderungen in der Breite, als man vermuthen sollte. Es wird daher genügen, ein einziges Bild und zwar von der Wasserstoff-Flamme zu geben. In Fig. 16 bedeuten die Linien *qq* die Wände des Harmonicarohres, *m* ist der äufsere Mantel der Flamme, welcher, wie man sieht, ohne erhebliche Formveränderung am Brennerrohr auf- und absteigt. *n* ist der innere, im Schlierenapparat scharf gezeichnete Kegel, welcher in Form einer Zunge oder Nadel aus der Oeffnung hervortritt, um rasch zu verschwinden. Die punktirten Linien bedeuten die muthmaafsliche Form der gleichzeitigen Phasen für die mit bloſsem Auge allein sichtbaren (leuchtenden) Flammenzonen. Dieselben sind aus Fig. 11 entlehnt, da hierbei dieselben Rohre und dieselbe Flammenhöhe benutzt wurden. Die centrale Spitze *n* dürfte wohl aus noch ganz unverändertem Wasserstoffgas bestehen, welches vielleicht noch bei Weitem nicht auf die Verbrennungstemperatur erhitzt ist. Da der äufsere Mantel *m* fast genau das ganze Klangrohr ausfüllt, so dürften die Gränzstellungen seines unteren Randes vielleicht als

Digitized by Google

Maafs für die Schwingungsamplitude der Lufttheilchen an der betreffenden Stelle des Klangrohrs angesehen werden.

Die übrigen Fälle bieten nichts wesentlich Verschiedenes. Nur der eine Fall, in welchem die Flamme in mehrere Theile zerreifst, und welcher bei starkem Gasdruck mit dem Klangrohr III und Brenner 4 wenn auch schwierig zu erreichen war, verdient eine Erwähnung. Fig. 17 zeigt eine solche Flamme in der günstigsten Phase im Schlierenapparat, wobei die Buchstaben die vorige Bedeutung haben. Man sieht, dafs auch der zungenförmige Theil in tropfenartige Theile zerreifst, welche jedoch nicht immer deutlich sichtbar sind, weil die ganze Figur in lebhafter, flatternder Bewegung ist. Aus demselben Grunde konnten nicht alle Phasenabstufungen aufgezeichnet werden. Die punktirte Linie ist die mit bloſsem Auge sichtbare Flamme. Man wird unschwer eine Analogie zwischen dieser Flamme und der Erscheinung bemerken, welche ich bereits in meinen »Beobachtungen« Seite 24 beschrieben habe, wo eine gewöhnliche, langsam flackernde Flamme bei Beleuchtung durch den elektrischen Funken mit dem Schlierenapparate geprüft wurde.

VIII. *Theorie der Querschwingungen schwerer Stäbe;*

von Karl Zöppritz,

Privatdocent an d. Universität zu Tübingen.

I.

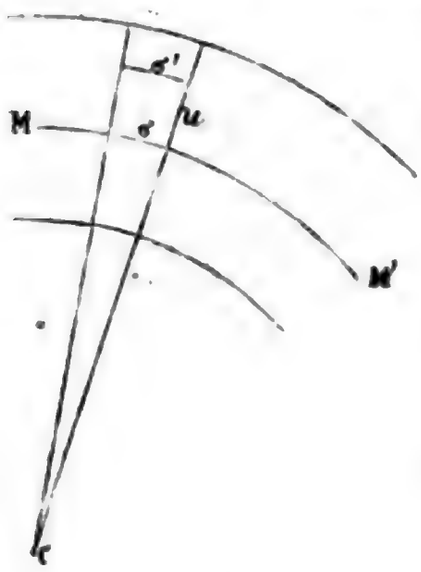
Die Differentialgleichung für die Querschwingungen schwerer Stäbe ergiebt sich am schnellsten auf dem Wege, den Poisson in seinem *Traité de mécanique I, No.* 306 *ff.* eingeschlagen hat.

Es wird der Fall betrachtet, wo ein sehr dünner cylindrischer (oder prismatischer) Stab von beliebigem Quer-

Digitized by Google

schnitt an einem Ende fest ist, so dafs der erste Querschnitt keinerlei Bewegung eingehen kann, während im Schwerpunkt der anderen Endfläche eine beliebige Kraft angebracht ist. Ferner soll die Biegung, also auch die Bewegung nur in einer Ebene vor sich gehen, der Art, dafs die Punkte des Stabes, welche im natürlichen Zustande auf parallelen geraden Längsfasern lagen, nach der Biegung sich auf parallelen Ebenen befinden.

Die Hypothese, auf welche sich die Theorie stützt, ist die, dafs alle Punkte, die vor der Biegung auf einem zur Stabaxe senkrechten ebenen Querschnitte lagen, auch nach der Biegung auf einem solchen liegen; mit anderen Worten, dafs jeder ebene Querschnitt bei der Biegung eben und normal zu den Längsfasern bleibt. Hieraus folgt, dafs, wenn man zwei benachbarte Querschnitte zieht, diese sich im Krümmungsmittelpunkte schneiden, welcher Letztere allen Längsfasern gemeinsam ist. Die Verbindungslinie MM', der Schwerpunkte aller Querschnitte, werde die Mittellinie genannt und ihr Krümmungshalbmesser $C\sigma$ mit ρ bezeichnet. Der Abstand einer anderen Längsfaser σ', welche mit σ in derselben der Biegungsebene parallelen Ebene liegt, von σ sey $= u$. Dann verhalten sich die kleinen Bogenlängen:



$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\rho + u}{\rho}.$$

Im natürlichen Zustande war $\sigma' = \sigma$. Hat sich also die Längeneinheit in σ um δ, in σ' um δ vergrösert, so ist:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1+\delta'}{1+\delta}$$

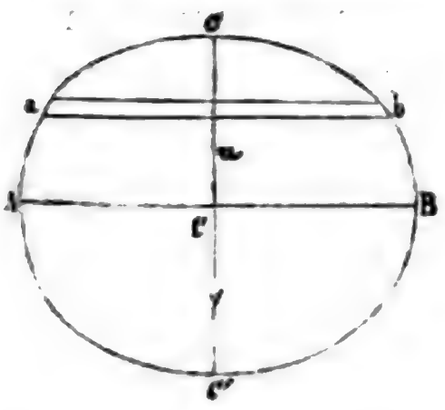
folglich mit Vernachlässigung von Grösen zweiter Ordnung:

$$\delta' = \delta + \frac{u}{\rho}.$$

Nach der Grundvorstellung über die Wirkungsweise

Digitized by Go

der elastischen Kräfte ist die bei der Längenausdehnung eines sehr dünnen Fadens entwickelte Kraft proportional der Verlängerung, also die in σ' entwickelte, bezogen auf die Einheit des Querschnitts der Faser, $= \delta' . M$, wo nun M der Elasticitätsmodul des Mediums ist. Diese Kraft ist



gleich für alle Elemente σ', welche in gleichen Abständen von derjenigen cylindrischen Fläche liegen, die durch Fortbewegung einer zur Biegungsebene senkrechten Geraden AB längs der Mittellinie entsteht. Also, wenn die beistehende Curve einen Querschnitt darstellt und die Biegung in der Richtung des Pfeils stattfindet, haben alle in der dünnen Schicht ab diesen Querschnitt durchsetzenden Fasern dasselbe u, folglich dasselbe $M\delta'$. Innerhalb des ganzen Streifens ab, der die Länge v und die Breite du haben mag, wird also eine Kraft entwickelt $= M\delta' v\,du$. Das Drehungsmoment dieser Kraft um die Axe AB, wodurch gerade die Biegung hervorgebracht wird, ist also $= M\delta' v u\,du$. Setzt man $Cc = k$, $Cc' = -K$, so ist die gesammte in dem Querschnitt parallel den Längsfasern entwickelte Kraft:

$$T = M\int_{-K}^{k} \delta' v\,du$$

und das ganze Drehungsmoment um AB:

$$\mu = M\int_{-K}^{k} \delta' v u\,du.$$

Setzt man für δ' den oben gefundenen Werth und berücksichtigt, dafs:

$$\int_{-K}^{k} v\,du = q$$

der Querschnitt und, weil C der Schwerpunkt:

$$\int_{-K}^{k} v u\,du = 0$$

Digitized by Google

ist, so wird:

$$T = M\delta q \qquad \mu = \frac{M}{\varrho}\int_{u'}^{u} v u^2\, du = \frac{K}{\varrho}.$$

Von der Längenausdehnung, welche durch die erste Gleichung bestimmt wird, abstrahirend, bildet man die Gleichung für das Gleichgewicht im gebogenen Zustande, indem man zu μ noch das Moment der äufseren Kräfte zufügt und die Summe $= 0$ setzt.

In der Biegungsebene sey x die Richtung der Längsfasern im ungebogenen Zustande, y senkrecht dazu. Auf den Schwerpunkt a, b des Endquerschnitts mögen die Kräfte P, Q parallel mit x und y wirken. Deren Moment in Beziehung auf einen Punkt x, y ist:

$$P(b-y) - Q(a-x).$$

Es sollen ferner auf die Masseneinheit des Stabes die äufseren Kräfte X, Y wirken. Ist ε die Dichte des Stabes so ist $\varepsilon q\, ds$ die Masse eines Längenelementes, dessen Coordinaten ξ, η seyn mögen, also dessen Drehungsmoment auf x, y:

$$= \varepsilon q\, ds\,[X(\eta - y) - Y(\xi - x)].$$

Demnach das Moment des ganzen Stückes vom Punkt $x\,y$ bis zum Ende, wo $s = l$:

$$= \varepsilon q \int_{s'}^{l} [X(\eta - y) - Y(\xi - x)]\, ds.$$

Also ist die Gleichgewichtsgleichung:

$$\frac{K}{\varrho} + P(b-y) - Q(a-x) + \varepsilon q \int_{s'}^{l} [X(\eta - y) - Y(\xi - x)]\, ds = 0.$$

Führt man die Voraussetzung ein, dafs die Exkursionen aus der Gleichgewichtslage nur sehr klein sind, also $dx = ds$ gesetzt werden kann, dann wird auch $\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2y}{dx^2}$ und man hat:

$$K\frac{d^2y}{dx^2} + P(b-y) - Q(l-x) + \\ + \varepsilon q \int_{x'}^{l} [X\eta - y) - Y(\xi - x)]\, d\xi = 0.$$

Diese Gleichung gilt, da P und Q beliebig sind, z. B. auch

Digitized by Google

für den Fall, wo am Ende des Stabes ein Gewicht befestigt ist.

Um endlich auf das Problem zu kommen, welches ich zu behandeln habe, sind $P = Q = 0$ zu setzen. Ich bezeichne ferner:

$$\frac{M\int_{-\nu}^{\lambda} v u^2 du}{\varepsilon q} = \frac{K}{\varepsilon q} = b^2$$

und erhalte so:

$$b^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \int_x^l [X(\eta - y) - Y(\xi - x)]\, d\xi = 0 \quad . \quad (1)$$

welche Gleichung nebst den Bedingungen der Unbeweglichkeit des ersten Querschnitts, wo $x = 0$:

$$y = 0 \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

die Gestalt des gebogenen Stabes vollständig bestimmt. Die Differentialgleichung (1) zeigt, daſs am Ende $x = l$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3_a)$$

wird. Eine einmalige Differentiation von (1) ergiebt:

$$b^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{dy}{dx}\int_x^l X d\xi + \int_x^l Y d\xi = 0,$$

welche Gleichung zeigt, daſs am Ende $x = l$ auch:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3_b)$$

seyn muſs. Eine zweite Differentiation ergiebt:

$$b^2 \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d^2 y}{dx^2}\int_x^l X d\xi + X\frac{dy}{dx} - Y = 0.$$

In diese Gleichung führe ich nun die Voraussetzung ein, daſs von äuſseren Kräften nur die Schwere wirkt, und zwar parallel der X-Axe; ferner gehe ich zum Falle der transversalen Bewegung über. Dann ist, jenachdem die

Digitized by Google

Schwere in der positiven oder der negativen Richtung der X-Axe wirkt, zu setzen:

$$X = \pm g \qquad Y = -\frac{d^2y}{dt^2}$$

und es wird also:

$$b^2 \frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^2y}{dt^2} \mp g \frac{d^2y}{dx^2}(l-x) \pm g \frac{dy}{dx} = 0$$

oder:

$$b^2 \frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^2y}{dt^2} \mp g \frac{d}{dx}\left[(l-x)\frac{dy}{dx}\right] = 0 \quad . \quad (4).$$

Diefs ist die Differentialgleichung des speciellen Problems eines schweren Stabes, welche mit Rücksicht auf die vier Endbedingungen (2) und (3) integrirt werden mufs.

Was das in b^2 vorkommende Integral betrifft, so giebt es sehr einfache Werthe bei einfachen Formen des Querschnitts. Ist z. B. der Querschnitt ein Rechteck von der Breite a und der Höhe h, so wird:

$$k = k' = \frac{h}{2} \qquad v = a$$

also:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} a u^2 du = \frac{a h^3}{12}; \qquad q = a h$$

demnach:

$$b^2 = M \frac{a h^3}{12 \varepsilon q} = M \cdot \frac{h^2}{12 \varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Für einen kreisförmigen Querschnitt wird:

$$k = k' = \varrho \qquad v = 2\sqrt{\varrho^2 - u^2}$$

also:

$$2\int_{-\varrho}^{\varrho} u^2 \sqrt{\varrho^2 - u^2}\, du = \frac{\pi \varrho^4}{4}; \qquad q = \varrho^2 \pi$$

demnach:

$$b^2 = M \frac{\varrho^4 \pi}{4 \varepsilon q} = M \frac{\varrho^2}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Anmerkung. Die Differentialgleichung (4) ist ein specieller Fall derjenigen, welche ich in meiner Habilitationsschrift: „Theorie der Querschwingungen eines elastischen,

am Ende belasteten Stabes« (in Commission bei Schubert und Seidel in Königsberg) für schwere und am Ende durch ein Gewicht belastete Stäbe nach der Methode abgeleitet habe, die Lagrange in seiner Mechanik entwickelt hat. Die Formel (4) ergiebt sich aus der Formel (25*b*) der citirten Abhandlung, wenn man darin das angehängte Gewicht $= 0$ setzt.

II.

Ich schreite nun zur Integration.

In obiger Differentialgleichung (4) gilt das obere oder untere Zeichen, jenachdem der Stab am oberen oder am unteren Ende festgeklemmt ist. Ich werde die Rechnung mit dem oberen Zeichen durchführen. Ich schreibe nun jene Gleichung:

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{1}{b^2}\cdot\frac{d^2y}{dt^2} = p\,\frac{d}{dx}\left[\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{dy}{dx}\right] \quad . \quad (7)$$

worin:

$$p = \frac{P}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

denn es ist $eqgl = P$ das Gewicht des Stabes.

Die Gränzbedingungen sind am eingespannten Ende:

für $x = 0$: $y = 0$, $\frac{dy}{dx} = 0$

am freien Ende:

für $x = l$: $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ $\frac{d^3y}{dx^3} = 0$

Die Schwingungen eines *schwerelosen* Stabes werden dargestellt durch die beiden Glieder auf der linken Seite der Gleichung (7). Die Schwingungsdauer der Stäbe wird erfahrungsmäfsig durch die Eigenschwere des Stabes nur in sehr geringem Maafse beeinflufst. Diefs kann nur davon herrühren, dafs das Glied auf der rechten Seite von (7) sehr klein gegen diejenigen auf der linken ist. Diefs ist auch in der That der Fall, weil $p = \frac{P}{K}$ wegen der Gröfse von K einen sehr kleinen Werth hat. Demgemäfs soll der Ausdruck auf der rechten Seite als Störungsglied behandelt und im Verlauf der Rechnung nur die Glieder bei-

Digitized

behalten werden, welche mit der ersten Potenz der kleinen Grösse p verbunden sind.

Indem man der Natur der periodischen Bewegung angemessen zunächst:

$$y = Y_1 \cos nt + Y_2 \sin nt \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

setzt, erhält man zur Bestimmung von Y_1 sowohl, als von Y_2 die Gleichungen:

$$\frac{d^4 Y}{dx^4} - \frac{n^2}{b^2} Y = p \frac{g}{dx}\left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{dY}{dx}\right] \quad . \quad . \quad (10)$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für} & x = 0: & Y = 0 \qquad \frac{dY}{dx} = 0 \\ \text{für} & x = l: & \frac{d^2 Y}{dx^2} = 0 \qquad \frac{d^3 Y}{dx^3} = 0 \end{array}\right\} \quad (11)$$

Ich denke mir nun Y zusammengesetzt aus demjenigen Werthe, welchen es beim schwerelosen Stabe erhält, und aus einem mit der kleinen Grösse p multiplicirten Terme, also:

$$Y = u + pv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

worin u durch die Differentialgleichung bestimmt ist:

$$\frac{d^4 u}{dx^4} - \frac{n^2}{b^2} u = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Setzt man den Werth (12) in die Differentialgl. (10), so wird diese mit Berücksichtigung von (13) und mit Vernachlässigung des mit p^2 multiplicirten Gliedes:

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \frac{n^2}{b^2} v = \frac{g}{dx}\left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{du}{dx}\right] \quad . \quad . \quad (14).$$

Die Bedingungen (11) verwandeln sich in folgende:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für } x = 0: & u_0 + p v_0 = 0 & \left(\frac{du}{dx}\right)_0 + p\left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = 0 \\ \text{für } x = l: & \left(\frac{d^2 u}{dx^2}\right)_l + p\left(\frac{d^2 v}{dx^2}\right)_l = 0 & \left(\frac{d^3 u}{dx^3}\right)_l + p\left(\frac{d^3 v}{dx^3}\right)_l = 0 \end{array}\right\} \quad (15).$$

Ein partikuläres Integral der Gleichung (13) ist $u = e^{\alpha x}$, wenn der Kürze halber

$$\sqrt{\frac{n}{b}} = \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

gesetzt wird. Dieß in (14) eingeführt, erhält man:

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \alpha^4 v = \frac{\alpha}{l}(\alpha l - 1 - \alpha x) e^{\alpha x} \quad . \quad (17)$$

Diese Differentialgleichung integrirt sich durch die Substitution:

$$v = (\beta x + \gamma x^2) e^{\alpha x};$$

diese ergiebt nämlich:

$$\frac{dv}{dx} = [\beta + (\alpha\beta + 2\gamma)x + \alpha\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = [2(\alpha\beta + \gamma) + \alpha(\alpha\beta + 4\gamma)x + \alpha^2\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^3v}{dx^3} = [3\alpha(\alpha\beta + 2\gamma) + \alpha^2(\alpha\beta + 6\gamma) + \alpha^3\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^4v}{dx^4} = [4\alpha^2(\alpha\beta + 3\gamma) + \alpha^3(\alpha\beta + 8\gamma) + \alpha^4\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

Setzt man diese Werthe in die Differentialgleichung (17) ein, so ergiebt sich mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors $e^{\alpha x}$:

$$4\alpha^3\beta + 12\alpha^2\gamma + 8\alpha^3\gamma x = \frac{\alpha}{l}[\alpha l - 1 - \alpha x].$$

Dieser Gleichung wird für alle Werthe von x genügt, wenn man γ und β durch die 2 Gleichungen bestimmt:

$$8\alpha^3\gamma = -\frac{\alpha^2}{l}$$

$$4\alpha^3\beta + 12\alpha^2\gamma = \frac{\alpha}{l}(\alpha l - 1)$$

woraus sich ergiebt:

$$\gamma = -\frac{1}{8\alpha l} \qquad \beta = \frac{1 + 2\alpha l}{8\alpha^2 l}.$$

Demnach also:

$$v = \left(\frac{1 + 2\alpha l}{8\alpha^2 l} x - \frac{1}{8\alpha l} \cdot x^2\right) e^{\alpha x} \quad . \quad . \quad (18)$$

und:

$$Y_1 = e^{\alpha x} + p \cdot \frac{(1 + 2\alpha l)x - \alpha x^2}{8\alpha^2 l} e^{\alpha x} \quad . \quad . \quad (19)$$

Die drei anderen particulären Integrale der Gleichung (13) erhält man aus dem hier benutzten $e^{\alpha x}$, indem man an die Stelle von α setzt: $-\alpha$, $i\alpha$, $-i\alpha$ wo $i = \sqrt{-1}$. Folglich erhält man auch aus (19) die drei anderen particulären Integrale der Gleichung (10) dadurch, dafs man in (19) $-\alpha$, $i\alpha$, $-i\alpha$ an die Stelle von α setzt. Nennt man $Y_2\, Y_3\, Y_4$ diese drei anderen Integrale, so wird:

$$Y = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4$$

oder:

$$Y = C_1 (u_\alpha + p v_\alpha) + C_2 (u_{-\alpha} + p v_{-\alpha}) + C_3 (u_{i\alpha} + p v_{i\alpha}) + C_4 (u_{-i\alpha} + p v_{-i\alpha}).$$

Die Gleichungen (15) bestehen also auch jede aus einer solchen Summe von 4 Gliedern. Zu ihrer Bildung leite ich aus (18) ab:

$$\frac{dv}{dx} = e^{\alpha x}\left[\frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l} + \frac{2\alpha l - 1}{8\alpha l}\, x - \frac{x^2}{8l}\right]$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = e^{\alpha x}\left[\frac{2.2\alpha l}{8\alpha l} + \frac{2\alpha l - 3}{8l}\, x - \frac{\alpha x^2}{8l}\right]$$

$$\frac{d^3v}{dx^3} = e^{\alpha x}\left[\frac{3(2\alpha l - 1)}{8l} + \alpha \cdot \frac{2\alpha l - 5}{8l}\, x - \frac{\alpha^2 x^2}{8l}\right]$$

Hieraus erhält man:

$$v_0 = 0; \qquad \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = \frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l};$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_l = \frac{1+\alpha l}{8} e^{\alpha l}; \qquad \left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_l = \frac{\alpha^2 l^2 + \alpha l - 3}{8l} e^{\alpha l}.$$

Diese Ausdrücke beziehen sich auf das erste particuläre Integral. Es ergeben sich daraus:

für das zweite particuläre Integral mit $v_{-\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = \frac{1-2\alpha l}{8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_l = \frac{1-\alpha l}{8} e^{-\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_l = \frac{\alpha^2 l^2 - \alpha l - 3}{8l} e^{-\alpha l}$$

für das dritte mit $v_{i\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = \frac{1+2i\alpha l}{-8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_l = \frac{1+i\alpha l}{8} e^{i\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_l = \frac{-\alpha^2 l^2 + i\alpha l - 3}{8l} e^{i\alpha l}$$

für das vierte mit $v_{-i\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = \frac{1-2i\alpha l}{-8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_l = \frac{1-i\alpha l}{8} e^{-i\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_l = \frac{-\alpha^2 l^2 - i\alpha l - 3}{8l} e^{-i\alpha l}.$$

Man erhält ferner aus $u_\alpha = e^{\alpha x}$:

für die Integrale:	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
$u_0 =$	1	1	1	1
$\left(\frac{du}{dx}\right) =$	α	$-\alpha$	$i\alpha$	$-i\alpha$
$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) =$	$\alpha^2 e^{\alpha l}$	$\alpha^2 e^{-\alpha l}$	$-\alpha^2 e^{i\alpha l}$	$-\alpha^2 e^{-i\alpha l}$
$\left(\frac{d^3u}{dx^3}\right) =$	$\alpha^3 e^{\alpha l}$	$-\alpha^3 e^{-\alpha l}$	$-\alpha^3 i e^{i\alpha l}$	$\alpha^3 i e^{-i\alpha l}$.

Setzt man zur Abkürzung in allen diesen für die u und v gefundenen Werthen $\alpha l = \lambda$, so stellen sich die Gleichungen (15) nun so dar:

$$0 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

$$0 = C_1\left(\alpha + p\frac{1+2\lambda}{8\alpha\lambda}\right) + C_2\left(-\alpha + p\frac{1-2\lambda}{8\alpha\lambda}\right) + C_3\left(\alpha i + p\frac{1+2i\lambda}{-8\alpha\lambda}\right) + C_4\left(-\alpha i + p\frac{1-2i\lambda}{-8\alpha\lambda}\right)$$

$$0 = C_1\left(\alpha^2 + p\frac{1+\lambda}{8}\right)e^{\lambda} + C_2\left(\alpha^2 + p\frac{1-\lambda}{8}\right)e^{-\lambda} + C_3\left(-\alpha^2 + p\frac{1+i\lambda}{8}\right)e^{i\lambda} + C_4\left(-\alpha^2 + p\frac{1-i\lambda}{8}\right)e^{-i\lambda}$$

$$0 = C_1\left(\alpha^3 + p\frac{\lambda^2+\lambda-3}{8l}\right)e^{\lambda} + C_2\left(-\alpha^3 + p\frac{\lambda^2-\lambda-3}{8l}\right)e^{-\lambda} + C_3\left(-\alpha^3 i + p\frac{-\lambda^2+i\lambda-3}{8l}\right)e^{i\lambda} + C_4\left(\alpha^3 i + p\frac{-\lambda^2-i\lambda-3}{8l}\right)e^{-i\lambda}.$$

Durch Elimination der vier Constanten C erhält man eine transscendente Gleichung zur Bestimmung von $m = \frac{\pi}{T}$, wenn T die Schwingungsdauer ist. Diese transscendente Gleichung ist aber die aus den Coëfficienten der C in den vorstehenden Gleichungen gebildete und $= 0$ gesetzte De-

terminante. Multiplicirt man die drei letzten Gleichungen beziglich mit $8\alpha l$, 8, $8l$, so wird diese Gleichung:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8\alpha^3\lambda+p+2p\lambda & -8\alpha^3\lambda+p-2p\lambda & 8\alpha^3 i\lambda-p-2pi\lambda & -8\alpha^3 i\lambda-p+2pi\lambda \\ (8\alpha^3+p+p\lambda)e^{\lambda} & (8\alpha^3+p-p\lambda)e^{-\lambda} & (-8\alpha^3+p+pi\lambda)e^{i\lambda} & (-8\alpha^3+p-pi\lambda)e^{-i\lambda} \\ (8\alpha^3\lambda+p\lambda^2+p\lambda-3p)e^{\lambda}, & (-8\alpha^3\lambda+p\lambda^2-p\lambda-3p)e^{-\lambda}, & (-8\alpha^3 i\lambda-p\lambda^2+pi\lambda-3p)e^{i\lambda}, & (8\alpha^3 i\lambda-p\lambda^2-pi\lambda-3p)e^{-i\lambda} \end{vmatrix} = 0.$$

Bezeichnet man die vier Verticalreihen dieser Determinante mit I, II, III, IV, bildet nun daraus die Determinante:

$$[\mathrm{I}+\mathrm{II},\ \mathrm{I}-\mathrm{II},\ \mathrm{III}+\mathrm{IV},\ \mathrm{III}-\mathrm{IV}]$$

und bezeichnet die dabei zu Stande kommenden Grösen:

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{e^{\lambda}+e^{-\lambda}}{2} = \mathfrak{Cos}\,\lambda & \frac{e^{\lambda}-e^{-\lambda}}{2} = \mathfrak{Sin}\,\lambda \\ \frac{e^{i\lambda}+e^{-i\lambda}}{2} = \cos\lambda & \frac{e^{i\lambda}-e^{-i\lambda}}{2i} = \sin\lambda \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

mit den Anfangsbuchstaben $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{S}$, c, s, so wird, indem $4i$ als gemeinschaftlicher Factor wegfällt:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ p & (8\alpha^3+2p)\lambda & -p & (8\alpha^3-2p)\lambda \\ (8\alpha^3+p)\mathfrak{C}+p\lambda\mathfrak{S} & (8\alpha^3+p)\mathfrak{S}+p\lambda\mathfrak{C} & (-8\alpha^3+p)c-p\lambda s & (-8\alpha^3+p)s+p\lambda c \\ p(\lambda^2-3)\mathfrak{C}+(8\alpha^3+p)\lambda\mathfrak{S}, & (8\alpha^3+p)\lambda\mathfrak{C}+p(\lambda^2-3)\mathfrak{S}, & (8\alpha^3-p)\lambda s-p(\lambda^2+3)c, & (-8\alpha^3+p)\lambda c-p(\lambda^2+3)s \end{vmatrix} = 0.$$

Digitized by Google

Diese Determinante unterwerfe ich nun der durch folgendes Schema angedeuteten Operation:

$$[\mathrm{I}+\mathrm{III},\ \mathrm{II}+\mathrm{IV},\ \mathrm{I}-\mathrm{III},\ \mathrm{II}-\mathrm{IV}].$$

Ich setze ferner der Kürze halber:

$$\mathfrak{C}+c=m \qquad \mathfrak{C}-c=n \qquad \mathfrak{S}+s=\mu \qquad \mathfrak{S}-s=\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

und erhalte dann, weil die Anfangsglieder der drei letzten Verticalreihen Nullen sind, das erste Anfangsglied 2 multiplicirt mit einer Determinante vom dritten Grade, die also für sich verschwinden muſs. Dieſs giebt:

$$0=\begin{vmatrix} 8\alpha^2\lambda & p & 2q\lambda \\ 8\alpha^2\nu+p(\mu+\lambda m) & 8\alpha^2 m+p(n+\lambda\mu) & 8\alpha^2\mu+p(\nu+\lambda n) \\ 8\alpha^2\lambda n+p(\lambda^2\nu+\lambda m-3\mu) & 8\alpha^2\lambda\nu+p(\lambda^2 m+\lambda\mu-3n) & 8\alpha^2\lambda m+p(\lambda^2\mu+\lambda n-3\nu) \end{vmatrix} \quad (22)$$

Diese Determinante ist nun aber, wenn man $8\alpha^2=q$ setzt, von folgender Form:

$$\Delta=\begin{vmatrix} qa+pa' & qa_1+pa'_1 & qa_2+pa'_2 \\ qb+pb' & qb_1+pb'_1 & qb_2+pb'_2 \\ qc+pc' & qc_1+qc'_1 & qc_2+pc'_2 \end{vmatrix}$$

Eine solche Determinante ist aber zusammengesetzt aus folgenden Gliedern:

$$\Delta=q^3\Delta_1+q^2p(\Delta_2+\Delta_3+\Delta_4)+qp^2(\Delta_5+\Delta_6+\Delta_7)+p^3\Delta_8$$

worin:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} a & a_1 & a_2 \\ b & b_1 & b_2 \\ c & c_1 & c_2 \end{vmatrix};\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} a & a_1 & a'_2 \\ b & b_1 & b'_2 \\ c & c_1 & c'_2 \end{vmatrix};\quad \Delta_3=\begin{vmatrix} a & a'_1 & a_2 \\ b & b'_1 & b_2 \\ c & c'_1 & c_2 \end{vmatrix};\quad \Delta_4=\begin{vmatrix} a' & a_1 & a_2 \\ b' & b_1 & b_2 \\ c' & c_1 & c_2 \end{vmatrix} \text{ etc.}$$

Digitized by Google

Da wir nun nach anfänglicher Festsetzung die Glieder vernachlässigen, welche p auf einer höheren Potenz als der ersten enthalten, so haben wir aus (22) nur die vier Determinanten $\Delta_1\,\Delta_2\,\Delta_3\,\Delta_4$ zu bilden und zu setzen:

$$0 = (8\alpha^2)^3\,\Delta_1 + p\,.\,(8\alpha^2)^3\,(\Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4)$$

oder, da $\alpha l = \lambda$, vereinfacht:

$$0 = \Delta_1 + \frac{p l^3}{8\lambda^3}\,(\Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23).$$

Aus (22) erhält man nun:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \lambda & o & o \\ \nu & m & \mu \\ \lambda n & \lambda\nu & \lambda m \end{vmatrix} = \lambda^2\,(m^2 - \mu\nu)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \lambda & o & 2\lambda \\ \nu & m & (\nu + \lambda n) \\ \lambda n & \lambda\nu & (\lambda^2\mu + \lambda n - 3\nu) \end{vmatrix} = \lambda\,[\lambda^2(m\mu - n\nu) - \lambda(mn - \nu^2) - 3m\nu]$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \lambda & 1 & o \\ \nu & (n + \lambda\mu) & \mu \\ \lambda n & (\lambda^2 m + \lambda\mu - 3n) & \lambda m \end{vmatrix} = \lambda\,[\lambda(mn - \mu^2) + 3n\mu + n\mu - m\nu]$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} o & o & o \\ (\mu + \lambda m) & m & \mu \\ (\lambda^2\nu + \lambda m - 3\nu) & \lambda\nu & \lambda m \end{vmatrix} = 0.$$

Setzt man wieder für $mn\mu\nu$ die Werthe (21), so erhält man, mit Berücksichtigung der Relation $\mathfrak{C}^2 - \mathfrak{S}^2 = 1$:

$$\Delta_1 = 2\lambda^2 (1 + \mathfrak{C}c)$$

$$\Delta_2 + \Delta_3 = \lambda [2\lambda^2 (\mathfrak{C}s + \mathfrak{S}c) - 4\lambda \mathfrak{S}s + 8 (\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c)].$$

Die Gleichung (23) wird demnach:

$$0 = 1 + \mathfrak{C}c + \frac{pl^3}{8\lambda^3} [\lambda^2 (\mathfrak{C}s + \mathfrak{S}c) - 2\lambda \mathfrak{S}s + 4 (\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c)] \quad (24).$$

Dieſs ist die transscendente Gleichung, welche zur Bestimmung der Schwingungsdauer dient. Zunächst ergiebt sie nämlich den Werth von $\lambda = \alpha l = l \sqrt{\frac{m}{b}}$, also das m, welches in dem Ausdruck (9) auftritt; hiermit wird aber die Schwingungsdauer bekannt, denn es ist:

$$m = \frac{\pi}{T}$$

wenn T die *einfache* Schwingungsdauer, d. h. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden entgegengesetzten Durchgängen durch die Gleichgewichtslage bedeutet.

Die Gleichung (24) hat unendlich viele Wurzeln, entsprechend den verschiedenen Schwingungszuständen, die der Stab unabhängig von einander annehmen kann. Die kleinste Wurzel bestimmt die Schwingungsdauer der einfachen Pendelschwingungen (ohne Knoten), die der Stab ausführen kann. Die gröſseren Wurzeln, die immer kleineren Schwingungsdauern entsprechen, gehören zu Schwingungszuständen, welche, dem bloſsen Auge bald nicht mehr wahrnehmbar, bloſs als Töne zu erkennen sind.

III.

Die transscendente Gleichung in der Form (24) ist wenig zur Rechnung geeignet, sie soll deshalb umgeformt werden.

Die Gleichung besteht aus einem Theil der von p unabhängig und einem andern, der mit p multiplicirt ist. Nach gewöhnlicher Schreibweise ist der erste Theil:

$$1 + \mathfrak{C}c = 1 + \mathfrak{C}o\int\lambda \cos\lambda = 1 + \frac{e^{\lambda} + e^{-\lambda}}{2} \cos\lambda.$$

Digitized by Google

Dieſs ist aber derjenige Ausdruck, der beim schwerlosen Stabe durch sein Verschwinden die Schwingungsdauer bestimmt. Die ganze Gleichung (24) welche ich abkürzend:

$$\varphi(\lambda) = 0$$

schreiben will, ist nur um ein Glied von der Ordnung der kleinen Gröſse p von jener verschieden. Hieraus schlieſse ich weiter, daſs auch die Wurzeln von $\varphi(\lambda) = 0$ nur um Werthe von der Ordnung p von den Wurzeln der Gleichung $1 + \mathfrak{C}c = 0$ verschieden sind; daſs also zu jeder Wurzel der Letzteren eine sehr wenig davon verschiedene der Ersteren gehört. Ich bezeichne nun die Wurzeln der Gleichung beim schwerlosen Stab mit λ_0, so daſs also:

$$1 + \mathfrak{C}of\lambda_0 \cos\lambda_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

und setze, indem δ eine kleine Gröſse von der Ordnung von p bedeuten soll:

$$\lambda = \lambda_0 + \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26).$$

Dieſs in die Gleichung $\varphi(\lambda) =$ eingesetzt und nach dem Taylor'schen Satze entwickelt, erhält man mit Vernachlässigung der zweiten und höherer Potenzen von δ:

$$0 = \varphi(\lambda_0) + \delta\varphi'(\lambda_0) \quad . \quad . \quad . \quad (27).$$

Hieraus bestimmt sich δ, wenn man für $\varphi(\lambda_0)$ und $\varphi'(\lambda_0)$ die Werthe aus (24) setzt. Es besteht aber $\varphi'(\lambda_0)$ ebenso wie $\varphi(\lambda_0)$ aus zwei Theilen, wovon der zweite den Factor p hat: wenn man also in die Gleichung (27) einsetzt, so erscheint ein Glied, welches $\delta.p$ zum Factor hat Dieſs ist aber eine Gröſse zweiter Ordnung, welche wegfällt. Es bleibt also von $\varphi'(\lambda)$ nur der Theil zu berücksichtigen:

$$\frac{d(1 + \mathfrak{C}of\lambda\cos\lambda)}{d\lambda} = -\mathfrak{C}s + \mathfrak{S}c.$$

Mit Berücksichtigung von (25) wird also (27):

$$0 = \frac{pF}{\delta\lambda_0^3}\left[\lambda_0^2(\mathfrak{C}s + \mathfrak{S}c) - 2\lambda_0\mathfrak{S}s + 4(\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c)\right] - \delta(\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c)$$

woraus:

$$\delta = \frac{pF}{\delta\lambda_0^3}\left[\lambda_0^2\frac{\mathfrak{C}s + \mathfrak{S}c}{\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c} - 2\lambda_0\frac{\mathfrak{S}s}{\mathfrak{C}s - \mathfrak{S}c} + 4\right]$$

$$= \frac{pF}{\delta\lambda_0^3}\left[\lambda_0^2\frac{1 + \mathfrak{T}g\lambda_0\,\mathfrak{c}tg\lambda_0}{1 - \mathfrak{T}g\lambda_0\,\mathfrak{c}tg\lambda_0} - 2\lambda_0\frac{\mathfrak{T}g\lambda_0}{1 - \mathfrak{T}g\lambda_0\,\mathfrak{c}tg\lambda_0} + 4\right].$$

Digitized by Google

Dieser Ausdruck vereinfacht sich indessen noch bedeutend, wenn man die Relation (25) noch weiter benutzt. Aus:

$$\mathfrak{Cof}\,\lambda_0 \cos\lambda_0 = -1$$

ersieht man, da $\mathfrak{Cof}\,\lambda_0$ eine stets positive Gröfse ist, dafs $\cos\lambda_0$ negativ ist. Bildet man daher das Quadrat vorstehender Gleichung und ersetzt $\mathfrak{Cof}^2\lambda_0$ durch $1+\mathfrak{Sin}^2\lambda_0$, so dafs also:

$$\mathfrak{Sin}^2\lambda_0 \cos^2\lambda_0 = 1-\cos^2\lambda_0 = \sin^2\lambda_0,$$

so mufs bei der Wurzelausziehung rechts das negative Zeichen genommen werden, d. h.

$$\mathfrak{Sin}\,\lambda_0 \cos\lambda_0 = -\sin\lambda_0,$$

weil $\mathfrak{Sin}\,\lambda_0$ an sich positiv, $\cos\lambda_0$ negativ ist.

Auf gleichem Wege ergiebt sich:

$$\mathfrak{Cof}\,\lambda_0 \sin\lambda_0 = \mathfrak{Sin}\,\lambda_0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man:

$$\mathfrak{Sin}\,\lambda_0 = -\operatorname{tg}\lambda_0$$
$$\mathfrak{Tg}\,\lambda_0 \operatorname{ctg}\lambda_0 = \cos\lambda_0$$
$$\mathfrak{Tg}\,\lambda_0 = \sin\lambda_0$$

Dieſs in obigen Werth von δ eingesetzt, wird dieser:

$$\delta = \frac{pl^2}{b\lambda_0^3}\left[\lambda_0^2\frac{1+\cos\lambda_0}{1-\cos\lambda_0} - 2\lambda_0\frac{\sin\lambda_0}{1-\cos\lambda_0} + 4\right]$$
$$= \frac{pl^2}{8\lambda_0^3}\left[\lambda_0^2\left(\frac{\sin\lambda_0}{1-\cos\lambda_0}\right)^2 - 2\lambda_0\frac{\sin\lambda_0}{1-\cos\lambda_0} + 4\right]$$

Setzt man diesen Werth von δ in (26) ein, so erhält man mit Benutzung von (8):

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{gl^2}{b_2\lambda_0^3}\left[\frac{1}{2} - \frac{\lambda_0}{4}\cdot\frac{\sin\lambda_0}{1-\cos\lambda_0} + \frac{\lambda_0^2}{8}\left(\frac{\sin\lambda_0}{1-\cos\lambda_0}\right)^2\right].$$

Die ganze Klammergröfse k ist eine reine Zahl, denn λ_0 die Wurzel der transscendenten Gleichung (25) ist eine solche.

Die kleinste Wurzel dieser bekannten Gleichung ist:

$$\lambda_0 = 1{,}87511 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

oder in Graden:

Digitized by Google

$$\lambda_0 = 107^0\,26'\,20''$$
$$\log\lambda_0 = 0{,}27303$$
$$\log\sin\lambda_0 = 0{,}97957 - 1$$
$$\log(-\cos\lambda_0) = 0{,}47667 - 1.$$

Die Berechnung ergiebt für diese kleinste Wurzel den Werth der Klammergröfse:

$$k = 0{,}39342 \quad \log k = 0{,}59486 - 1 \quad . \quad (29).$$

Es ist dann die erste Wurzel der Gleichung $\varphi(\lambda) = 0$:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{g l^2}{b^2 \lambda_0^3} . k$$

in Zahlen:

$$\lambda = 1{,}87511 + \frac{g l^2}{b^2} \cdot \frac{0{,}39342}{(1{,}87511)^3}.$$

Ich habe diese ganze Betrachtung für den Fall durchgeführt, wo der Stab am oberen Ende eingeklemmt war und vertical nach unten hing, so dafs die Schwere in der Richtung der positiven X-Axe wirkte. Wenn der andere Fall vorliegt, dafs nämlich der Stab am unteren Ende eingeklemmt, am oberen frei ist, so gilt in der ursprünglichen Differentialgleichung (4) das untere Zeichen, d. h. man erhält den zweiten Fall aus dem ersten, indem man bei g das Zeichen wechselt. Es gilt demnach allgemein die Formel:

$$\lambda = \lambda_0 \pm \frac{g l^3}{b^2 \lambda_0^3} . k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

zur Bestimmung der Schwingungsdauer.

Zur vollständigen Lösung des Problems fehlt noch die Bestimmung von zwei Constanten durch den gegebenen Anfangszustand. Die Ausführung dieser Bestimmung, welche wenig von der beim schwerlosen Stab verschieden ist, kann ich aber hier unterlassen, da ich sie in der oben citirten Abhandlung für den schwierigeren Fall des schweren *und* am Ende belasteten Stabes durchgeführt habe.

Digitized by Google

IX. *Ueber das Verhalten von Glaubersalzlösungen bei Temperatur-Erniedrigung;* *von Dr. F. Lindig in Schwerin.*

Da die physikalischen Vorgänge bei der sogenannten Uebersättigung von Glaubersalzlösungen noch immer keine genügende Erklärung — weder von Seiten der Physiker noch von Seiten der Chemiker — gefunden haben, so wird es wohl nicht ohne Interesse seyn, wenn ich einige Beobachtungen über diese Vorgänge mittheile.

Wenn man eine Glaubersalzlösung — gleichviel ob gesättigt oder nicht — langsam abkühlen läfst, so zieht sie sich bei der Temperatur-Erniedrigung, solange keine Krystallisation erfolgt, wie jeder andere Körper zusammen. Sobald indessen in der klaren Lösung die ersten Krystalle anschiefsen, beginnt dieselbe, anstatt sich fernerhin zusammenzuziehen, sich im Gegentheil auszudehnen und zwar in demselben Maafse, in welchem die Krystallisation fortschreitet. Daraus ergiebt sich offenbar, dafs die Dichtigkeit der sich bildenden Krystalle geringer ist als die Lösung, aus der sie sich abscheiden [1]).

Ist nun schon diefs Verhalten einer allmählich krystallisirenden Glaubersalzlösung auffällig und merkwürdig, so ist doch das Verhalten einer sogenannten übersättigten Lösung weit auffälliger und merkwürdiger. Wenn nämlich eine solche durch vorsichtige Behandlung bis auf 0 Grad abgekühlt und dann plötzlich zur Krystallisation gebracht wird, so zeigt der gebildete Krystallkuchen, der eine solide, compacte Masse vorstellt, eine aufserordentliche Volumzunahme und zeigt aufserdem bei weiterer Abkühlung bis gegen 10° C. unter Null eine mehr und mehr zunehmende Ausdehnung. Da bei diesem Zustande der ursprüng-

1) Dem schien indessen der Umstand zu widersprechen, dafs losgelöste Krystalle in der Flüssigkeit nicht schwammen, sondern zu Grunde gingen.

lichen Lösung von einer Krystallausscheidung, wie vorhin, nicht die Rede seyn kann, so scheint dieselbe (ähnlich wie das Wasser unter 4°) jenes Gesetz nicht zu befolgen, nach welchem sich sonst die Körper bei Temperatur-Erniedrigung zusammenziehen.

Die betreffenden Versuche, die Jeder mit Leichtigkeit ausführen kann, habe ich selbst mit einem Glaskolben von etwa 60 Cubikcentimeter Inhalt angestellt. Ich füllte ihn bei verschiedenen Versuchen mit verschieden starken Lösungen von Glaubersalz in Wasser, schüttete darauf eine Deckschicht von Petroleum und schloſs den Kolben vermittelst eines durchbohrten Kautschuk-Pfropfens, durch welchen ein mit Papierscale versehenes, 30 Centim. langes Glasrohr von 2,09 Cubikcentim. Inhalt bis in die Oeldeckschicht hinabreichte. Zwecks Temperaturveränderung wurde der Kolben in einem Becherglase mit einer Kältemischung resp. mit warmem Wasser umgeben. Erfolgte dann die Krystallisation der eingeschlossenen Lösung nicht von selbst im günstigen Moment, so wurde sie augenblicklich durch ein in das Rohr hinabgeworfenes Krystalltheilchen hervorgerufen. Die plötzliche Volumänderung war dabei oft so energisch, daſs der Kolben gesprengt wurde, falls das Glasrohr sich zufällig verstopfte und der verdrängten Deckschicht keinen Ausweg darbot. Der ganze Apparat lieſs sich ähnlich wie ein Thermometer (nur in umgekehrter Weise) gebrauchen und zeigte Temperaturwechsel von nicht zu geringer Dauer ziemlich empfindlich an. Wurde z. B. der stark abgekühlte Apparat auf einige Augenblicke mit der Hand erwärmt, so lieſs sich deutlich ein Sinken der Deckschicht wahrnehmen.

Was nun die genauen Zahlenwerthe anbetrifft, welche ich für die Volumveränderungen bei verschiedenen Temperaturen ermittelt habe, so verspare ich mir die Veröffentlichung derselben für eine ausführlichere Mittheilung einiger Beobachtungen über Ausdehnungen der Salzlösungen.

Digitized by Google

X. *Bemerkung über den Durchgang der Funken des Inductoriums durch die Flamme; von A. Kundt.*

Läfst man den Funkenstrom eines Inductoriums durch eine leuchtende Gas- oder Kerzenflamme gehen, so sieht man, aufser dafs auf der Bahn der Funken die Flamme intensiv leuchtet und unter Umständen diese hell leuchtende Funkenbahn von dunklen Querstreifen durchzogen ist, keine Aenderung an der Flamme. Dieselbe erscheint, wenn die Poldrähte geeignet eingeführt sind, constant und ruhig. Betrachtet man jedoch die Flamme in einem langsam rotirenden oder mit der Hand hin und her bewegten Spiegel, so sieht man, dafs die anscheinende Constanz in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Das Bild erscheint nämlich im Spiegel nicht constant in die Breite gezogen, sondern der Theil der sich oberhalb des Funkens befindet, erscheint alternirend, ähnlich wie die Flamme einer chemischen Harmonica, wenn man dieselbe in einem rotirenden Spiegel betrachtet. Von der obersten Spitze der Flamme bis zu dem Funken herab erscheint das Bild im Spiegel sägenförmig eingeschnitten und zwar sieht man an der untern Spitze jedes dunklen Einschnittes einen übergehenden Funken. Während des Uebergangs eines einzelnen Funkens ist also jedesmal die Flamme nach oben erloschen. Der Theil derselben unterhalb der Funken ist ganz constant und ruhig.

Der Grund dieses Verlöschens des oberen Theils der Flamme durch den Funken liegt jedenfalls darin, dafs zuerst durch den Funken eine sehr schnelle Verbrennung des auf seiner Bahn befindlichen Gases eintritt und dann durch den mechanischen Druck, den der Funke dabei nach allen Seiten ausübt, das Nachströmen des Gases von unten für einen Moment gehemmt wird.

Das Verlöschen der oberen Flamme bei jedem einzel-

Digitized by Google

nen durchgehenden Funken giebt sich auch noch bei einer andern Beobachtungsmethode auf folgende Weise kund.

Während die Funken durch die Flamme gehen und zwar so, dafs die letztere dem äufseren Anschein nach möglichst ruhig ist, beobachte man dieselbe mittelst einer rotirenden Scheibe in der sich einige enge Schlitze befinden. Beobachtet man *senkrecht* zu der Richtung des durchgehenden Funkens, so erscheint die Flamme oberhalb des Funkens aus hellen und dunklen Schichten gebildet, beobachtet man *in der Richtung* des Funkens, so sieht man nicht eigentliche Schichten, es steigen vielmehr immerwährend in der Flamme dunkle Kreise auf. Am Besten für die letztere Beobachtung ist es, wenn die eine Elektrode in die Flamme hineinragt, die andere etwas aufserhalb derselben bleibt, und man dann von der Seite dieser beobachtet.

Wie bei dem Zusammenwirken des Alternirens der Flamme und der momentanen Beobachtung durch die Schlitze der Scheibe die Erscheinung der hellen und dunklen Schichten zu Stande kommt, ist nicht nöthig hier eingehend aus einander zu setzen. Die Erscheinung beruht im Wesentlichen auf demselben Princip, nach welchem ein ausfliefsender Wasserstrahl durch eine rotirende Scheibe betrachtet als aus einzelnen sich bewegenden Tropfen gebildet erscheint. Es leuchtet auch ohne Weiteres ein, dafs die Zahl und die Bewegung der hellen und dunklen Schichten der Flamme sich mit der Zahl der Schlitze der rotirenden Scheibe und mit der Geschwindigkeit der Drehung ändert.

II. *Ueber den Einfluſs der Magnetisirung auf die Länge und den Leitungswiderstand von Eisenstäben; von W. Beetz.*

Ueber die Molecularvorgänge bei der Magnetirung eines Eisenstabes, welche eine Längenveränderung desselben bedingen, haben sich Wiedemann[1]) und Buff[2]) ausgesprochen. Diese Vorgänge lassen theils eine Verlängerung theils eine Verkürzung des Stabes erwarten. Man kann sich nämlich vorstellen

1) nach der Scheidungstheorie, daſs eine Verkürzung der Stäbe eintritt durch gegenseitige Anziehung der magnetisch gewordenen Molecüle,
2) nach der Ampère'schen Theorie, daſs die parallel gerichteten Ströme einander anziehen und dadurch die Stäbe ebenfalls verkürzt werden,
3) daſs die Molecularmagnete sich mit ihrer Längsaxe der Axe des Stabes parallel stellen, und dadurch eine Verlängerung des Stabes hervorgebracht wird: eine Ansicht, welche de la Rive[3]) ausgesprochen hat, und welcher sich auch Tyndall[4]) und Buff anschlieſsen,
4) daſs durch die Magnetisirung ein mechanischer Zug auf einige Theile des Stabes ausgeübt wird, welcher denselben verlängert, wie es namentlich Wertheim[5]) beobachtete,
5) daſs der Stab von vornherein gedrillt oder gebogen war, und daſs die Magnetisirung ihn streckt, indem sie seine Drillung oder Biegung aufhebt.

1) Lehrbuch des Galvanismus Bd. II, S. 457*.
2) Liebig und Wöhler Ann. III. Suppl. S. 136*.
3) *Ann. de chim. et de phys.* (3) *T. XXVI, p.* 158.
4) Cosmos Bd. XXIV, S. 719*.
5) Diese Ann. Bd. LXXVII, S. 43*.

In der That ist sowohl eine verkürzende, als eine verlängernde Wirkung der Magnetisirung an Eisenstäben beobachtet worden: Joule[1]), Wertheim und Buff haben die Verlängerung unzweifelhaft nachgewiesen, und Tyndall[2]) hat dieselbe sogar durch ein Vorlesungsexperiment demonstrirt; Joule hat aber aufserdem gezeigt, dafs statt der Verlängerung eine Verkürzung eintritt, wenn die Stäbe oder Drähte sich unter starker Spannung befinden.

Man kann aus den gedachten Molecularvorgängen Schlüsse ziehen in Bezug auf die Veränderungen, welche der Leitungswiderstand eines Eisendrahtes durch Magnetisirung erfährt. Aus den beiden ersten, thatsächlich gleichbedeutenden Vorgängen, müfste man schliefsen, dafs der Widerstand durch die Magnetisirung verkleinert werde, da die Berührung der Molecüle unter einander in der Längenrichtung eine innigere wird und die ganze Leiterlänge abnimmt; durch den dritten Vorgang wird zwar die Berührung auch inniger, aber der Stab wird länger und dünner, es kann also dadurch sowohl eine Vergröfserung, als eine Verkleinerung des Widerstandes erfolgen, je nachdem die eine oder die andere Wirkung überwiegt. Der vierte Vorgang mufs den Widerstand nothwendig vergröfsern, beim fünften ist kein Grund einzusehen, weshalb der Widerstand durch ihn in dem einen oder dem anderen Sinne verändert werden sollte.

Die Versuche von Wartmann[3]), Mousson[4]) und Edlund[5]) haben keinerlei Widerstandsveränderung bei der Magnetisirung nachweisen können, während Thomson[6]) eine Widerstandszunahme in der Richtung der magnetischen Axe und eine Widerstandsabnahme in der darauf senk-

1) *Phil. mag.* (3) *T. XXX, p.* 76.
2) *Mendes T. VI, p.* 622*. — Cosmos, Bd. XXIV, S. 718*.
3) *Arch. d. sc. phys. T. XIII, p.* 35*.
4) *Ib. T. XXXI, p.* 111*.
5) Diese Ann. Bd. XCIII. S. 315*.
6) *Phil. Trans.* 1856, *p.* 315*.

rechten Richtung beobachtete. Bei der Zusammenstellung dieser widersprechenden Ergebnisse hat Wiedemann[1]) darauf hingewiesen, dafs es bei mehren Versuchen von Thomson wohl möglich wäre, dafs die Anziehung der Pole rein mechanisch einen Zug auf das zwischen ihnen liegende Eisenblech ausgeübt hätte, wodurch es in axialer Richtung gedehnt, in aequatorialer zusammengedrückt wäre, und ich mufs gestehen, dafs ich auch in Bezug auf die übrigen Versuche desselben Beobachters von Anfang an den Verdacht hatte, dafs die Widerstandsveränderung eine ganz secundäre, durch die Längenveränderung der Stäbe bedingte Erscheinung sey. Allerdings ist die, von Thomson beobachtete Widerstandszunahme eine so bedeutende, dafs sie sich nicht unmittelbar nach dem Ohm'schen Widerstandsgesetze aus jener Längenveränderung erklären läfst, auch dann nicht, wenn man bedenkt, dafs eine solche Verlängerung bei gleichbleibendem Volumen des Eisens (denn eine Volumveränderung haben weder Joule, noch Wertheim, noch Buff nachweisen können) von einer Verkleinerung der Durchschnittsfläche begleitet seyn mufs. Indefs ergaben auch die Versuche von Mousson, bei welchen Drähte durch Gewichte gedehnt wurden, eine so unverhältnifsmäfsige Widerstandszunahme, dafs deren Hauptgrund in der Entfernung der Molecüle von einander gesucht werden mufs. Die Versuche, welche ich selbst über die Längen- und Widerstandsveränderung anstellte, haben mich belehrt, dafs meine Vermuthung unrichtig war.

Die Stäbe, deren Längenveränderung gemessen werden sollte, wurden in horizontaler Lage an einem Ende fest eingeklemmt und an mehren Stellen durch leicht bewegliche Rollen unterstützt. Von dem freien Stabende ging ein Faden aus, welcher um eine verticale Stahlaxe geschlungen, dann über eine Rolle geführt und durch ein Gewicht gespannt wurde. Die Stahlaxe trug einen ebenen Spiegel, in welchem das Bild einer Scale mit Fernrohr und Faden-

1) Lehrbuch des Galvanismus Bd. II, S. 466*.

Digitized by Google

kreuz beobachtet wurde. Die Magnetisirungsspiralen waren die eines grofsen Kleiner'schen Elektromagnets, zwei von 53, zwei von 75^{mm} Durchmesser und eine jede 23^{cm} lang. Sie wurden, wenn nicht eine andere Aufstellung erforderlich war, so vertheilt, dafs die beiden äufseren Spiralen (die engeren) mit den Stabenden gerade abschnitten, die beiden inneren (die weiteren) von einander und von den äufseren gleich weit entfernt waren. Die Scale war so getheilt, dafs ein Theilstrich = 1^{mm},270 betrug, während die Entfernung der Scale von der Stahlaxe = 3220^{mm} war. Demnach entsprach eine Scalenverschiebung von einem Theilstrich einem Drehungswinkel des Spiegels = 40″,71. Der Radius der Stahlaxe wurde aus dem absoluten und specifischen Gewichte des Drahtes und seiner Länge = 0^{mm},44072 berechnet, so dafs eine Scalenverschiebung von einem Theilstrich einer Längenveränderung des beobachteten Stabes um 0^{mm},00008698 entsprach. Der magnetisirende Strom wurde jedesmal so gewählt, dafs das Maximum des temporären Magnetismus nahezu erreicht war. Die unten für die Längenveränderungen angegebenen Zahlen sind die Mittel aus wenigstens je sechs Beobachtungen, welche immer sehr nahe mit einander übereinstimmten.

Die Weite und Länge meiner Spiralen liefs erwarten, dafs kleine Verschiebungen der Stäbe aus der Spiralaxe nur geringen Einfluſs auf die scheinbare Längenveränderung, welche dadurch eintritt, dafs der Stab sich selbst in die Axe begeben will, haben würden. Um mich davon zu überzeugen, beobachtete ich diese Veränderungen zuerst, wenn der Stab möglichst gut centrirt war, dann wenn alle vier Spiralen schief geschoben wurden, dann wenn sie so weit verschoben wurden, dafs der Stab ihre inneren Wandungen fast berührte, endlich wenn er wieder gut centrirt war. Der Stab war 1242^{mm} lang, 12^{mm} dick, cylindrisch. Die Verlängerung betrug:

Stab gut centrirt	11,7	Theilstriche
Spiralen schief	11,6	»
Spiralen den Stab fast berührend .	10,3	»

Bei wiederholtem Oeffnen und Schliefsen des Stromes	9,1	Theilstriche
	8,8	»
	8,5	»
	8,2	»
	7,0	»
Stab wieder centrirt	11,6	»

Also konnte nur durch eine sehr grofse und durch zufällige Verschiebungen unmöglich vorkommende Excentricität eine erhebliche Beeinflussung der Messungen veranlafst werden. Dafs bei der extremen Lage die Ablesungen immer kleiner wurden, erklärt sich daraus, dafs der Stab nicht parallel mit sich selbst fortrücken konnte, sondern einen immer gröfser werdenden Winkel mit der Axe machte.

Die mit Eisenstäben und dickeren Eisendrähten angestellten Messungen ergaben folgende Werthe, wobei L die Länge des Stabes, d seine Dicke, beide in Millimetern, Δ seine Ausdehnung beim Maximum der Magnetisirung bezeichnet:

No.	L	d	Verschiebung	$\frac{L}{\Delta}$
1	966	1,3	0,8	13880000
2	922	4	0,5	21200000
3	1250	6	6,5	2210000
4	1242	12	11,0	1230000
5	1175	28	6,4	2110000
6	1010	12	0,0	42440000
nach Joule				720000
nach Buff				420000
nach Wertheim				500000

Bei allen diesen Messungen war die Spannung durch 1 Kilogrm. bewirkt, No. 6 war ein vierkantiger Stahlstab; er zeigt beträchtlich kleinere Dehnungen, als die Eisenstäbe. Der Grund, weshalb auch für diese die Werthe $\frac{L}{\Delta}$ gröfser waren als die von Joule, Wertheim und Buff

Digitized by Google

gefundenen, liegt wohl darin, dafs meine Eisenstäbe nicht besonders ausgeglüht und langsam gekühlt waren. Da der Zweck der bisher beschriebenen Versuche nur der war, die Brauchbarkeit meiner Methode zu prüfen, und nicht der, die absolute Gröfse der Drehungswerthe genauer zu bestimmen, als es früher geschehen ist, so habe ich mit dicken Stäben in dieser Richtung keine weiteren Messungen angestellt. Dagegen suchte ich durch verschiedene Lagen der Magnetisirungspiralen zu entscheiden, welche der oben genannten Vorgänge bei der Dehnung besonders wirksam sind. Zu dem Ende wurden die Dehnungen beobachtet, wenn die vier Spiralen, wie oben über den ganzen Stab vertheilt waren, wenn sie, je zwei in einander gesteckt, alle vier auf die Mitte, alle vier auf das freie Ende, alle vier auf das feste Ende, je zwei auf jedes Ende des Stabes je zwei auf die Mitte und je zwei auf ein Ende geschoben wurden. Aufserdem wurde der temporäre Magnetismus des Stabes bestimmt, während die Spiralen die genannten Lagen einnahmen. Der Stab lag dabei in der Ostwestrichtung 4 Meter von einem Magnetometer entfernt. Bei den für die temporären Magnetismen angegebenen Zahlen sind die von den Spiralen allein und die durch den remanenten Magnetismus hervorgebrachten Scalenverschiebungen bereits in Abzug gebracht. Während der ganzen Versuchsreihe wurde der Strom auf constanter Stärke gehalten.

Lage der Spiralen	Magnetismus	Dehnung
a, 4 auf die Mitte	46,62	3,7
b, 2 auf d. Mitte, 2 auf d. freien Ende	44,09	5,8
c, 4 auf d. freien Ende	43,91	5,8
d, vertheilt	42,30	4,6
e, 2 auf d. Mitte, 2 auf d. festen Ende	40,63	3,5
f, 4 auf d. festen Ende	36,81	0,9
g, je 2 auf beiden Enden	30,81	3,3

Diese Zahlen zeigen deutlich, eine wie bedeutende Rolle der mechanische Zug bei der Dehnung der Stäbe spielt. In der Lage *c* z. B. ist die Dehnung weit gröfser, als in *a*, wiewohl das Moment des Stabes kleiner ist. In *g* ist die

Digitized by Google

Dehnung fast ebenso groſs, wie in *a*, obgleich das Moment um ein Drittel kleiner ist. In *f* ist die Dehnung nur ganz unbedeutend, obgleich das Moment des Stabes gröſser ist, als in *g*. Auch Buff hat schon auf diese Mitwirkung des mechanischen Zuges aufmerksam gemacht.

Wenn demnach nicht nur nachgewiesen ist, daſs die Magnetisirung die Stäbe verlängert, sondern auch, daſs diejenige verlängernde Wirkung besonders ins Spiel kommt, welche die Molecüle von einander zu entfernen strebt, so scheint es, als könne man dadurch die von Thomson beobachtete Widerstandsvergröſserung ganz einfach erklären. Dem widersprechen aber die Versuche mit gespannten Drähten. Zu diesen wurde zuerst die früher gebrauchte Vorrichtung unverändert angewandt. Die Drähte waren dabei von einem Kühlrohr umgeben, durch welches ein Wasserstrom geleitet wurde. Mit drei verschiedenen Drähten erhielt ich folgende Längenveränderungen, wobei das Pluszeichen eine Verlängerung, das Minuszeichen eine Verkürzung andeutet.

No.	Draht	*L* mm	*d* mm	Spannung Gramm	Längenveränderung Theilstriche
7	hart	1250	1,3	1000	— ?
	ausgeglüht	—	—	1000	— 4,7
		—	—	20000	— 0,3
8	hart	1250	0,28	1000	— 0,2
	ausgeglüht	—	—	1000	— 0,9
9	besponnen	1250	0,24	300	+ 1,0
				500	0
				1000	— 0,2
	ausgeglüht	—	—	100	— 1,0
				300	— 0,9
				1000	— 0,8
Bespinnung in Schwefelsäure abgelöst				100	— 0,1
				300	0
				500	— 0,1
				1000	— 0,4

Digitized by

Draht 7 gerieth bei der Magnetisirung in so starkes Zittern, dafs eine qualitative Bestimmung der Verkürzung unmöglich war. Auch der ausgeglühte Draht zitterte noch stark. Die Spannung 20000 Grm. wurde durch einen Winkelhebel, der neben dem Faden am Drahtende befestigt war, hervorgebracht. Man giebt sich von den erhaltenen Resultaten leicht Rechenschaft, wenn man annimmt, dafs die Spannung die Molecüle des Eisens von einander entfernt hat, die Magnetisirung aber dieselben wieder zu nähern sucht. Wird die Spannung zu grofs, so kommt die Verkürzung nur noch schwer zu Stande, und kann zuletzt wohl ganz wieder unterbleiben. Die verschiedenen Verkürzungen, welche Draht 8 im harten und weichen Zustande erleidet, lassen sich unmöglich aus der verschiedenen Dehnbarkeit des Drahtes erklären, eher ist zu denken, dafs der Draht gedrillt war, und dafs das Spanngewicht von 1000 Grm. zwar den weichen, aber nicht den harten Draht auszudrillen vermochte, dafs sich also bei diesem eine Verlängerung der Verkürzung entgegensetzte. Dasselbe kann man sich beim Draht 9 denken, wo im letzten Falle die Bespinnung nicht durch Glühen, sondern durch Eintauchen in concentrirte Schwefelsäure entfernt war. Bei 300 Grm. Spannung dehnt sich der besponnene Draht noch (zum Theil wohl, weil die Bepinnung viel vom spannenden Gewichte trägt); der unbesponnene, aber harte Draht bleibt unverändert, der weiche ist schon stärker gespannt, als zum Maximum seiner Verkürzung nöthig ist.

Ganz ähnliche Ergebnisse erhielt ich als der Beobachtungsapparat in eine lothrechte Stellung gebracht wurde. Die Eisendrähte wurden in ein vierkantiges Messingstück eingelöthet, welches durch eine Schraube in einer vierkantigen Hülse auf und ab bewegt werden konnte. Die Magnetisirungsspiralen waren auf Consols an der Wand befestigt. Unten trug der Draht wiederum ein vierkantiges Messingstück, welches durch eine Führung ging. An diesem Messingstück war der Faden befestigt, welcher um die Spiegelaxe geschlungen war, und das Spanngewicht trug.

Digitized by Google

Die Entfernung der Scale vom Spiegel betrug 4207^{mm}, so dafs eine Verschiebung der Scale um einen Theilstrich einer Längenveränderung des Drahtes um 0^{mm},00006658 entsprach. Diese verticale Aufstellung des Apparates erlaubt eine sehr genaue Einstellung des Drahtes auf die Spiralaxe und aufserdem sichert die Führung am unteren Ende gegen die Einwirkung der Drehung der Dräthe. Die oben angebrachte Schraube endlich macht es leichter, das Bild der Scale im Spiegel aufzufinden, und deren Nullpunkt auf den Kreuzfaden einzustellen. Die gefundenen Scalenverschiebungen waren folgende:

No.	Draht	*L* mm	*d* mm	Spannung. Gramm	Längenveränderung. Theilstriche
10	ausgeglüht	2035	0,24	200	— 0,2
				300	— 0,4
				400	— 1,8
				600	— 2,8
				800	— 3,3
				1000	— 3,4
11	besponnen	2035	0,36	100	— 0,1
				200	— 0,1
				400	— 0,2
				600	— 0,3
				1000	— 1,0
	ausgeglüht	—	—	100	— 2,0
				200	— 1,8
				800	— 1,5
				1000	— 1,4

Der ausgeglühte Draht 11 hatte das Maximum der Concentration bei 100 Grm. Spannung schon überschritten. Es ist möglich, dafs in ihm immer noch kleine Krümmungen vorhanden waren, welche nur durch gröfsere Spannungen entfernt werden konnten; doch müfsten diese Krümmungen bei geringeren Spannungen immer wieder hervorgetreten seyn, da die Reihenfolge der Versuche ohne allen Einfluſs auf deren Ergebnisse war. Beim Drahte 10 sieht man da-

Digitized by Go

gegen deutlich, wie die Magnetisirung bei gröfser werdender Spannung immer stärkere Verkürzungen bewirkt, so wie es Joule gefunden hatte.

Die Versuche an gespannten Drähten lassen bestimmt auf eine Annäherung der Molecüle durch Magnetisirung schliefsen, und deshalb liegt der Gedanke nahe, dafs bei ihnen eine Widerstands*abnahme* während dieses Vorganges eintreten müsse. Um diefs zu untersuchen, waren die beiden vierkantigen Messingstücke, zwischen denen die Drähte ausgespannt waren, mit Klemmschrauben versehen, von denen Leitungsdrähte zu einer Siemens'schen Widerstandsbrücke führten. Die Brücke war wieder, wie bei früheren Versuchen [1]), mit einem kleinen Rheochord verbunden, welcher bei der Stellung der Maafsdrähte 10 : 1 einen Widerstand 0,0005 noch zu schätzen erlaubt. Unmittelbar nachdem die Längenveränderung des Drahtes gemessen war, wurde sein Widerstand bestimmt, dann wurde der magnetisirende Strom geschlossen und die Veränderung des Widerstandes beobachtet. Unter allen Umständen fand eine solche statt, und zwar nahm der Widerstand des Eisens durch Magnetisiren immer zu. Bei einem jeden Drahte blieb die Widerstandszunahme innerhalb der Beobachtungsgränzen dieselbe, die Spannung derselben mochte grofs oder klein seyn, was sich sofort daraus erkennen liefs, dafs die Scala immer um die gleiche Zahl von Theilstrichen verschoben wurde. Irgend welche Einflüsse, die einen Irrthum über die Ursache dieser Ausschläge hätten veranlassen können, waren nicht vorhanden: die Magnetisirungsspiralen standen in einer Entfernung von 12 Metern vom Galvanometer und zu noch gröfserer Sicherheit wurde bei jeder Beobachtung der Maafsstrom an der Brückencombination erst in der einen, dann in der entgegengesetzten Richtung angewandt, wodurch die Ausschläge auch entgegengesetzte Richtung annahmen, aber unveränderte Gröfse behielten. Eine Umkehrung des magnetisirenden Stromes

1) Diese Ann. Bd. CXVII, S. 5.

veränderte dagegen Nichts, Die gemessenen Widerstände waren:

No.	Draht	Spannung	Widerstand unmagnetisch	magnetisch
10	ausgeglüht	400	7,2960	7,2985
		600	2970	2995
		1000	2990 [1])	3015
11	besponnen	100	4,2795	4,2820
		200	2800	2825
		400	2820	2845
		600	2828	2855
		1000	2805	2830
	ausgeglüht	0	4,4025	4,4050
		100	3830	3855
		600	3840	3865
		1000	4870	4895
		2000	4105	4130.

Mit gröfseren Drahtlängen, als der bisher gebrauchte Apparat anzuwenden gestattete, wurden noch folgende Versuche ausgeführt:

No. 12. Ein Eisendraht von $1^{mm},3$ Durchmesser wurde zu einem Bündel von 270^{mm} Länge zehnmal (hin und her) zusammengelegt, die einzelnen Lagen wurden durch Guttaperchapapier gegeneinander isolirt, und das Bündel vom Kühlrohr umgeben in eine 230^{mm} lange Magnetisirungsspirale umgeben.

No. 13. Von $0^{mm},36$ dicken besponnenen Draht wurde ein Bündel von 270^{mm} Länge und 100 Lagen und

No 14. von dem gleichen Drahte ein Bündel von 190^{mm} Länge und 142 Lagen gemacht.

15. Ein $0^{mm},24$ dicker Draht wurde zwischen zwei pa-

1) Diese drei Versuche wurden schnell hinter einander angestellt. Die Zunahme des Widerstands mit der Spannung entspricht ganz der Angabe, welche Mousson darüber gemacht hat. Die folgende Reihe wurde an verschiedenen Tagen ausgeführt, so dafs die einzelnen Versuche wegen kleiner Temperaturverschiedenheiten nicht immer unter einander vergleichbar sind.

Digitized by

rallelen Holzscheiben hin und her gespannt, so dafs er 32 Lagen von je 1390^{mm} Länge bildete. Die eine Scheibe wurde in ihrem Mittelpunkte aufgehängt, an die andere ein Gewicht von 10 Kilogrammen gehängt, so dafs jeder einzelne Draht durchschnittlich durch 312 Gramm gespannt war. Diese Drähte waren von allen vier Spiralen umgeben. In diesen vier Versuchsreihen wurden folgende Resultate erhalten:

				Widerstand	
No.	L	d	Spannung	unmagnetisch	magnetisch
12	2700	1,3	0	0,3417	gröfser
13	27000	0,36	0	59,527	59,563
14	26980	0,36	0	58,500	58,534
15	44480	0,24	312	160,870	160,920.

In diesen und den vorhergehenden Reihen wurde mit Drähten experimentirt, welche sich den früheren Versuchen noch beim Magnetisiren verkürzten (10, 11, 15); mit solchen, welche sich verlängern (12, 13, 14) mit Bündeln, deren Enden sich innerhalb (14), mit solchen, deren Enden sich aufserhalb der Spiralenden befanden (12, 13): unter *allen* Umständen wurde eine Zunahme des Widerstandes beobachtet. Die Gröfse derselben, z, erhellt aus folgender Tafel.

No.	Widerstand $= w$	z	$z : w$
10	7,2990	0,0025	1 : 2920
11	4,2805	0,0025	1 : 1710
12	0,3417	nicht mefsbar	
13	59,527	0,036	1 : 1650
14	58,500	0,034	1 : 1670
15	160,870	0,050	1 : 3220

Die Drähte 10 und 15 waren von derselben Drahtrolle entnommen; ebenso die Drähte 11, 13 und 14. Für den ersten Draht beträgt die Widerstandszunahme durchschnittlich 1 : 3070 (Thomson fand 1 : 3000), für den zweiten 1 : 1680.

Ich glaube nach diesen Versuchen zu dem Schlufs berechtigt zu seyn, dafs *die Magnetisirung den Widerstand*

Digitized by Google

des Eisens in der Richtung der magnetischen Axe unter allen Umständen vergröfsert. Ich glaube ferner, mir von dem Vorgange, welcher diese Vergröfserung bedingt, Rechenschaft geben zu können. Eine Folge der Magnetisirung mufs jedenfalls eine Annäherung der Molecüle seyn. Wären die Molecularbestände an allen Stellen eines Eisenstabs dieselben, so würde eine nothwendige Folge dieser Annäherung eine Widerstandsabnahme seyn. Die Molecularabstände sind aber keinesfalls überall dieselben, vielmehr sind die Molecüle gruppenweis gelagert, in einer Linie etwa so:

. . . .

Bei der Magnetisirung werden sich die einander am nächsten liegenden Molecüle noch mehr nähern, und da die ganzen Molecülgruppen nicht beliebig freie Bewegung haben, so werden an einigen Stellen gröfsere Unterbrechungen der Continuität entstehen, auch wenn der ganze Draht sich verkürzt, wie in folgendem Schema.

. . . .

Hierdurch mufs der Widerstand wachsen, um wie viel: das hängt von der Natur des Eisens ab. Hätten die Moleculargruppen freie Bewegung, so würde die Magnetisirung eine Widerstandsabnahme zur Folge haben. Und in der That, füllt man eine Glasröhre mit frischer Eisenfeile, und führt in diese von beiden Enden her die Leitungsdrähte einer Batterie ein, so wird fast kein Strom durch die Eisenfeile hindurchgehen, wie ich früher gezeigt habe[1]). Der Strom einer zweipaarigen Daniell'schen Säule lenkte bei einem solchen Versuche meinen Galvanometerspiegel nur um 45 Scalentheile ab; als das Rohr in einer Spirale magnetisirt wurde, stieg die Ablenkung auf 120, beim Erschüttern des Rohres auf 450, beim Unterbrechen des magnetisirenden Stromes sank sie auf 170, und bei abermaligem Erschüttern auf 44.

Es bleibt noch zu ermitteln, wie es sich mit der Wi-

1) Diese Ann. Bd. CXI, S. 619.*

Digitized by Google

derstandsabnahme in der auf die magnetische Axe senkrechten Richtung verhält. Die von Thomson hierfür beigebrachten Versuche sind allerdings alle der Art, dafs der blofse mechanische Zug eine solche Abnahme nothwendig zur Folge haben mufs; sie beweisen deshalb Nichts für die specifische Wirkung der Magnetisirung. Ich wickelte einen besponnenen Draht von 47500^{mm} Länge und 0^{mm},36 Dicke in 332 Windungen um eine rechteckige Glasplatte, und stellte diese in eine Magnetisirungsspirale. Um die Erregung eines Inductionsstromes in dem Eisendrahte zu verhüten, waren 166 Windungen nach der einen, 166 nach der anderen Richtung um die Glasplatte geführt. Der Draht, in die Brückencombination eingeschaltet, bot den Widerstand 99,195; als der magnetisirende Strom geschlossen wurde, war nicht die geringste Bewegung des Galvanometerspiegels bemerkbar, wiewohl der Draht jetzt senkrecht gegen seine Längsausdehnung magnetisirt wurde. Eine Widerstandsveränderung um 0,0055 würde die Scala um einen ganzen Theilstrich verschoben haben, also würde, wenn man für diese kleinen Werthe die Verschiebungen den Widerstandsveränderungen proportional nimmt, eine Widerstandsabnahme im Verhältnifs 1 : 3000 eine Verschiebung um 6 Theilstriche bewirkt haben. Da eine Verschiebung um 0,1 Theilstrich schon sehr merkbar ist, so konnte eine Widerstandsabnahme im Verhältnifs 1 : 180000 nicht übersehen werden, so dafs ich mich zu dem zweiten Schlusse berechtigt halte: dafs *eine Widerstandsabnahme in der auf die magnetische Axe senkrechten Richtung nicht nachgewiesen ist.*

Erlangen im März 1866.

Digitized by Go

III. *Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung;* von F. Kohlrausch.

(Fortsetzung von S. 20.)

III. Allgemeines über den untersuchten Silberdraht.

Für die Reinheit der Erscheinungen würde das vortheilhafteste Material wiederum das *Glas* als das am meisten elastische gewesen seyn. Indessen ist die Erlangung eines cylindrischen feinen Glasfadens mit kreisförmigem Querschnitte nicht ganz leicht, und ferner war vorauszusehen, dafs eine grofse Zahl von Beobachtungen in einem längeren Zeitraum nothwendig seyn würde. Das Zerbrechen des Fadens würde die Vergleichbarkeit der Resultate vernichtet haben, indem die Nachwirkung an verschiedenen Glasfäden verschieden ausfällt. Als daher der zuerst nur provisorisch, zur Probe des Apparates, benutzte *Silberdraht* sich in Bezug auf Elasticität sehr brauchbar erwies, wurde er beibehalten. Sämmtlich nachfolgende Versuche sind mit demselben angestellt, und in der Regel so, dafs die Unveränderlichkeit, bis zu einem gewissen Grade wenigstens durch spätere Versuche controlirt wurde.

Die *Länge* des Drahtes beträgt 125^{mm}, die *Dicke* $0^{mm},046$.

Das Silber scheint, wie schon Coulomb hervorgehoben hat, trotz seiner nicht bedeutenden Härte für Elasticitätsversuche sehr empfehlenswerth zu seyn. Es ist bereits erwähnt, dafs der Spiegel eine sehr *constante Stellung* zeigte. Einige Zahlenangaben aus solchen Zeiten, wo der Draht unbenutzt war, mögen diefs bestätigen und den Beweis liefern, dafs die Wandelbarkeit der Ruhelage eines Metalldrahtes, welche an der Torsionswaage vielfach bemerkt und beklagt worden ist [1]), lediglich in der elastischen Nachwir-

1) Coulomb, *Mém. de l'acad.* 1785, *p.* 574. — Reich, Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 1852, S. 395 und 406. — Riefs, Reibungselektr. Bd. I, S. 84.

kung ihren Grund hat. Es müfste denn zufällig der von mir benutzte Draht ein ausnehmend brauchbarer gewesen seyn.

Innerhalb 25 Tage (vom 6. April bis 1. Mai) lassen sich alle scheinbaren Bewegungen, zusammen von ein Paar Scalentheilen, auf Unregelmäfsigkeiten des Fernrohrs reduciren. Es war damals noch kein fester Spiegel zur Controle angewandt. Mit dem letzteren aber war während anderer vier Tage der tiefste beobachtete Stand 467,9, der höchste 468,4, so dafs 0,5 Scalentheile = 20 Bogensecunden die gröfste Schwankung darstellt. Bei einer Beobachtungsreihe endlich, welche mehrere Monate umfafste, indem schliefslich eine sehr langsame und lange dauernde Bewegung eintrat, wurde nur ein einziges Mal bemerkt, dafs eine Drehung in dem falschen Sinne erfolgt war, trotzdem dafs die regelmäfsige schliefslich weniger als $\frac{1}{4}$ Scalentheil täglich betrug. Diese einzige Abweichung aber erklärt sich daraus, dafs in der Zwischenzeit die Thür des Zimmers mehrere Stunden lang geöffnet war. Denn allerdings mufs hervorgehoben werden, dafs das Beobachtungslocal während der ganzen Zeit nur zu diesem Versuche benutzt, und dafs, um etwaige hygroskopische oder ähnliche Einwirkungen auf den aus Holz construirten Apparat und sein Stativ zu vermeiden, plötzlicher Luftwechsel und Temperaturänderung möglichst ausgeschlossen wurde.

Die früher erwähnten kleinen Verschiebungen mit der Temperatur war ich eine Zeit lang geneigt, wegen ihrer Regelmäfsigkeit, dem Drahte selbst zuzuschreiben und wandte die Aufmerksamkeit später mit Hülfe des Controlspiegels auch auf diesen Punkt, auf die *Abhängigkeit der Torsionsruhelage von der Temperatur*. Ich bemerke aber ausdrücklich, dafs das angewandte Individuum wenigstens eine solche *in keiner Weise* erkennen liefs. Anstatt vieler Beispiele mögen zwei Tage dienen, an welchen die Temperatur durch Einheizen rasch erhöht wurde. Es stellte sich nämlich heraus:

Digitized by Google

XI. *Ueber den Durchgang der Wärme- und Lichtstrahlen durch geneigte diathermane und durchsichtige Platten;* von H. Knoblauch.

(Mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der naturforschenden Gesellschaft zu Halle, vom 21. April 1866.)

Bei Gelegenheit einer, im Jahre 1847 angestellten, Untersuchung der Polarisation der strahlenden Wärme durch einfache Brechung [1]) hatte der Verfasser wahrgenommen, dafs *Sonnenstrahlen eine Anzahl paralleler Glasplatten*, welche ihnen anfangs unter rechtem Winkel entgegengestellt waren, *desto reichlicher durchdrangen, je mehr dieselben geneigt wurden*; ein Ergebnifs, welches um so überraschender war, als bei zunehmender Dicke der dargebotenen Schicht eher eine Verminderung der Intensität sich hätte erwarten lassen.

Diese Steigerung wurde noch vermehrt, wenn die zum Glassatz gelangenden Wärmestrahlen durch ein Nicol'sches Prisma derart polarisirt waren, dafs *ihre Polarisationsebene auf der Brechungsebene der Glasplatten senkrecht* stand. War z. B. der Hauptschnitt des in eine Fensterlade eingesetzten Nicols horizontal und demgemäfs die Polarisationsebene der hindurchgehenden Strahlen vertical gerichtet, ferner die aufrecht stehenden Glasplatten um eine verticale Axe drehbar, so brachten die horizontal gebrochenen, bei jeder Neigung der Gläser vollständig von einer Thermosäule aufgefangenen, Wärmestrahlen folgende Ablenkungen an dem, mit der Säule verbundenen Multiplicator hervor:

Winkel, den die Wärmestrahlen mit der Normale auf die Glasplatten bildeten.	Ablenkung am Thermomultiplicator beim Durchgange der Wärmestrahlen durch			
	3 Platten.	6 Platten.	9 Platten.	12 Platten.
0°	16,00	10,50	7,00	4,50
20	17,25	11,50	8,00	4,50
40	17,25	13,00	10,25	8,75
60	19,50	13,75	12,00	10,50

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 170 ff.

Wenn zwar diese damaligen Beobachtungen nicht den Zweck hatten, jene Durchstrahlungen an sich zu ermitteln, auch nicht in einer Reihenfolge angestellt waren, um für den vorliegenden Fall möglichst vergleichbar zu seyn, so stellen sie doch aufser Zweifel, dafs wenigstens *innerhalb weiter Gränzen* 1) *die Fähigkeit der Wärmestrahlen, parallele Glasplatten zu durchdringen, mit dem Winkel wächst, welchen sie mit der Normale auf dieselben einschliefsen,* 2) *diese Fähigkeit mit der Anzahl der Platten zunimmt.*

Fiel, in Folge einer Drehung des Nicol'schen Prismas um 90°, *die Polarisationsebene der eintretenden Strahlen mit der Brechungsebene des Glassatzes zusammen,* so brachte die hindurchgehende Wärme nachstehende Wirkungen am Thermoskop hervor:

Winkel, den die Wärmestrahlen mit der Normale auf die Glasplatten bildeten.	Ablenkung am Thermomultiplicator beim Durchgange der Wärmestrahlen durch			
	3 Platten.	6 Platten.	9 Platten.	12 Platten.
0°	16,00	10,50	7,00	4,50
20	16,00	10,50	6,37	2,37
40	12,75	8,00	5,00	2,37
60	10,25	4,00	1,00	0,00

Diese, einer specielleren Revision zwar ebenfalls noch bedürfenden Werthe stellen gleichwohl fest, dafs *der Durchgang der strahlenden Wärme unter den vorliegenden Bedingungen,* dem Vorigen gerade entgegengesetzt, 1) *in erhöhtem Maafse abnimmt, je mehr der bezeichnete Neigungswinkel sich vergröfsert,* 2) *dafs diese Abnahme desto mehr beträgt, je gröfser die Anzahl der Platten.*

Im Jahre 1854 machte Prof. Schweigger [1]) bekannt, dafs ein durch mehrere Spiegelscheiben gesehener Gegenstand heller erscheine, wenn den Scheiben eine schiefe Lage gegeben, als wenn jener durch den kleinsten Durch-

1) Ueber die optische Bedeutsamkeit des am elektromagnetischen Multiplicator sich darstellenden Princips zur Verstärkung des magnetischen Umschwungs. Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle Bd. II, S. 201.

Digitized by Google

messer derselben betrachtet wird. Es wurde solchergestalt die Eingangs für die Wärme aufgefundene Thatsache auch für das *Licht* nachgewiesen.

Bei der Anlage seines Experiments war Schweigger von der Absicht geleitet worden, eine von Schülen[1]) erwähnte Beobachtung, wonach das Bild eines Fernrohrs durch Schiefstellen des Objectivs deutlicher werden solle, durch mehrere Gläser »nach dem Princip des elektromagnetischen Multiplicators« zu verstärken, »um daraus einen Collegienversuch zu machen«. Irgend welche weitere Erklärung oder Nachweis eines Zusammenhanges mit anderen optischen Vorgängen findet sich nicht[2]).

Um einen solchen wo möglich zu ermitteln, auch die Gränzen der Erscheinung, so weit sie die ihr entgegenwirkende Absorption der durchstrahlten Substanz überwindet, festzustellen, hatte der Verfasser seine Untersuchung seitdem wieder aufgenommen.

Es hat sich dabei unzweifelhaft ergeben, dafs *das Maximum der Intensität der durch farblose Glassätze hindurchgehenden Wärme- wie Lichtstrahlen bei dem Polarisationswinkel, d. h. bei einer Neigung derselben von etwa* 55° *gegen die Normale, erreicht wird und von da ab eine schnelle, sich steigernde Verminderung eintritt.*

So zeigte sich z. B. an 12 Gläsern bei dem Uebergange von 50° auf 55° eine Zunahme der Wärmewirkung (welche für messende Versuche einen viel sichreren Anhalt darbietet als die optische Beurtheilung) von 10,32 auf 10,60 d. h. um 3 Proc.; von 55° auf 60° aber eine Abnahme von 10,60 auf 9,25, also in dem Verhältnifs 13 von 100.

Bei den Strahlen, deren *Polarisationsebene gegen die*

1) Beiträge zur Dioptrik und Geschichte des Glases von Maxim. Ludw. Christoff Schülen, Diener des göttl. VVorts bei der evang. Gemeine zu Eßlingen in Schwaben. Nördlingen bei Becken 1782.

2) Eine neuerdings von Geh. Rath Magnus dem Druck übergebene, mündlicher gefälliger Mittheilung nach, denselben Gegenstand berührende, Abhandlung ist dem Verfasser noch nicht bekannt geworden. (Ist seitdem in den Monatsberichten der Akademie und in diesen Ann. Bd. 127, S. 600 erschienen.)

Brechungsebene des Glassatzes gekreuzt war, steigerte sich unter dem nämlichen Neigungswechsel, die Ablenkung der Galvanometernadel von 9 auf 9,5 Grad, d. h. um 6 Proc.; sie verminderte sich, bei fortgesetzter Neigung, von 9,5 auf 8,75, d. h. um 8 von 100. Die Zunahme ist demnach in diesem Falle gröfser, die Abnahme aber kleiner als in dem vorigen.

Bei *Uebereinstimmung der ursprünglichen Polarisationsebene und der Brechungsebene der durchstrahlten Platten* dauerte die Intensitätsabnahme während des weiteren Neigens, wenn zwar in sich verminderndem Maafse, fort. Sie betrug bei den nämlichen 12 Gläsern, für die Winkeländerung von 50° auf 55°, 2,19 : 1,19 also 46 Proc.; für den Uebergang von 55° auf 60°, 1,19 : 0,76 die Verminderung also 34 von 100.

An *farbigen* Gläsern oder andern Substanzen, wie Glimmer, Hausenblase von verschiedener Farbe, blaugrün durchsichtigen Goldblättchen machte sich neben der gedachten Erscheinung die *Absorption* in entschiedener Weise geltend.

Bei gelben Glas- oder Glimmerplatten war augenfällig, wie die mit der Neigung zunehmende Steigerung der Intensität und die gleichzeitig wegen der gröfseren Dicke begünstigte Absorption derart sich das Gleichgewicht hielten, dafs die Wirkung der Strahlen nicht erheblich geändert wurde, bis der Winkel von 55° erreicht war, worauf plötzlich eine auffallende Verminderung des Durchgangs eintrat. Bei gleichartiger dunklerer Färbung der Platten konnte die Intensitätsabnahme schon vor jenem Winkel erfolgen, doch war der Abfall alsdann nie ein so plötzlicher und beträchtlicher.

Entsprechendes zeigte sich bei den übrigen Körpern. Charakteristisch war unter diesen das Gold wegen seines ansehnlich gröfseren Polarisationswinkels von etwa 70°.

Während ohne Absorption die Dicke und Anzahl der Platten von keinem Einfluſs auf den Neigungswinkel ist, bei dem die Durchstrahlung in ihr Maximum tritt, dieſs vielmehr immer bei dem betreffenden Polarisationswinkel der Substanz erreicht wird, hängt es bei absorbirenden Schich-

Digitized by Google

ten von ihrer *Dicke* und dem *Grade ihrer Absorption* ab, ob und bei welcher Plattenzahl eine Steigerung der Durchstrahlung überhaupt stattfindet und die Verminderung erst von dem Polarisationswinkel an oder, bei überwiegender Absorption, unter welchem Winkel vorher sie auftritt.

Erwägt man, dafs, nach den mitgetheilten Beobachtungen, die Strahlen desto fähiger sind, ganz oder theilweis durchsichtige oder diathermane Platten zu durchdringen, je vollständiger sie in einer Ebene polarisirt sind, welche auf der Brechungsebene derselben senkrecht steht, je gröfser die Anzahl dieser Platten ist und je mehr ihre Neigung gegen die Strahlen dem Polarisationswinkel sich nähert, und nimmt hinzu, dafs, nach früheren Ermittelungen, brechende Platten selbst wie das Licht so auch die Wärme desto vollständiger senkrecht zur Brechungsebene polarisiren [1]), je gröfser ihre Zahl und je mehr ihre Neigung dem bezeichneten Winkel genähert ist [2]), so übersieht man, wie die an einander gereihten Platten selbst die in sie eintretenden Strahlen mehr und mehr in den Zustand versetzen, die auf einander folgenden reichlicher zu durchdringen, und wie die Bedingungen, um die Strahlen in dem gegebenen Falle durchgangsfähiger zu machen, mit denen zusammenfallen, unter welchen die Schichten selbst, diesen gegenüber, durchstrahlbarer werden.

Da nun die Polarisation durch einfache Brechung im günstigsten Falle nur der vollständigen durch ein Nicol'sches Prisma [3]) nahe kommt, so ist jetzt auch erklärlich, weshalb die Polarisation durch ein solches, wenn seine Polarisationsebene mit der des brechenden Satzes zusammenfällt, eine gröfsere Intensitäts-Steigerung der hindurchgehenden Strahlen bewirkt, als der Glassatz allein.

Dagegen mufs der Unterschied zwischen der Steigerung beim Erreichen und der Verminderung beim Ueberschreiten des Polarisationswinkels dort geringer als hier seyn. Denn

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 175.
2) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 176.
3) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 178.

Digitized by Google

in jenem Falle bleibt die Polarisation der Strahlen durchweg ungeändert und die Durchstrahlung wird nur durch die Plattenstellung z. B. beim Glase zwischen 50° und 55° begünstigt, von 55° auf 60° beeinträchtigt; bei dem einfachen Glassatze aber werden gleichzeitig die Polarisation der Strahlen und der Einfluſs der Platten auf den Durchgang geändert: anfangs beide vervollkommnet, nachher beide geschwächt; der Uebergang durch den Polarisationswinkel ist daher ein um so schrofferer.

Unter diesen Erläuterungen aber, welche den vorliegenden Fall auf allgemeinere Gesichtspunkte zurückführen, verliert derselbe sein Ueberraschendes: Der reichlichere Durchgang der in natürlichem Zustande einfallenden Wärme- oder Lichtstrahlen durch geneigte diathermane oder durchsichtige Platten ist eine unmittelbare Folgerung daraus.

XII. *Ueber die Zusammensetzung des Wiserins; von Dr. V. Wartha,*

Assistent am analytischen Laboratorium des eidg. Polytechnicums in Zürich.

Von Hrn. Dr. v. Fritsch erhielt ich einen kleinen Krystall jenes seltenen von Prof. Dr. A. Kenngott, zu Ehren des schweizerischen Mineralogen D. F. Wiser, benannten Minerals, welches sich am Berge Fibia, südwestlich vom Hospiz des St. Gotthard, ferner im Binnenthale in Ober-Wallis findet. Näheres über jenes tetragonal krystallisirende mit Zirkon isomorphe Mineral findet sich, von Ch. Lardy in den Schweizerischen Denkschriften II, 254, von D. F. Wiser im Neuen Jahrb. für Min. 1842, 217 und 1844, 160, von Gerhard vom Rath, in der Zeitschrift der deutsch geol. Gesellschaft 1862, 379, und endlich in den kürzlich erschienenen Werken »Die Minerale der Schweiz« von Dr. A. Kenngott 196. Jenen Krystall nun verwendete ich zur qualitativen Untersuchung, und will noch hin-

Digitized by Google

zufügen, dafs Wiser in Folge seiner Löthrohr-Versuche Kieselerde und Titansäure angab; ebenso fand er das Mineral unlöslich in Säuren und bestimmte sein spec. Gew. zu 4,643, die Härte zu 5,0 bis 5,5. Ich fand nun das Mineral vor dem Löthrohre unschmelzbar, schwerlöslich in Phosphorsalz, bei Anwendung einer gröfseren Menge des Minerals trübte sich die Perle; aber aufser einer schwachen Eisenreaction konnte ich keine Spur einer blauen oder violeten Färbung erhalten, welche das Vorhandenseyn der Titansäure angezeigt hätte. Ferner ist das Mineral vollkommen klar auflöslich in Salz- oder Schwefelsäure, welches Verhalten die Gegenwart von Kieselsäure ausschliefst.

Eigenthümlich ist der Umstand, dafs das feingepulverte Mineral, selbst mit überschüssiger concentrirter Salzsäure gekocht, sich gar nicht oder höchst schwierig löst; erhitzt man aber das Pulver nur kurze Zeit mit concentrirter Säure, verdünnt dann mit Wasser und kocht, so löst es sich vollkommen klar auf. Titansäure konnte ich ebenfalls nicht nachweisen, selbst mittelst Gallusgerbsäure gelang es mir nicht auch nur die Spur davon zu finden.

Dagegen fand ich, dafs das Mineral bis zur Weifsglühhitze erhitzt keinen Gewichtsverlust erleidet, und dafs dadurch das früher sandgelbe bis fleischrothe Pulver einen Stich ins Rosenrothe bekommt. Die Reactionen nun, die ich mit jenem Körper erhielt, stimmen vollkommen mit denen der Yttererde überein; da aber nun phosphorsaure Yttererde sich gleich verhält wie die Yttererde selbst, so lag es nahe, dafs auch Phosphorsäure zugegen sey, deren Gegenwart ich auch mittelst Natrium entdeckte. Die rosenrothe Färbung, die auch die Schmelze mit zweifach schwefelsaurem Kali zeigt, erkläre ich mir durch die Gegenwart einer kleinen Menge von Erbinerde, die ich jedoch spectralanalytisch nicht nachweisen konnte, da mir zur Herstellung einer concentrirten Lösung das Material fehlte.

Zur quantitativen Untersuchung erhielt ich durch die Güte des Hrn. Prof. Dr. A. Kenngott einige Kryställchen,

Digitized by Google

welche ich jedoch von beigemengtem Eisenglanz nicht vollständig trennen konnte, und welchem Umstande ich auch das höhere specifische Gewicht zuschreibe, welches ich zu 4,857 fand.

Ich schlofs 0,144 Grm. des feingepulverten Minerals durch Schmelzen mittelst kohlensauren Natrons auf, löste die erhaltene Schmelze in Wasser, und setze dabei vorsichtig so viel Essigsäure hinzu, dafs die Lösung noch schwach alkalisch blieb. Den gebliebenen bräunlichgelben Rückstand löste ich in kochender verdünnter Salzsäure, filtrirte von noch unzersetztem Eisenglanz ab, neutralisirte im Filtrat den gröfsten Theil der Säure mit Ammoniak und fällte siedend mit concentrirter Oxalsäurelösung; der geglühte Rückstand wog 0,084 Grm., entsprechend 58,33 Proc. Yttererde und war von schwach gelblicher Farbe.

Die Phosphorsäure enthaltende Flüssigkeit übersättigte ich mit Essigsäure, setzte Ammoniak im Ueberschufs hinzu und fällte die Phosphorsäure auf übliche Weise als Magnesia-Doppelsalz. Ich erhielt 0,079 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, was einem Gehalt von 35,08 Proc. Phosphorsäure entspricht.

Die Krystalle enthielten demnach in 100 Th.

48,33 Yttererde
35,08 Phosphorsäure
6,59 beigemengten Eisenglanz mit Spuren von Titansäure.

100,00

Berechnen wir nun den Yttererde- und Phosphorsäuregehalt auf 100 und legen wir bei der Berechnung der Formel das von Bunsen und Bahr [1]) gefundene Aequivalent-Gewicht der Yttererde = 38,85 zu Grunde, so erhalten wir Zahlen, welche genau mit der Formel $3YO, PO_5$ übereinstimmen.

	gefunden	berechnet
Yttererde	62,49	62,14
Phosphorsäure	37,51	37,86
	100,00.	100,00.

1) Ann. d. Chem. und Pharm. Bd. CXXXVII, S. 1.

Digitized by Google

Zur letzten Feststellung der Identität, der von mir im Wiserin gefundenen Erde mit der Yttererde, stellte ich das von Bunsen und Bahr beschriebene salpetersaure Salz dar, und fand auch hier vollständige Uebereinstimmung.

Es wäre somit festgestellt, dafs der Wiserin keine selbstständige Mineralspecies ist, sondern identisch mit dem von Berzelius analysirten Xenotim oder Ytterspath ist. Interessant ist das Vorkommen der Yttererde in der Schweiz, was bis jetzt noch nicht beobachtet wurde.

XIII. *Ueber die isomorphen Mischungen aus überchlorsaurem und übermangansaurem Kali und die angebliche polymere Isomorphie;*
von C. Rammelsberg.

Abgesehen von einer Notiz Wöhler's [1]) ist die von Mitscherlich entdeckte Isomorphie des überchlorsauren und übermangansauren Salzes noch nicht zur Darstellung isomorpher Mischungen benutzt worden, weshalb es gestattet seyn mag, einige Versuche darüber hier mitzutheilen.

Aus der gemeinschaftlichen Auflösung von 1 Mol. überchlorsaurem Kali ($KClO^4$ (138,5) und von 2 Mol. übermangansaurem Kali $KMnO^4$ (158) wurden drei Krystallanschüsse erhalten. Das Ansehen der Krystalle war nicht wesentlich verschieden von dem des reinen Mangansalzes.

I. Anschufs. 3,534 = 2,039 K^2SO^4 = K 0,91404; 0,898 Mn^3O^4 = Mn 0,64703.

II. Anschufs. 4,008 = 2,275 K^2SO^4 = K 1,0236; 1,573 Mn^3O^4 = Mn 1,1334.

III. Anschufs. 2,84 = 1,291 Mn^3O^4 = Mn 0,9302.

Hiernach enthalten diese Mischungen:

1) Diese Ann. Bd. 27, S. 627.

	I.	At.	II.	At.	III.	At.
Mangan	18,31	1	28,28	5	32,75	12
Kalium	25,87	2	25,54	6	(24,88)	13
Chlor						
Sauerstoff						

Es ist also:

I. $\left\{\begin{matrix} K\,Cl\,O^4 \\ K\,Mn\,O^4 \end{matrix}\right\}$

Mn	55	=	18,55
2 K	78		26,31
Cl	35,5		11,97
8 O	128		43,17
	296,5		100

II. $\left\{\begin{matrix} K\,Cl\,O^4 \\ 5\,K\,Mn\,O^4 \end{matrix}\right\}$

5 Mn	275	=	29,62
6 K	234		25,20
Cl	35,5		3,82
24 O	384		41,36
	928,5		100

III. $\left\{\begin{matrix} K\,Cl\,O^4 \\ 12\,K\,Mn\,O^4 \end{matrix}\right\}$

12 Mn	660	= 32,44
13 K	507	= 24,92
Cl	35,5	1,74
52 O	832	40,90
	1718,5	100

Man pflegt häufig zu sagen, in isomorphen Mischungen finde eine *Vertretung* der entsprechenden heterogenen Bestandtheile statt. Dafs diefs nicht nothwendig der Fall sey, das beweist die Isomorphie dieser beiden Salze. Denn Chlor ist einwerthig, Mangan aber zweiwerthig, die Vertretung beider oder die Aequivalenz kann also nur in dem Verhältnifs von 2 At. Chlor gegen 1 At. Mangan (71 : 55) stattfinden. Dem $K\,Mn\,O^4$ würde $K\,Cl^2\,O^4$ entsprechen, und eine Mischung beider wäre

$$K^2 \left\{\begin{matrix} Mn \\ Cl^2 \end{matrix}\right\} O^8.$$

Die typischen Formeln $\left\{\begin{matrix} K \\ Cl\,O^3 \end{matrix}\right\} O$ und $\left\{\begin{matrix} K \\ Mn\,O^3 \end{matrix}\right\} O$ setzen einwerthige Säureradicale voraus, abstrahiren also von der Ungleichwerthigkeit des darin enthaltenen Chlors und Man-

gans, ein theoretisch jedenfalls schwer zu erklärender Punkt.

In jedem Fall sieht man, dafs die Isomorphie zweier Körper nichts mit der chemischen Aequivalenz der in ihnen enthaltenen Elementaratome zu schaffen hat [1]).

Noch neuerlich ist die Behauptung ausgesprochen worden, dafs sich die Bestandtheile isomorpher Körper in ungleichen Atommengen ersetzen können, welche dann aber chemisch gleichwerthig, d. h. aequivalent seyen, und man hat diefs polymere Isomorphie genannt.

So lange man die Isomorphie aus der Art und Zahl der Elementaratome der isomorphen Molecüle erklären will, wird man immer von Vertretung sprechen. Die geometrische Formengleichheit zweier Körper ist aber doch zunächst nur eine Folge der gleichen Lagerung ihrer physikalisch kleinsten Theilchen, d. h. ihrer Molecüle, welches auch deren chemische Natur seyn mag. Deshalb sind Elemente isomorph, und deshalb giebt es auch isomorphe Verbindungen, deren Mol. höchstens eine ähnliche, mitunter auch eine ganz verschiedene chemische Natur haben. Man mufs sich also überzeugen, dafs isomorphe Mol. auch chemisch analog seyn können, dafs aber diese Analogie nicht die *Ursache* der Isomorphie ist. Deshalb ist auch von einer Vertretung bei isomorphen Körpern keine Rede, und eine isomorphe Mischung ist eine moleculare Aneinanderlagerung nach dem Symmetriegesetz, welches die Molecüle der einzelnen sogenannten isomorphen Körper beherrscht.

1) Es ist an die Isomorphie von

$$\left.\begin{matrix}Cu\\Si\end{matrix}\right\}Fl^6 \text{ und } \left.\begin{matrix}Cu\\W\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}Fl^4\\O^2\end{matrix}\right.$$

zu erinnern.

XIV. *Ueber das krystallisirte Schwefelnatrium; von C. Rammelsberg.*

Grofse durchsichtige schwach röthlich gefärbte Krystalle dieser Verbindung erweisen sich als viergliedrige Combinationen eines Quadratoktaëders (*o*) mit einem quadratischen Prisma (*p*) gleicher Ordnung, welches vorherrscht, zu denen selten das zweite schärfere (d^2) als Abstumpfung der Ecken hinzutritt [1]).

$o = a : a : c$ $\quad$ $p = a : a : \infty c$

$d^2 = a : 2c : \infty a$

		Berechnet	Beobachtet
o	$2A$	$= 109^\circ\ 58'$	$110^\circ\ 0'$
	$2C$	$= 108\ 30$	$108\ 15$
	α	$= 45\ 31$	
d^2	$2A$	$= 101\ 52$	
	$2C$	$= 126\ 2$	
$o : p$		$=$	$*144\ 15$
$o : d^2$		$= 140\ 56$	$141 - 142^\circ$
$p : d^2$		$= 129\ 4$	$129\ 30'$.

Die Krystalle büfsen an der Luft den Glanz der Flächen ein, weshalb die Messungen nicht ganz genau sind, dennoch liefs sich ermitteln, dafs sie nicht zweigliedrig sind, wie man aus früheren Angaben entnehmen dürfte, oder gar zwei- und eingliedrig, wie eine Notiz von l'Hermina zu zeigen schien.

Hr. Dr. Lüthe erhielt aus 1,7 durch Zersetzung mittelst Chlorwasserstoffsäure 0,8116 NaCl = Na 0,31909, und aus 1,061 nach der Oxydation durch chlorsaures Kali und Chlorwasserstoffsäure 1,067 $BaSO^4$ = S 0,14654.

Die Krystalle sind mithin

1) Mitscherlich führt schon an, dafs die Verbindung Quadratoctaëder bilde, hat sie aber, so viel ich weifs, nicht näher beschrieben.

$Na^2S + 9\,aq.$

			Gefunden
2 Na	= 46	= 19,17	18,77
S	= 32	= 13,33	13,81
9 aq	= 162	= 67,50	
	240	100.	

Dieſs entspricht älteren Versuchen von Kircher.

XV. *Ueber den Einfluſs der Gestaltung der Leiter auf die Entladung der elektrischen Batterie; von Hrn. C. M. Guillemin.*

(*Comp. rend. T. LXII, p.* 1083.)

Versuche mit Blitzableitern, mit denen die Commission zur Vervollkommnung der telegraphischen Linien Hrn. Bertsch, Hrn. Hughes und mich beauftragt hatte, haben uns im vorigen Jahre Gelegenheit gegeben, eine Thatsache zu beobachten, die, wie mir scheint, sich nicht aus den Gesetzen der Leitungsfähigkeit der Körper für Volta'sche Ströme herleiten läſst. Ein continuirlicher Kupferdraht leitete den Strom der Batterie nicht merklich besser als ein ähnlicher Draht, in welchen man einen Blitzableiter mit Spitzen eingeschaltet hatte. Das war die Thatsache, die sich uns darbot, und Nachstehendes ist das Resultat der Untersuchungen, welche ich vornahm, um zu ermitteln, in wiefern diese Thatsache von den bekannten Gesetzen abweiche.

Nach dem Ohm'schen Gesetze ist die Intensität des zu einem stabilen oder permanenten Zustand gelangten Stroms unabhängig von der Oberfläche der Leiter. Meine Versuche beweisen, daſs beim Strom der Leydener Flasche, welcher einen variablen Zustand ohne merkliche Dauer darbietet, die Vergröſserung der Oberfläche des Leiters den Durchgang des Stroms erleichtert.

Digitized by Google

Um diesen Beweis zu liefern, ordnete ich zwei Leiter dergestalt an, dafs sie gleichzeitig durchlaufen wurden von der Entladung einer Batterie von sechs Flaschen, die zusammen einen Condensator von etwa einem Quadratmeter Oberfläche darstellten. Der eine enthielt einen $0^{mm},1$ dicken Eisendraht, dessen Länge man nach Belieben änderte; der andere leitete einen Theil des Stromes ab und bei diesem veränderte man die Gestalt und Anordnung, ohne seinen Querschnitt abzuändern. Der Einfluſs dieser Veränderungen ging hervor aus der mehr oder weniger grofsen Länge, welche man dem Eisendraht geben konnte, ohne dafs er schmolz.

Dieser Leiter bestand aus einem dünnen Zinnstreifen von 2 Meter Länge und 6 Centm. Breite, isolirt auf einer Glastafel. Zunächst überzeugte man sich, dafs dieser Streif einen so grofsen Theil der Batterie abzweigte, dafs der etwa 15 Centm. lange Eisendraht nicht zur Rothgluth kam. Wenn man nun den Zinnstreif seiner Länge nach zusammenfalzte und dadurch seine Oberfläche verringerte, ohne weder seine Länge, noch seinen Querschnitt zu ändern, so erhitzte sich der Draht bis zum Dunkelglühen, und wenn man die Oberfläche der Streifen hinreichend verkleinerte, gerieth er auf seiner ganzen Länge in Schmelzung.

Der Leiter mit grofser Oberfläche ist auch im Vorsprung, wenn man ihn, statt der Abzweigung, dazu gebraucht, den Strom durch den $0^{mm},1$ dicken Eisendraht zu leiten.

Dieser Effect scheint herzurühren von Inductionswirkungen, welche die verschiedenen Elemente der Leiter während des veränderlichen Zustands auf einander ausüben. Die Vergröfserung der Oberfläche erleichtert den Durchgang des instantanen Stroms, indem sie die reagirenden Theile von einander entfernt. Der folgende Versuch scheint diese Erklärung zu bestätigen.

Als abzweigenden Leiter des Batteriestroms wurden 60 Metalldrähte von 2 Meter Länge und $0^{mm},25$ Dicke angewandt. Wenn diese Drähte um 1 Centimeter auseinan-

Digitized by Google

der lagen, war der Eisendraht so geschützt, dafs er sich nicht auf 400° C. erhitzte. Näherte man aber die Metalldrähte einander, so erhitzte sich der Draht stärker, und, wenn die 60 Drähte einander sehr nahe waren, ward er angelassen (*recuit*), dann rothglühend und geschmolzen. Dieser Effect erreichte sein Maximum, wenn man die Metalldrähte zu einem Kabel zusammendrehte.

Treibt man die Bedingungen des Phänomens weiter, so ist es leicht nachzuweisen, dafs der Leiter mit grofser Oberfläche dem Volta'schen Strom einen viel gröfseren Widerstand leisten kann als der cylindrische Draht, ohne dafs er darum aufhört, den Batteriestrom besser zu leiten.

Wenn die Leiter sehr dick und kurz sind, ändert die Einschaltung einer dünnen Luftschicht in einen derselben das Verhältnifs der Elektricitätsmengen, welche sie beim Durchgang des instantanen Stroms durchlaufen, nicht viel ab. Darin bestand eben das ursprünglich beobachtete Factum.

Die vorstehenden Resultate wurden auch durch die Angaben des Riefs'schen Thermometers bestätigt.

Diese Thatsachen führen natürlich zu der Ansicht, dafs es Vortheil habe, die telegraphischen Blitzableiter, statt durch Kupferdrähte, durch Kupferstreifen von 2 bis 3 Centm. Breite und wenigstens 1 Mllm. Dicke mit dem Erdboden zu verbinden. Muthmafslich wird diese Beschützung wirksamer seyn.

Bei diesen Versuchen wurde die Batterie durch einen grofsen Rühmkorff'schen Apparat geladen. Fünf bis sechs Sekunden reichten hin, die aus sechs grofsen Flaschen bestehende Batterie stark zu laden. Die grofse Kraft dieses Apparats erlaubt eine leichte Anstellung von Versuchen, die mit den gewöhnlichen Elektrisirmaschinen nur sehr schwierig zu machen seyn würden [1]).

1) Bequemer noch leistet die Influenzmaschine diesen Dienst, da sie auch — (sobald nur die Luft des Arbeitsraums den nöthigen Grad von Trockenheit besitzt) — die gröfste Flaschenbatterie in aufserordentlich kurzer Zeit ladet und nicht die immer etwas umständliche Zusammenstellung einer Volta'schen Batterie erfordert. P.

Digitized by Google

XVI. *Ueber einen eigenthümlichen Diamant von veränderlicher Farbe.*

(*Compt. rend. T. LXII, p.* 1036.)

Die HH. Halphen haben der Pariser Akademie einen etwa 4 Grm. wiegenden Diamant vorgelegt, der eine, ihres Wissens, noch nicht beobachtete Erscheinung zeigt.

Im normalen Zustand hat derselbe eine weifse, schwach bräunliche Farbe. Wenn man ihn der Wirkung des Feuers unterwirft, nimmt er eine sehr hübsche Rosenfarbe an, welche er acht bis zehn Tage behält und dann allmählich verliert, um auf seine ursprüngliche normale Farbe zurückzukehren.

Diese Veränderung, so wie die Rückkehr zum ursprünglichen Zustand, läfst sich ins Unbestimmte wiederholen. Der der Akademie vorgelegte Stein hat diese Probe fünf Mal bestanden.

Die erwähnte Erscheinung zog zuerst die Aufmerksamkeit eines Beobachters auf sich, der diesen Diamant probirte und ihn zufällig einer längeren Wirkung des Feuers aussetzte. Aehnliche Versuche mit anderen Diamanten gaben nicht dasselbe Resultat.

Die Färbungsfrage des Diamanten hat eine Wichtigkeit, welche die Akademie leicht würdigen wird, wenn sie weifs, dafs der vorgelegte Stein in seinem normalen Zustand einen Werth von ungefähr 60 000 Francs besitzt und dieser auf 150 000 bis 200 000 Francs steigen würde, wenn die Rosenfärbung bleibend wäre.

Den HH. Halphen ist schon ein Stein vorgekommen, der durch Reibung rosenfarben wurde, diese Farbe aber fast sogleich wieder verlor.

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

Digitized by Google

1866. ANNALEN No. 6.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXXVIII.

I. *Ueber Interferenzapparate für Schallwellen; von G. Quincke.*

1. Dafs Schallwellen sich gegenseitig aufheben und zerstören können, ist schon seit langer Zeit bekannt und durch verschiedene Versuche bewiesen. An tönenden Klangscheiben hat es Vieth[1]) subjectiv, Hopkins[2]) objectiv nachgewiesen. N. Savart[3]) und A. Seebeck[4]) haben gezeigt, dafs die directen Wellen einer Schallquelle mit den reflectirten interferiren können.

Aufser diesen Versuchen, welche sich auf die Fortpflanzung des Schalles in einem Raume mit drei Dimensionen beziehen, hat J. F. W. Herschel[5]) einen Versuch für die Interferenz von Schallstrahlen vorgeschlagen, die sich nur in einer Richtung, nämlich in verzweigten Röhrenleitungen fortpflanzen. Den Vorschlag von Herschel haben Kane[6]) und Nörremberg[7]) auszuführen gesucht, indem sie Orgelpfeifen mit einem aus zwei Zweigen verschiedener Länge bestehenden Pfeifenrohr anbliesen, und verschiedene Klänge vernahmen, je nachdem die Luftschwingungen in

1) Gilb. Ann. Bd. XVII, S. 1804.
2) *Transact. Cambr. Phil. Soc. III.* — Pogg. Ann. Bd. XLIV, S. 246.
3) *Ann. d. chim et de phys.* (3) *T.* 14, *p.* 385. — Pogg. Ann. Bd. 66 S. 374.
4) Programm der technischen Bildungsanstalt. Dresden 1843, 8°. — Pogg. Ann. Bd. 59, S. 177; Bd. 67, S. 145; Bd. 68, S. 465.
5) *Phil. Mag.* (3), *T. III*, *p.* 405, 1833. — Pogg. Ann. Bd. 31. 1834 S. 252.
6) *Phil. Mag.* (3) *T. VII*, *p.* 301, 1835. — Pogg. Ann. Bd. 37, 1836 S. 435.
7) J. Müller, Lehrbuch der Physik, Braunschweig 1856 Bd. I, S. 382.

einem einzelnen Zweige, oder in beiden Zweigen gleichzeitig erregt wurden.

Bei den Versuchen von Kane geschah das Anblasen mit dem Mundstück einer Zungenpfeife. Die Versuche sind mir jedoch zum Theil vollkommen unverständlich, und können nicht als eine Bestätigung der Theorie angesehen werden.

Der Apparat von Nörremberg scheint von ihm selbst nicht beschrieben worden zu seyn. Nach der von J. Müller gegebenen Zeichnung und Beschreibung wird die aus zwei Zweigen von 24″ und 36″ Länge bestehende hölzerne Interferenzröhre in eine Zimmerwand eingemauert, und der Ton durch eine offene Labialpfeife von 12″ Länge erregt. Im Nebenzimmer hört dann ein Beobachter die Octave der Pfeife stärker, wenn beide Zweige, als wenn nur ein Zweig der Interferenzröhre geöffnet ist. Der Grundton der Pfeife wird dagegen nur gehört, wenn durch einen Schieber der eine Zweig geschlossen ist.

In neuerer Zeit hat Mach [1]) bei Versuchen über den Raumsinn des Ohres eine solche Nörremberg'sche Röhre benutzt, um den Grundton im Klange einer Stimmgabel oder der menschlichen Stimme zu schwächen und Dr. Lucae bei der Untersuchung Ohrenkranker nach einer neuen Methode einige Thatsachen beobachtet, die ebenfalls auf Interferenz von Schallwellen zurückzuführen sind.

Ich werde nun im Folgenden einige Apparate beschreiben, die zum Theil nichts weiter als eine Ausführung der von Herschel angegebenen Idee sind. Dieselben können leicht von Jedermann hergestellt werden, und sind nicht blofs für Klänge von Orgelpfeifen anwendbar, sondern auch für Klänge von Stimmgabeln, Saiten oder eines anderen tönenden Körpers. Sie löschen Töne von bestimmter Schwingungsdauer in derselben Weise aus, wie dünne Platten durchsichtiger Substanzen bestimmte Lichtfarben auslöschen. Es lassen sich daher auf dieselben auch neue akustische Untersuchungsmethoden begründen.

1) Pogg. Ann. 1865, Bd. 126, S. 331.

Digitized by Google

2. Fig. 1 Taf. VI stellt einen Apparat in $\frac{1}{10}$ natürlicher Gröfse dar, welcher dazu bestimmt ist den Grundton einer gewöhnlichen a_1-Gabel (von 440 Schwingungen in der Secunde) auszulöschen. Zwei T-förmige Glasröhren CAC_1 und CBC_1, sind an den Enden rechtwinklig umgebogen und bei C durch einen kurzen, bei C_1 durch einen langen Kautschuckschlauch verbunden. Der letztere ist etwa 390^{mm} lang, entspricht also einer halben Wellenlänge des Tones a_1 in Luft. Das mit einem kurzen Kautschuckrohr versehene Ende A des Apparates setzt man in den äufseren Gehörgang des einen Ohres, verstopft das andere mit einem Siegellackpfropfen oder sonst auf passende Weise und läfst den Klang der Stimmgabel durch den langen Kautschuckschlauch BB_1 und die verzweigte Röhrenleitung ins Ohr gelangen, indem man die Zinken der angeschlagenen Gabel vor das offene Ende B_1 des Kautschuckschlauches hält oder auch den Stiel der Gabel in den Schlauch steckt und die Gabel dann anschlägt.

Für gewöhnlich hört man dann nur die Octave des Grundtons der Stimmgabel, also a_{11}, da die beiden Wellenzüge des Grundtons a_1, welche durch den Zweig C und C_1 zum Ohre gelangen, einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge haben, und sich an dem Eingange der Glasröhre A gegenseitig aufheben. Drückt man den Kautschuckschlauch C oder C_1 mit den Fingern zu, so dafs der Schall nur auf einem Wege ins Ohr gelangen kann, so wird der Grundton a_1 laut und kräftig gehört werden und die Octave a_{11} in seiner Gegenwart kaum noch zu erkennen seyn.

Schlägt man die Zinken der Stimmgabel in der Mitte am Knotenpunkte der Octave an, so kann man es dahin bringen, dafs die Octave schwach ist, und das Ohr nur einen schwachen Ton vernimmt, sobald der Schall durch beide Röhren C und C_1 ins Ohr gelangt. Am besten ist es, den Klang der Gabel längere Zeit nach dem Anschlagen zu untersuchen, da die Octave eher verklingt als der Grundton.

Digitized by Google

Steht die Stimmgabel auf einem Resonanzkasten, so kann man sie mit dem Bogen anstreichen und das offene Ende B_1 der Interferenzröhre vor die Oeffnung des Resonanzkastens halten.

In dem Klange aller von mir untersuchten Stimmgabeln liefs sich auf die eben angegebene Weise stets die Octave erkennen. Im Allgemeinen wird man sogar über die Intensität derselben erstaunt seyn, da es selbst geübten Ohren sehr schwer ist die Octave neben dem Grundtone der Stimmgabel zu erkennen.

Die von einer Stimmgabel geschriebenen Curven lassen ebenfalls sehr häufig die Octave erkennen, welche übrigens früher schon von Röber[1]), Helmholtz[2]) und Dove[3]) im Klange der Stimmgabeln beobachtet worden ist.

3. Hat sich mit der Temperatur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls, also auch die Wellenlänge des betreffenden Tones geändert, so kann man durch Verschieben des Kautschuckschlauches C_1 einen solchen Interferenzapparat leicht stimmen. Füllt man den Apparat mit Leuchtgas oder einem anderen Gase, in welchem der Schall eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat, so löscht er nicht mehr denselben Ton aus, wie wenn er mit atmosphärischer Luft gefüllt ist.

Um einen Ton durch Interferenz auszulöschen, kann man der verzweigten Röhrenleitung eine beliebige Form geben, sobald nur der eine Zweig eine halbe Wellenlänge länger als der andere ist. Fig. 2 und 3 Taf. VI zeigen andere Formen von Interferenzröhren in $\frac{1}{10}$ natürlicher Gröfse. Je nach Bedürfnifs wird durch kürzere oder längere Kautschuckschläuche der Schall der Schallquelle dem Ende B der verzweigten Röhrenleitung zugeführt, und durch einen anderen Kautschuckschlauch von A zum Ohre des Beobachters geleitet. Man wählt zweckmäfsig bei dem Apparat Fig. 3 den kürzeren Zweig C ein wenig enger als den län-

1) Dove Repertorium Bd. III, S. 55, 1839.
2) Pogg. Ann. 1856, Bd. 99 S. 504.
3) Pogg. Ann. 1862, Bd. 115, S. 652.

Digitized by Google

geren Zweig C_1, damit die beiden Schallwellen, welche in das Rohr A gelangen, gleiche Amplitude haben. Nöthigenfalls kann man durch theilweises Verengen des Kautschuckschlauches C oder C_1 beide Amplituden genau gleich machen. Für subjective Beobachtungen pflege ich Glasröhren von 8^{mm} bis 10^{mm} Durchmesser und der Form Fig. 3 Taf. VI zu nehmen; der in Fig. 2 dargestellte Apparat ist für den Ton $c_{''}$ von 523 Schwingungen bestimmt, der in Fig. 3 dargestellte für c_1 von 261,7 Schwingungen [1]). Durch Verwechselung des U-förmigen Rohres C_1 läfst er sich leicht für jeden beliebigen Ton passend einrichten.

4. Einfache Töne werden durch einen solchen Interferenzapparat vollkommen ausgelöscht. Ich befestigte mit Wachs an der Zinke einer Stimmgabel ein Kartenblatt, und näherte diesem das offene Ende einer am anderen Ende geschlossenen Pappröhre, deren Länge $= \frac{1}{4}$ Wellenlänge des betreffenden Grundtones der Stimmgabel war. Wurde die Stimmgabel angestrichen, so wurde durch Resonanz der Luftsäule in der Pappröhre nur der Grundton verstärkt, und das Ohr nahm durch einen auf diesen Grundton abgestimmten Interferenzapparat keinen Ton wahr [2]). Derselbe trat jedoch beim Schliefsen des einen Zweiges der Interferenzröhre deutlich hervor.

5. Der Natur der Sache nach löscht ein solcher Interferenzapparat nicht blofs Töne aus, für welche die Längendifferenz beider Röhrenzweige, d. h. der Gangunterschied, eine halbe Wellenlänge ist, sondern überhaupt alle Töne,

1) Hr. Glaskünstler Lucke, Wollank-Strafse No. 23 in Berlin, liefert solche Interferenzapparate mit Kautschuckröhren complet zu 20 Sgr. das Stück.

Derselbe fertigt auch Pfeifen aus Glasröhren, die mit dem Munde angeblasen die Gesetze schwingender Luftsäulen sehr schön erläutern; den Satz von 9 Stück incl. Kästchen zu 15 Sgr.

2) Selbst wenn das eine Ohr durch den schallleitenden Kautschuckschlauch, das andere durch einen Siegellackpfropfen fest verschlossen ist, hört man gewöhnlich bei offener Interferenzröhre noch einen schwachen Ton. Diefs rührt von der Leitung des Schalles durch den Körper und die Kopfknochen her.

Digitized by Google

für welche die Differenz beider Zweige ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge ist. Der Apparat zerstört also nicht blofs den Ton mit der Schwingungszahl n, sondern auch die Töne mit der Schwingungszahl $3n$, $5n$, $7n$ etc. d. h. also alle ungeraden Töne einer harmonischen Tonreihe.

Untersucht man den Klang einer gedeckten Pfeife mit einer Interferenzröhre, welche den Grundton auslöscht, so müfsten der Theorie nach auch die Obertöne durch diesen Apparat ausgelöscht werden, und das Ohr dürfte durch die offene Interferenzröhre gar nichts wahrnehmen. Angenähert ist diefs auch wirklich der Fall. Das Ohr vernimmt, selbst in dem Fall, wo das offene Ende der sorgfältig abgestimmten Interferenzröhre in dem aus der Mundöffnung der Pfeife entweichenden Luftstrom gebracht wird, nur das Geräusch des Windes und einen schwachen, oft unreinen, musikalischen Klang.

Versetzt man einen in der Mitte fixirten Glasstab (Fig. 5*a* Taf. VI) durch Reiben mit einem nassen Lappen in longitudinale Schwingungen, so würden in dessen Klange der Theorie nach, wie in dem einer gedeckten Pfeife, nur ungerade Partialtöne vorkommen können, also Töne mit der Schwingungszahl n, $3n$, $5n$ etc. Durch eine auf den Grundton des Stabes so sorgfältig wie möglich abgestimmte Interferenzröhre (Fig. 5 *b*) konnte ich aber niemals den Klang des Stabes auslöschen. Im Gegentheil klang derselbe vielleicht noch unangenehmer, als ohne Interferenzröhre.

Zum Theil rührt die eben erwähnte Erscheinung von Combinationstönen her; zum Theil vielleicht auch davon, dafs Erschütterungen verschiedener Periode sich in festen Körpern mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, die Partialtöne des tönenden Glasstabes also nicht genau Töne einer harmonischen Tonreihe sind.

6. Andere Klänge, welche nicht wie die Klänge von gedeckten Pfeifen oder Stimmgabeln blofs aus ungeraden Partialtönen oder aus Grundton und Octave bestehen, machen einen eigenthümlichen Eindruck auf das Ohr, wenn sie

Digitized by Google

durch eine Interferenzröhre behorcht werden. Diese leisten gleichsam das umgekehrte, wie ein Helmholtz'scher Resonator [1]) und können zu ähnlichen Untersuchungen wie dieser benutzt werden.

Bei einer offenen Orgelpfeife wird durch Oeffnen oder vollständiges Abschliefsen des einen Zweiges der auf den Grundton abgestimmten Interferenzröhre (was in der Folge kurz mit »offener« oder »geschlossener« Interferenzröhre bezeichnet werden soll) nur der Charakter der Klanges geändert, da die geraden Partialtöne, welche im Klange der offenen Pfeife vorkommen, durch eine auf den Grundton abgestimmte Interferenzröhre nicht ausgelöscht werden.

Dasselbe bemerkt man an dem Klange von Zungenpfeifen, der Physharmonica (Zungen mit gemeinsamem Luftraum), der sogenannten chemischen Harmonica, oder dem Klange gespannter Saiten. Die Oeffnung des zum Interferenzapparate führenden Kautschuckschlauches bringt man in den aus den Pfeifen entweichenden Luftstrom, oder in die Nähe der Oeffnung des Resonanzkastens, wenn der Ton intensiv seyn soll. Bei einem Monochord wurde der Kautschuckschlauch mit einem durchbohrten Kork und Glasrohr in der Oeffnung des Resonanzkastens befestigt. Wenn man auf $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ der Saitenlänge zupfte, war der Unterschied des Klanges beim Oeffnen und Schliefsen der auf den Grundton der Saite abgestimmten Interferenzröhre am deutlichsten.

Wie sehr die Partialtöne den Klang einer Saite charakterisiren, läfst sich mit einer auf irgend einen höheren Partialton abgestimmten Interferenzröhre sehr gut wahrnehmen. Der Unterschied des Klanges bei offener und geschlossener Interferenzröhre tritt noch besser als bei gezupften Saiten bei Klaviersaiten hervor, da in deren Klange, wie Helmholtz gezeigt hat, neben dem Grundton die übrigen Partialtöne noch stärker entwickelt sind.

7. Man kann ferner zwei Interferenzröhren so combi-

1) Pogg. Ann. 1856, Bd. 99, S. 103. — Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen. Braunschweig 1863, S. 71.

Digitized by Google

niren, dafs der Schall beide hintereinander durchläuft und in einem beliebigen Klange zwei Reihen Töne mit den Schwingungszahlen n, $3n$, $5n$ etc. und m, $3m$, $5m$ etc. ausgelöscht werden. Gewöhnlich empfiehlt es sich auf Grundton und Octave abgestimmte Interferenzröhren zu combiniren, also die Partialtöne 1, 3, 5 etc. oder 2, 6, 10 etc. auszulöschen.

Behorcht man den Klang einer Stimmgabel durch eine solche Combination von Interferenzröhren für Grundton und Octave, so treten die unharmonischen Nebentöne derselben sehr deutlich hervor. Wegen der Schallleitung durch den Körper hört man aber niemals Grundton und Octave vollständig verschwinden.

8. Unterdückt man durch passend gewählte Interferenzröhren den gröfsten Theil des musikalischen Klanges schwingender Luftsäulen, so treten die Geräusche, welche in dem Klange der verschiedenen Instrumente vorkommen, und den Klang derselben charakterisiren, sehr deutlich hervor. Auf diese Weise lassen sich auch bei der menschlichen Stimme die den Klang der verschiedenen Vocale begleitenden Geräusche untersuchen, besonders wenn der Vocal in der ihn charakterisirenden Tonhöhe gesungen wird [1]).

Löscht die Interferenzröhre alle Partialtöne aus, wie bei dem Klang von gedeckten Pfeifen oder einer Clarinette, so tritt natürlich das Geräusch besonders deutlich hervor.

9. Zur Untersuchung von Schwebungen und Combinationstönen eignen sich die Interferenzröhren ebenfalls. Zwei nahezu auf c_1 gestimmte Stimmgabeln geben, mit einer für ihren Grundton passenden Interferenzröhre untersucht, doppelt so schnelle Schwebungen bei offener, wie bei geschlossener Interferenzröhre, da man im ersten Falle nur die Schwebungen der Octave hört. Die letzteren treten dann bei geschlossener Interferenzröhre gegen die weit kräftigeren der Grundtöne zurück. Uebrigens kann man

1) Vergl. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen, S. 172.

Digitized by Google

sie auch durch eine zweite, auf die Octaven abgestimmte Interferenzröhre zum Verschwinden bringen.

Zwei Stimmgabeln, deren Grundtöne nahe um eine Octave auseinander standen, gaben, wenn man sie mit einer auf den Grundton der tieferen Gabel gestimmten Interferenzröhre untersuchte, starke Schwebungen bei geschlossener, schwache Schwebungen bei offener Interferenzröhre. Die Anzahl der Schwebungen war in beiden Fällen ungeändert, wie es auch seyn mufste, da ein Ton dieselbe Anzahl Schwebungen giebt mit einem nahezu gleichgestimmten, oder dessen tieferer Octave.

Aehnliche Erscheinungen, wiewohl weniger deutlich, beobachtet man an den Schwebungen von Stimmgabeln, die nahezu im Intervall einer Quinte stehen. Man mufs jedoch hierzu eine Combination von zwei auf den Grundton der Gabeln gestimmten Interferenzröhren anwenden.

Spannt man auf einen Monochord zwei Saiten, die langsame Schwebungen geben, und zupft dieselben auf $\frac{1}{4}$ der Länge, während man ihren Klang in der oben angegebenen Weise durch einen auf den Grundton abgestimmten Interferenzapparat behorcht, so hört man bei offener Interferenzröhre doppelt so viel Schwebungen als bei geschlossener Interferenzröhre. Der Versuch entspricht dem oben beschriebenen mit Stimmgabeln, indem man im ersten Falle die Schwebungen der Octaven, im zweiten daneben auch noch die der anderen Töne hört, und dann die Schwebungen des intensiveren Grundtones überwiegen.

Die Schwebungen zweier gedeckten Pfeifen hört man ungemein stark bei geschlossener, weit schwächer bei offener auf den Grundton gestimmter Interferenzröhre. Die Schwebungen folgen aber stets in denselben Zeitabschnitten auf einander. Dasselbe ist bei offenen Orgelpfeifen oder einer Physharmonica der Fall, doch sind die Schwebungen bei offener Interferenzröhre lauter, als bei gedeckten Pfeifen.

10. Hr. Prof. E. du Bois-Reymond hatte die Güte mir vier Stimmgabeln von Koenig in Paris zu leihen, welche einen reinen Dur-Accord geben ($c_1 e_1 g_1 c_{11}$), sowie

Digitized

eine rein in C-Dur gestimmte Physharmonica. Man strich zwei Gabeln gleichzeitig an und richtete die Aufmerksamkeit auf die auftretenden Combinationstöne, während der Schall durch eine auf den Grundton einer Gabel gestimmte Interferenzröhre ins Ohr gelangte. Der Combinationston (Differenzton) trat deutlich hervor, sobald die Interferenzröhre geschlossen wurde. Dasselbe, wiewohl viel weniger deutlich, glaube ich auch zuweilen bei Summationstönen wahrgenommen zu haben.

Anders war es, wenn ich statt der Stimmgabeln die Physharmonica benutzte. Der Combinationston trat dann mehr hervor, wenn die Interferenzröhre der einen Klangcomponente geschlossen wurde, war aber auch bei offener Interferenzröhre deutlich zu vernehmen.

Im Klange einer gedeckten Pfeife oder Clarinette bemerkt man, wenn sie stark angeblasen werden, die Octave des Grundtons mit einer offenen auf den letzteren abgestimmten Interferenzröhre. Die Octave muss in dem Klange dieser Instrumente als Combinationstons des ersten und dritten Partialtones vorhanden seyn.

Man sieht daraus, dass sowohl Schwebungen als Combinationstöne bei kleinen Amplituden der schwingenden Körper (Stimmgabeln) im Ohre erzeugt werden. Bei grösseren Amplituden (Orgel- oder Zungenpfeifen) dagegen bilden sich die Combinationtöne schon in dem schwingenden Luftraume.

Diese letztere Bemerkung hat bereits Helmholtz[1]) gemacht auf Grund der Beobachtung, dass Resonatoren und passend gestimmte Membranen durch Combinationstöne in Mitschwingung versetzt werden können. Die blosse Analogie der Erscheinungen, welche Schwebungen und Combinationstöne bei der Untersuchung mit Interferenzröhren zeigen, würde demnach auch keinen hinreichenden Grund abgeben, die von Helmholtz[2]) aufgestellte Theorie der Combinationstöne zu verwerfen gegenüber der älteren

1) Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen, 1863, S. 249.
2) Pogg. Ann., 1856, Bd. 99, S. 532.

Digitized by Google

zuerst von Lagrange ausgesprochenen und später auch von Thomas Young[1]) vertretenen Ansicht, nach welcher die Combinationstöne (Differenztöne) schnelle Schwebungen seyn sollen.

Objectiv lassen sich, wie schon bemerkt, mit einer dünnen abgestimmten Kautschuckmembran, die über eine Glasflasche ohne Boden gespannt und mit Sand bestreut wird, die Combinationstöne recht gut nachweisen. Ich habe auf diese Weise bei einer Physharmonica zuweilen sogar Differenz- und Summationstöne höherer Ordnung nachweisen können.

11. Die eben beschriebenen Versuche über die Interferenz von Schallwellen lassen sich mit einer solchen Membranflasche auch objectiv darstellen, sobald dieselbe genau auf den betreffenden Ton abgestimmt ist. Der von mir für diesen Zweck benutzte Apparat ist in Fig. 4*a* und *b* Taf. VI im Durchschnitt und perspectivischer Ansicht ($\frac{1}{3}$ nat. Gröfse) dargestellt. Eine Platte von sehr dünnem schwarzem Kautschuck ist über einen Messingring *R* gebunden. Mit drei in den breiten Rand des Ringes *R* eingreifenden Schrauben *s* läfst sich die Hülse *H* von 54^{mm} Durchmesser gegen die Membran pressen und dieser dadurch eine passende Spannung geben. Beim Nachlassen der Schrauben drücken kleine Spiralfedern die Hülse aus dem Ringe heraus. In die Hülse *H*, welche mit einem Träger an einem passenden Stativ befestigt wird, können nun Glasglocken *F* von verschiedener Höhe mit dem aufgekitteten Messingringe *G* eingeschoben werden. Durch passende Spannung der Membran und Ausziehen oder Einschieben der Glasglocke läfst sich ein solcher Apparat auf den betreffenden Ton abstimmen. Ich besitze drei Glocken von gleicher Weite und resp. von 125^{mm}, 92^{mm} und 64^{mm} Höhe, wodurch die Membranflasche auf die Töne $e_{'}$ $g_{'}$ oder $c_{''}$ gestimmt ist. Der Eigenton der Membran ohne Flasche ist aufserordentlich tief und liefs sich nicht genau bestimmen.

1) *Misc. Soc. Taur. I*, 1759, *p.* 104. — Th. Young, *lect. nat. phil. II*, 1807, *p.* 544.

Digitized by Google

Wird der Ton, auf welchen die Membranflasche abgestimmt ist, vor der Oeffnung *O* derselben angegeben, so zeigt der auf die Membran aufgestreute Sand sofort die betreffende Klangfigur.

Ich verband nun eine auf den Grundton der Membranflasche abgestimmte Interferenzröhre von der Form Fig. 3 Taf. VI durch ein Kautschuckrohr mit der Oeffnung *O* der Membranflasche, während von dem anderen Ende der Interferenzröhre ein zweites Kautschuckrohr zu der Schallquelle führte. Die Länge der Röhrenleitung von der Schallquelle über den kurzen Schenkel der Interferenzröhre bis zur Membran mufs nahezu $\frac{1}{2}$ Wellenlänge des betreffenden Tones betragen, damit der Versuch gut gelingt.

Bei offener Interferenzröhre wird dann der Sand wenig oder gar nicht bewegt; die Klangfigur erscheint aber, sobald man die Interferenzröhre schliefst. Als Schallquelle für diese objectiven Versuche, die sich auch zu Vorlesungsversuchen eignen, habe ich vorzugsweise Stimmgabeln oder gedeckte Pfeifen benutzt, doch lassen sich dieselben auch an dem Klange der chemischen Harmonica, der menschlichen Stimme, einer Clarinette oder einer Physharmonica zeigen. Nur mit den kurzen (800^{mm} langen) Saiten eines Monochords ist mir die objective Darstellung dieser Interferenzversuche wegen der geringen Klangstärke nicht gelungen.

12. Mit der von Kundt[1]) angegebenen Methode, die Longitudinalwellen eines Stabes in einer Luftsäule sichtbar zu machen, läfst sich ebenfalls die Interferenz von Schallwellen objectiv zeigen.

Fig. 5*a* und 5*b* Taf. VI stellen den dabei benutzten Apparat in $\frac{1}{10}$ natürlicher Gröfse dar, wenn das Ende *R* des Apparates Fig. 5*a* in den Kautschuckschlauch *A* des Interferenzapparates Fig. 5*b* eingeschoben wird. Der Glasstab GG_1, der in seiner Mitte mit einem Kork in das Ende *R* einer weiteren Röhre RR_1 eingesetzt ist, wird durch Reiben mit einem nassen Lappen in Longitudinal-Schwingun-

1) Berl. Monatsber. 1865, S. 249. — (Pogg. Ann. Bd. 127, S. 497.)

gen versetzt, die sich durch die leichte Korkplatte G_1 an seinem Ende der Luft in der verzweigten Röhrenleitung mittheilen. Der Grundton des Stabes ist etwa gis_4 und die halbe Wellenlänge des Tones in Luft $\frac{\lambda}{2} = 50^{mm}$.

Die Dimensionen der Röhrenleitung sind so gewählt, dafs der Zweig ACB $4\frac{\lambda}{2}$, der Zweig AC_1B $9\ \frac{\lambda}{2}$ Länge hatte, und der Wegunterschied der beiden Schallwellen $5\frac{\lambda}{2}$ d. h. ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge ist. Der Kork K wird so geschoben, dafs er sich um eine ganze Anzahl halber Wellenlängen von G_1 entfernt befindet. In der ganzen Röhrenleitung ist Lycopodium gleichförmig vertheilt, das sich beim Erregen der Longitudinalwellen des Glasstabes an den Knotenpunkten der in der Röhrenleitung enthaltenen Luftmasse ansammelt und die von Kundt a. a. O. beschriebenen Figuren bildet. Diese zeigen sich in der Röhre G_1R_1 und in der verzweigten Röhrenleitung von A bis B. Von der Kreuzungsstelle B an bis B_1 lassen sich keine Lycopodiumfiguren wahrnehmen. Sie erscheinen aber sofort auch hier, wenn man das U-förmige Rohr C_1 auszieht, und der Längenunterschied der beiden Zweige nicht genau $5\frac{\lambda}{2}$ ist. Natürlich sind sie am deutlichsten, wenn der Längenunterschied ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge beträgt.

Statt des kurzen U-förmigen Rohres C_1 läfst sich auch ein längeres Rohr (Fig. 5*c* Taf. VI) einsetzen, so dafs der Gangunterschied der Schallwellen in beiden Zweigen $13\frac{\lambda}{2}$ beträgt. Erwärmt man dann den langen Zweig AC_1B mit einer Lampe und ändert dadurch die Schallgeschwindigkeit oder die Wellenlänge, so treten ebenfalls die Lycopodiumfiguren in dem Rohr BB_1 auf.

Ein gleiches ist der Fall, wenn man den Apparat (Fig. 5*a* Taf. VI) durch einen anderen ersetzt, bei dem der tönende Glasstab 1000^{mm} Länge hat, und $\frac{\lambda}{2}$ in atmosphärischer Luft von mittlerer Temperatur etwa 64^{mm} beträgt.

13. Man kann ferner Schallwellen, die direct von einer Schallquelle ausgegangen sind, mit solchen interferiren lassen, die reflectirt und dadurch gegen die ersteren verzögert worden sind.

In Fig. 6 Taf. VI ist der dazu benutzte Apparat in $\frac{1}{10}$ nat. Gröfse abgebildet. Der Schall wird mit einem Kautschuckschlauch dem Ende B des Glasrohres AB zugeführt, und gelangt von A aus durch einen zweiten Kautschuckschlauch zum Ohre des Beobachters. Bei C ist mit einem kurzen Kautschuckrohr ein Seitenzweig CC_1 angebracht, dessen Länge $= \frac{\lambda}{4}$ des betreffenden Tones ist. Der mit einem Drahtgriff verschiebbare Kork C dient zur Regulirung dieser Länge. Die Schallstrahlen theilen sich bei C in zwei Theile. Ein Theil geht direct über A zum Ohr: ein anderer Theil erst, nachdem er an dem Ende C_1 des Seitenrohres CC_1 reflectirt worden ist. Beide Theile haben einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge und würden sich vollständig zerstören, wenn nicht die Amplitude des zweiten Theiles kleiner als die des ersten wäre. Das Ohr vernimmt also einen schwachen Ton, der aber bedeutend stärker wird, sobald man durch Zudrücken des Kautschuckrohres bei C die reflectirten Schallwellen ausschliefst.

Der Apparat der Zeichnung ist für den Ton $c_{''}$ von 523 Schwingungen bestimmt. Für andere Töne mufs natürlich das Rohr CC_1 durch ein anderes von passender Länge ersetzt werden.

Statt des Glasrohres CC_1 kann man auch ein offenes Kautschuckrohr ansetzen, dessen Länge $= \frac{\lambda}{2}$ des betreffenden Tones ist. Verschliefst man dann das Ende C oder C_1 desselben, so wird der Ton verstärkt; drückt man dasselbe dagegen in der Mitte zwischen C und C_1 zu, so wird der Ton fast ganz ausgelöscht. Das Kautschuckrohr CC_1 kann dabei beliebige Gestalt haben.

Uebrigens läfst sich auch bei C der zur Schallquelle führende Kautschuckschlauch und bei B der Seitenzweig anbringen, welcher die reflectirten Wellen erzeugt.

Digitized by Google

Es möchte dieſs wohl der einfachste Apparat seyn die Interferenz von Schallwellen nachzuweisen. Mit einer Membranflasche läſst sich ein solcher Apparat in derselben Weise, wie die früher beschriebenen Interferenzröhren (Fig. 2 und 3 Taf. VI) combiniren, doch sind die letzteren für objective Versuche vorzuziehen, weil bei ihnen die interferirenden Wellen nahe gleiche Amplituden haben und sich vollständiger zerstören.

14. Aus den eben erwähnten Versuchen folgt, daſs die Apparate Fig. 2 und 3 nur dann gut wirken werden, wenn man beide Kautschuckröhren P und Q gleichzeitig zudrückt. Schlieſst man nur an einer Stelle, etwa bei P, so wirken sie nicht bloſs schlechter, sondern löschen unter Umständen sogar einen falschen Ton aus, indem die von dem Seitenzweig $Q\,Q_1\,P_1\,P$ reflectirten Wellen mit den directen interferiren. Deshalb sind auch in den Apparaten Fig. 2 und 3 Taf. VI die Kautschuckröhren so nahe als möglich an den Kreuzungsstellen A und B angebracht. Der Apparat Fig. 2 erlaubt den Zweig C oder C_1 abzuschlieſsen. Am Apparate Fig. 3 kann man zwar auch den kürzeren Zweig bei C schlieſsen, dann stören aber unter Umständen, besonders bei hohen Tönen und kurzen Wellenlängen, die von den Seitenzweigen AB und BC reflectirten Wellen. Im Allgemeinen ist sonst die Form Fig. 3 vorzuziehen, da hier die Amplituden der beiden interferirenden Schallwellen am leichtesten gleich gemacht werden können.

Beide Arten von Interferenzröhren lassen sich übrigens in einen Apparat vereinigen. Bringt man z. B. an der für den Ton $c_{''}$ $\left(\frac{\lambda}{4} = 163^{mm},3\right)$ bestimmten Interferenzröhre Fig. 2 bei G einen Kautschuckschlauch an, so daſs $AP_1G = 2\frac{\lambda}{4}$ ist, so löscht der Apparat bei offenen Zweigen den Ton einer $c_{''}$-Gabel aus.

Wird ein Zweig, etwa C_1, abgeschlossen, so geht der Ton dieser Gabel ungehindert hindurch. Andererseits läſst

die offene Interferenzröhre den Ton einer c_i-Gabel, der tieferen Octave von c_{ii}, ungehindert hindurch; schliefst man jedoch bei G, so zerstören die im Seitenzweig AP_1G reflectirten Wellen den gröfsten Theil der directen. Der Ton der c_1-Gabel verschwindet fast ganz, da $AP_1G =$ einer Viertel-Wellenlänge des Tones c_1 ist.

15, Es hat keine Schwierigkeit nach den bisherigen Angaben Interferenzapparate für beliebige Töne herzustellen, sobald man die Wellenlänge des betreffenden Tones kennt. Die Gröfse der Apparate Fig. 2 und 3 Taf. VI läfst sich dann sofort angeben, da PP_1 und $QQ_1 =$ einer Viertel-Wellenlänge des betreffenden Tones sind.

Um die Construction neuer und das Stimmen schon vorhandener Interferenzröhren zu erleichtern, was bei gröfseren akustischen Untersuchungen angenehm ist, lasse ich hier eine Tabelle für die in der Musik gebräuchlichen Töne nach gleichschwebender Temperatur berechnet, folgen. Unter n ist die Anzahl (Doppel-) Schwingungen des betreffenden Tones angegeben, unter $\frac{\lambda}{4}$ die dazu gehörige Viertel-Wellenlänge in atmosphärischer Luft bei 15° C., wenn man die Schallgeschwindigkeit bei dieser Temperatur $= 341^m,77$ setzt.

Das eingestrichene a oder der Ton a_1 mit 440 Schwingungen in der Secunde ist dabei als Normalton zu Grunde gelegt, wie er auf Scheibler's Vorschlag von der Naturforscher-Versammlung zu Stuttgart im Jahre 1834 angenommen wurde. Für die neuere Stimmung der Französischen Oper vom 16. Febr. 1859 mit einem Normalton a_1 von 435 Schwingungen, welcher in einigen deutschen Opern eingeführt ist, würden also die Schwingungszahlen der folgenden Tabelle etwas zu grofs und die Viertel-Wellenlängen etwas zu klein seyn.

(Hier folgt die Tabelle.)

Berlin, im Februar 1866.

Digitized by Google

Za

er Temperatur.

5337302).

Oc	Zweigestrichene c_2		Dreigestrichene c_3		Viergestrichene c_4	
	n	$\frac{\lambda}{4}$	n	$\frac{\lambda}{4}$	n	$\frac{\lambda}{4}$
		mm		mm		mm
	523,3	163,3	1046,6	81,6	2093,2	40,8
C	554,4	154,1	1108,8	77,1	2217,7	38,5
I	587,4	145,5	1174,8	72,7	2349,6	36,4
D	622,3	137,3	1244,6	68,7	2489,3	34,3
	659,3	129,6	1318,6	64,8	2637,3	32,4
	698,5	122,3	1397	61,2	2794	30,6
F	740	115,5	1480	57,7	2960,1	28,9
(	784	109,0	1568	54,5	3136	27,2
G	830,6	102,9	1661,2	51,4	3322,5	25,7
A	880	97,1	1760	48,5	3520	24,3
B	932,3	91,6	1864,6	45,8	3729,2	22,9
H	987,7	86,5	1975,5	43,2	3951	21,6
c	1046,6	81,6	2093,2	40,8	4186,4	20,4

e Musik und die musikalischen Instrumente, Gießen 1855, 8°) schiedenen Bezeichnungen folgen:

$\overline{\overline{\overline{c}}}$

ut_6

c'''

c^3

c_4

Digitized by Google

Digitized by Google

am ersten Tage		am zweiten Tage	
Temperatur	Ruhelage	+ 22 ,6	508,7
+ 21°,8 C.	515,2	26 ,9	8,5
26 ,3	4,9	29 ,3	8,5
28 ,4	5,6	31 ,5	7,6
		33 ,4	7,8

Hiernach würde im Mittel auf 1° C. Temperaturerhöhung kommen: am ersten Tage + 0,04, am zweiten — 0,10 Scalentheil oder + 1",6 resp. — 4",2.

Frühere Angaben über diesen Punkt sind mir nicht bekannt, und *a priori* läfst sich die Abhängigkeit von der Temperatur wohl denken.

Auch *während des Gebrauches* zeigte sich die schliefsliche Ruhelage *recht constant*, abgesehen natürlich von Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze, welche eine dauernde Verschiebung in dem Sinne der Drehung zur Folge haben können.

IV. Ueber Nachwirkung und Elasticitätsgränze.

In Beziehung auf diese lästigen Einwirkungen der *Elasticitätsgränze* mufs ich eine Inconsequenz eingestehen. Um der Gleichmäfsigkeit willen wurden allerdings sämmtliche Torsionen in derselben Richtung ausgeführt, aber die Vorsicht, in dieser Richtung die Elasticitätsgränze zu erweitern, so dafs eine Ueberschreitung derselben später vermieden wird, ist nicht gebraucht, weil, wie gesagt, der Silberdraht Anfangs nur zu Vorversuchen bestimmt war. Der Draht wird bekanntlich zu diesem Zwecke ganz im Anfang um einen gröfseren Winkel gedreht als nachher beabsichtigt wird. Der unsicherste Theil der Beobachtungen, die Bestimmung der Ruhelage, auf welche die anderen Stellungen zu beziehen sind, würde in manchen Fällen dadurch erleichtert worden seyn. Indefs darf gerade nach der Vergleichung von Nachwirkungen, bei denen die Torsionen mit einer verschieden grofsen Ueberschreitung der Elasticitätsgränze verbunden waren, mit Wahrscheinlichkeit behauptet werden, dafs beide Vorgänge *von einander unabhängig* sind. Die nachfolgende

Digitized by Google

Aenderung scheint durchaus *neben* der plötzlichen zu bestehen, welche die Molecüle dauernd gegen einander verschiebt. Die Wichtigkeit dieser Frage braucht kaum hervorgehoben zu werden.

Dafs die Nachwirkung ohne die Aenderung der Elasticitätsgränze bestehen kann, ist durch Weber's Versuche, bei denen letztere vermieden war, sowie durch das Stattfinden der Nachwirkung bei dem Glase bewiesen. Aber man könnte auf folgende Vermuthung fallen, welche nach dem Vorigen widerlegt zu seyn scheint.

Die Differentialformel für die Nachwirkung ist dargestellt durch

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t}$$

ein Ausdruck, dessen Integral für $t = \infty$ $x = 0$ giebt. Denkt man aber daran, dafs die Differentialformel mit einer höheren Potenz von t, als die erste, für eine unendliche Zeit ein endliches x giebt, dafs z. B.

$$-\frac{dx}{dt} = \beta \frac{x}{t^2}$$

als Integral hat

$$x = C \cdot e^{\frac{\beta}{t}}$$

also für $t = \infty$ $x = C$,

so könnte man auf die Vermuthung fallen, Nachwirkung und Ueberschreitung der Elasticitätsgränze vereinigen sich in eine Formel wie

$$-\frac{dx}{dt} = \frac{\alpha x}{t + \alpha t^2}$$

deren Integral ist

$$x = C\left(a + \frac{1}{t}\right)^{\alpha}.$$

Mit positiver Bestimmtheit läfst sich freilich nicht behaupten, dafs $a = 0$ wird, aber jedenfalls wird es so klein, dafs man die Nachwirkung praktisch als einen *von der Elasticitätsgränze unabhängigen Vorgang* auffassen darf. Die Bewegungen scheinen, wenn die Ruhelage sich dauernd verändert hat, auf die neue Ruhelage bezogen werden zu

müssen und nach denselben Gesetzen zu erfolgen, wie sonst. Die genauere Untersuchung dieser Frage, welche bei den verschiedenen Ansichten über Elasticitätsgränze eine Beantwortung verdient, mufs vorbehalten bleiben.

Eine fernere Veranlassung, die Nachwirkung und Elasticitätsgränze theoretisch aus einander zu halten, liegt in dem *Temperatureinfluſs*. Während nämlich erstere mit wachsender Temperatur bedeutend zunimmt (vergl. Abschnitt VI), scheint letztere innerhalb der angewandten Gränzen davon ziemlich unabhängig [1]).

Die vorstehenden Bemerkungen sind übrigens als provisorische zu betrachten, da die Resultate über die Elasticitätsgränze, welche neben dem Hauptzweck erhalten worden sind, erst geordnet werden müssen. Sie werden vielleicht zur Aufklärung mancher Punkte beitragen können, da sonstige Beobachtungen, soweit mir bekannt ist, die Nachwirkung nicht berücksichtigt haben. Insbesondere läfst sich die Ansicht Wertheim's, dafs eine bestimmte Gränze gar nicht existire [2]), offenbar nicht anders bestätigen oder widerlegen, als wenn man die Nachwirkung genau von den dauernden Veränderungen trennt, was bei seinen Messungen nicht der Fall gewesen zu seyn scheint. Verwechselt er aber beide Vorgänge, so *mufs* er zu der Ansicht gelangen, dafs die kleinste Gestaltsänderung, wenn sie einige Zeit wirkt, eine dauernde Verschiebung zur Folge hat.

Leider entbehren Wertheim's Resultate, wie auch Poggendorff in einer Anmerkung sagt, der Feinheit, welche durch andere Methoden oder andere untersuchte Körper erreichbar ist. Warum anstatt des Kathetometers nicht eine Fühlung mit Spiegel angewandt wurde, vermag ich nicht einzusehen; und da die Versuche nach Material und Vollständigkeit einzig in ihrer Art seyn dürften, so ist sehr zu bedauern, dafs nicht diese leicht zu erreichende Verfeinerung der Beobachtungsweise sie zu weiteren Schlufsfolgerungen brauchbar macht.

1) Vergl. auch diese Ann. Ergänzungsbd. II, S. 56.

2) Diese Ann. Ergänzungsbd. II, S. 56 und 70.

V. Bestätigung der früher aufgestellten Gesetze.

Es ist zunächst durch Mittheilung einer ausführlichen Reihe zu zeigen, dafs die Formel (III), welche früher für einen *Messingdraht* bestätigt worden ist, auch auf den *Silberdraht* eine sehr gute Anwendung findet. Der Draht hatte während *einer Minute* eine *Torsion von* 180 *Grad* erlitten. Die *Temperatur* dabei war $= +24°,1$ C. Die erste Reihe der folgenden *Tabelle* enthält die Zeit, von dem Aufheben der Torsion an gerechnet, in Minuten, fast immer den Augenblick eines Durchgangs durch den vollen Scalentheil; die zweite den zugehörigen Abstand von der wahren Gleichgewichtslage nach der Beobachtung, und die dritte denselben nach der Rechnung, wenn für die Constanten die mit kleinsten Quadraten berechneten Werthe

$$c = 20{,}853 \qquad \alpha = 0{,}1161$$

zu Grunde gelegt werden. Die *gröfste vorkommende Differenz* beträgt ein Drittel des Scalentheils, einen Winkel von noch nicht 15″; der *wahrscheinliche Fehler* ist 0,14 Scalentheil $= 5″,9$. Wenn man anstatt der angenommenen Ruhelage, welche am fünften Tage von dem Spiegel unverändert angezeigt wurde, eine etwas andere substituirte, wenn man annähme, dafs von da an noch eine kleine Bewegung erfolgt ist, so würden die Unterschiede noch geringer ausfallen.

Tabelle II.

t	x beob.	x berechn.	t	x beob.	x berechn.
0,450	28,9	29,07	2,68	13,9	13,84
0,483	27,9	28,23	3,17	12,9	12,90
0,533	26,9	27,10	3,80	11,9	11,97
0,590	25,9	25,97	4,63	10,9	11,03
0,650	24,9	24,95	5,80	9,9	10,06
0,725	23,9	23,85	7,42	8,8	9,06
0,816	22,9	22,69	9,83	7,8	8,06
0,908	21,9	21,71	13,75	6,8	7,01
1,02	20,9	20,68	20,2	5,8	5,97
1,15	19,9	19,67	32,0	4,8	4,93
1,30	18,9	18,69	57,0	3,8	3,88
1,48	17,9	17,71	100	2,9	3,07
1,69	16,9	16,76	440	2,0	1,66
1,96	15,9	15,76	1325	1,3	1,05
2,27	14,9	14,83	3620	0,4	0,70

Digitized by Google

Es genüge hier dieſs eine Beispiel, da bei anderen Gelegenheiten eine gröſsere Zahl anderer aufgeführt werden muſs. Alle diese einzelnen Nachwirkungen nehmen einen *ähnlichen* Verlauf, d. h. für alle stellt sich der Exponent α fast gleich heraus, weswegen man diese Constante, die einzige, welche in der Differentialgleichung vorkommt, mit Recht den *Coëfficient der Nachwirkung* für den Silberdraht nennen kann. Als charakteristisch für unsern Draht ist die Beobachtung der Tab. II in Fig. 2 Taf. IV für die ersten 50 Minuten graphisch dargestellt.

Nur, wenn die Dauer der Torsion, oder vielleicht überhaupt, wenn die Gröſse der Nachwirkung eine gewisse Gränze übersteigt, wird diese Einfachheit nicht mehr angetroffen. Dann nämlich genügt der Ausdruck III nicht mehr, sondern man muſs auf II zurückgreifen (S. 9)

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n} \qquad x = C \cdot e^{-\alpha t^m}.$$

Es wird dann m nicht mehr gleich Null, sondern gröſser, also $n < 1$, und zwar steigt diese Abweichung mit der Torsionsdauer, also auch mit der Gröſse der Nachwirkung.

Es findet sich nämlich für drei Reihen mit der Torsionsdauer 120, 300 und 600 Secunden:

Dauer	C	a	m	α	n
120″	2170,3	4,626	0,069	0,321	0,931
300″	280,9	1,935	0,151	0,293	0,849
600″	158,6	1,096	0,215	0,236	0,785.

Stellt man hiernach Beobachtung und Rechnung zusammen, so erhält man die folgende Tabelle, in welcher übrigens, weil noch kein fester Spiegel angewandt wurde, nur die ersten Decimalen des Scalentheils mitgetheilt werden.

Digitized by Google

Tabelle III.

Torsionsdauer =	120″		300″		600″	
	x		x		x	
t	beob.	berechn.	beob.	berechn.	beob.	berechn.
0,166..	38	41,5			74	74,8
0,2			58	61,6		
0,33 ..	33,6	34,0	53,5	54,6	65,9	66,7
0,4	32,0	32,2	51,5	52,1	64,1	64,5
0,5	30,0	30,1	48,9	49,2	61,6	61,7
0,7	27,2	27,1	45,1	44,9	57,7	57,4
1,0	24,3	24,2	41,3	40,6	53,4	53,0
1,5	21,3	21,2	36,7	35,9	48,4	47,9
2,0	19,3	19,3	33,6	32,8	44,8	44,4
3	16,7	16,8	29,1	28,6	40,0	39,6
5	13,9	14,0	23,8	23,8	33,7	33,7
7	12,4	12,4	20,8	20,9	29,9	30,0
10	11,0	10,9	17,9	18,1	26,0	26,2
15	9,2	9,3	15,1	15,3	22,0	22,3
20	7,9	8,3	13,4	13,4	19,6	19,7
30	7,0	7,1	11,1	11,1	16,4	16,3
50			8,9	8,5	12,6	12,5
80			7,2	6,6	10,5	9,5

Bei den Versuchen von Weber über *Ausdehnung* scheint auch bei Nachwirkungen von sehr grofsem Betrage die Complication der Gesetze nicht einzutreten, und sie hat demnach *vielleicht* in Vorgängen ihren Grund, welche der Torsion eigenthümlich sind, und durch welche eine Störung der Grundgesetze eintreten mag, sobald die Verschiebungen eine gewisse Gröfse überschreiten. Sehen wir wenigstens zu, in wie weit eine Gesetzmäfsigkeit hierbei nachzuweisen sey.

Mit wachsender Torsionsdauer wird α und n kleiner[1]). α mufs > 0 bleiben, n scheint einer Gränze sich zu nä-

1) Es ist demnach wahrscheinlich, dafs auch für Tab. VI, VII, VIII der früheren Arbeit kleinere Werthe von m als 0,25 entsprechender wären; doch ist die Beobachtungsmethode dort nicht empfindlich genug, um dieſs mit Sicherheit zu entscheiden. (Diese Ann. Bd. 119, S. 346 und 354.)

Digitized by Google

hern; denn wir werden später für die viel gröfsere Dauer von 9 Stunden = 32400 Sec. finden,

$$\alpha = 0{,}0420 \qquad n = 0{,}652.$$

Zwischen α und n wird eine bestimmte Relation bestehen, welche nach den obigen Zahlen eine sehr einfache Form haben könnte. Man sieht nämlich, dafs beide Gröfsen sich nahezu um denselben Werth ändern. Führt man für den Normalwerth von α, wie er der Tab. II entspricht, einen etwas anderen $\alpha = 0{,}388$ ein, der als Mittel aus vielen Versuchen gefunden ist (vgl. Abschn. VI), so hat man

$\alpha =$	0,388	0,321	0,293	0,236	0,042
$n =$	1,000	0,931	0,849	0,785	0,652
$n - \alpha =$	0,612	0,610	0,556	0,549	0,610.

Die gleichmäfsige Abnahme beider Zahlen kann ein ganz allgemeines Gesetz seyn. Da $\alpha > 0$ bleiben mufs, so würde damit übereinstimmen, dafs $n = 0{,}652$ dem Gränzwerth schon nahe kommt, welcher demnach vorausbestimmt werden kann, indem man den Coëfficient der Nachwirkung von 1 abzieht.

Die Constanten zu Tab. III sind übrigens nicht streng mit kleinsten Quadraten bestimmt, sondern zuerst ist m oder $(1 - n)$ aus mehreren Drillingen von Werthen, deren Zeiten sich wie 1 : 5 : 20 verhalten, berechnet, und das Mittel genommen. Mit a wurde ähnlich verfahren, und nur C ist schliefslich mit kleinsten Quadraten bestimmt. Dabei darf nicht verschwiegen werden, dafs mit der Entfernung vom Nullpunkt der Zeit m abzunehmen scheint, so, dafs es z. B. bei der Reihe mit der Dauer 600 Sec. gefunden wird aus den Zeiten

$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{20}{3}$	Min.	$m = 0{,}277$
3	15	60	Min.	$m = 0{,}139.$

Es ist also durch das Vorhergehende das vollständige Gesetz für den Fall, dafs $n < 1$ wird, noch nicht gefunden.

Insbesondere mufs für den allerersten der Beobachtung entgangenen Theil der Bewegung eine Modification eintreten, die wahrscheinlich in einem anderen Werthe für m (oder n) bestehen wird. Bei Anwendung der Formel III, welche für kleinere Nachwirkungen stattfindet und spätere

Digitized by

Zeiten mit vortrefflicher Uebereinstimmung darstellt, wird die für die Zeit 0 berechnete Ablenkung unendlich; und nach der Exponentialformel, worin sie durch C dargestellt wird, desto gröfser, je kleiner die Dauer der Torsion war, während das Umgekehrte stattfinden müfste.

Wahrscheinlich ist m und n abhängig von der zur Zeit vorhandenen Ablenkung aus der wahren Ruhelage.

Man sieht indessen, wie der zu Grunde gelegte Mittelwerth den Beobachtungen von 20″ an recht gut entspricht. Die Zahlen für 10″ machen keinen Anspruch auf Genauigkeit, aber hier scheint, wie nach dem Vorigen zu erwarten, die Berechnung bereits etwas gröfser als die Beobachtung zu werden.

VI. Temperatur und elastische Nachwirkung.

Eine Anzahl von Beobachtungen, zur Vergleichung mit einander bestimmt, machte Anfangs Schwierigkeit, weil die späteren Reihen kleinere Werthe zu ergeben schienen; bis einige Versuche, zufällig in sehr niederer *Temperatur* angestellt, einen Einfluſs der letzteren argwöhnen lieſsen. In der That ergab die genauere Durchsicht der schon gewonnenen Resultate, bei denen zu einem anderen Zwecke die Temperatur mittels eines in den Kasten gehängten Thermometers notirt war, diesen Einfluſs als sehr erheblich sowohl, wie als sehr regelmäſsig. Anfangs war zufällig in höherer Temperatur gearbeitet als später.

Mit der letzteren aber *wächst* die Nachwirkung, und zwar so, daſs sie bei der angewandten Beobachtungsweise bei $+21^{\circ}$ C. etwa den doppelten Werth hat wie bei 0°, und daſs in den zwischenliegenden Graden nahezu *Proportionalität* zwischen der Zunahme von Temperatur und Nachwirkung stattfindet.

Zur Feststellung der hierher gehörigen Gesetze konnte ein Theil der früheren Beobachtungen benutzt werden, und aufserdem wurden zu diesem Zwecke allein mehrere Versuche angestellt. Bei allen sind die Verhältnisse aufser der Temperatur dieselben geblieben, nämlich *der Torsions-*

Digitized by Google

winkel betrug 180°, *die Dauer der Torsion eine Minute* (vergl. S. 12).

Die Temperaturen differiren von + 3°,5 bis 33°,4 C., die höchsten durch Einheizen an warmen Sommertagen hervorgebracht. Bei der Feststellung der schliefslichen *Ruhelage* wurde, um möglichst gleichmäfsig zu verfahren, aus den Beobachtungen über den zweiten Tag hinaus das Mittel genommen. Bei der Reihe mit der Temperatur 28°,4 war nur einen Tag lang beobachtet, deswegen ist die Ruhelage bestimmt, indem die letzte Beobachtung um einen Scalentheil geändert ist, was ungefähr den andern Curven entspricht.

Um die Resultate übersichtlich zusammenstellen zu können, sind alle Reihen nach der Formel

$$x = \frac{c}{t^{\alpha}}$$

berechnet, deren Coëfficienten mit kleinsten Quadraten bestimmt sind. (In der Exponentialformel wurde m stets sehr nahe gleich Null und zwar nach + und — schwankend gefunden.)

Wie früher bemerkt, sind dieser Bestimmung nur *einzelne* beobachtete Werthe zu Grunde gelegt, aber um Willkür auszuschliefsen bei allen Reihen, wo es möglich war, die entsprechenden; nämlich, von dem Aufhören der Torsion an gerechnet, die Zeiten

0′,33 .. 1′ 3 9 27 81 243 727′

nach einer geometrischen Reihe geordnet. Dafs diese Berechnungsweise ausreichend genau ist, zeigt der Vergleich der Coëfficienten c und α in No. 9 folg. S. mit den Werthen, welche für dieselbe Reihe früher durch ausführlichere Rechnung gefunden sind (S. 212). Die erste Zeit von 20 Secunden konnte nur dann zugezogen werden, wenn die Schwankungen bis dahin hinlänglich beruhigt waren. In höherer Temperatur verging, offenbar deswegen, weil das dünnflüssigere Oel einen geringeren Widerstand entgegensetzte, hierzu eine längere Zeit. In diesen Fällen ist 0′,5 resp. einmal 0′,75, die erste zur Rechnung benutzte

Zeit. Dafs ebenfalls die spätesten Zeiten zuweilen nicht in Betracht gezogen werden konnten, braucht nicht motivirt zu werden.

Die folgende Tabelle giebt zunächst die Werthe der Coëfficienten mit den zugehörigen Temperaturen, wobei noch zu bemerken, dafs die *chronologische Reihenfolge* ist

5. 4. 2. 3. 1. 6. 8. 7. 9. 10. 11.

und dafs die ersten 5 von diesen ohne festen Spiegel beobachtet worden sind.

No.	Temp.	c	α
1	+ 3°,5 C.	10,73	0,409
2	4 ,0	11,05	0,403
3	5 ,3	11,84	0,391
4	13 ,5	16,71	0,368
5	13 ,8	17,82	0,364
6	18 ,0	16,28	0,407
7	19 ,8	19,34	0,351
8	22 ,3	20,13	0,407
9	24 ,1	20,74	0,414
10	28 ,4	24,04	0,421
11	33 ,4	30,68	0,463

Die mit diesen Constanten berechneten Curven stimmen mit den beobachteten sehr gut. Sie werden nachher mit einer kleinen Correction mitgetheilt werden.

Man sieht hieraus, wie c mit der Temperatur *zunimmt* und bei 33°,4 etwa den *dreifachen* Werth hat, wie bei 3°,5, wie dagegen α wenigstens bis zu 22°,3 um einen *Mittelwerth* schwankt. Für 3°,5, 4°,0, 18°,0, 22°,3 ist der Werth nahezu gleich, ebenso für 13°,5, 13°,8 und 19°,8. Erst bei 24°,1 scheint ein regelmäfsiges Steigen mit der Temperatur zu beginnen. Der kleinste Werth ist bis dahin 0,351, der gröfste 0,409, und man wird mit Wahrscheinlichkeit sagen, dafs das Mittel aus allen, $\alpha = 0{,}3875$ eine Gröfse ist, von welcher sich die einzelnen Zahlen wegen zufälliger Umstände entfernen.

Digitized by Google

c scheint, ebenfalls in den ersten 8 Nummern, im Ganzen *gleichmäfsig* mit der Temperatur zu *wachsen*, denn die Ungleichheiten und ein Rücksprung sind so klein, dafs sie sich durch Beobachtungsfehler erklären lassen; und zwar wohl grofsentheils durch falsch bestimmte *Ruhelagen*, an denen sich noch eine sehr wesentliche *Correction* anbringen läfst. Man sieht nämlich bei der graphischen Aufzeichnung von c und α auf den ersten Blick, dafs bis zu 17°,8 einem zu grofsen c ein zu kleines α entspricht, und umgekehrt. Berechnet man c unter Voraussetzung der Proportionalität mit der Temperatur und stellt die Differenzen mit der Abweichung von α vom Mittel zusammen, so erhält man

No.	c	c ber.	Diff.	Diff. von α
1	10,7	11,1	— 0,4	+ 0,021
2	11,1	11,3	— 0,2	+ 0,016
3	11,8	12,0	— 0,2	+ 0,004
4	16,7	16,0	+ 0,7	— 0,019
5	17,8	16,1	+ 1,7	— 0,024
6	16,3	18,2	— 1,9	+ 0,019
7	19,3	19,1	+ 0,2	— 0,037
8	20,1	20,3	— 0,2	+ 0,019

Hier spricht sich der erwähnte Umstand deutlich in dem Vorzeichen aus; und dafs ein Fehler in der angenommenen Ruhelage der Grund der Unregelmäfsigkeiten ist, wird dadurch wahrscheinlich gemacht, dafs wirklich eine zu hoch angenommene Ruhelage (wo bei dem betreffenden Scalentheil die Gleichgewichtslage in Wirklichkeit noch nicht erreicht ist) c zu klein und α zu grofs machen *mufs*, und umgekehrt.

Unter dieser Voraussetzung bietet sich ein erwünschtes Mittel, die Resultate zu corrigiren, indem man annimmt, dafs der Mittelwerth $\alpha = 0{,}3875$ der richtige ist, und indem man diejenige Abänderung der Ruhelage nach kleinsten Quadraten bestimmt, bei welcher die Uebereinstimmung mit diesem Werthe von α am vollkommensten wird.

Digitized by Google

Man substituirt also die Formel

$$\delta + x = \frac{c}{t^{0,3875}}$$

und bestimmt δ und c.

Dann findet man

Tabelle IV.

No.	Temp.	δ	c	c ber.	Diff.
1	+ 3°,5	+ 0,47	11,27	11,32	+ 0,05
2	4 ,0	+ 0,37	11,48	11,60	+ 0,12
3	5 ,3	+ 0,12	11,98	12,16	+ 0,18
4	13 ,5	— 0,57	16,05	15,88	— 0,17
5	13 ,8	— 0,63	17,22	16,02	— 1,20
6	18 ,0	+ 0,32	16,65	17,96	+ 1,31
7	19 ,8	— 0,93	18,31	18,75	+ 0,44
8	22 ,3	+ 0,52	20,72	19,90	— 0,82

Die Reihe c berechnet ist erhalten nach der Formel:

$$c = 0{,}4540 \,.\, \tau + 9{,}786.$$

Die genauere Betrachtung zeigt, dafs allerdings eine Verbesserung in der Uebereinstimmung durch diese Correction erreicht wird, und dafs die letztere auch hiernach berechtigt seyn dürfte. Die gröfste Differenz $= + 1{,}31$ Scalentheile fällt in den Bereich der Beobachtungsfehler.

Damit ist erwiesen, dafs man *praktisch* innerhalb der Gränzen + 3°,5 und + 22°,3 die *Proportionalität mit der Temperatur* annehmen kann.

Es möge nun eine Tabelle folgen, welche eine Zusammenstellung von Beobachtung und Rechnung giebt, nachdem an No. 1 bis 8 die Correction angebracht ist; und zwar werden zur Controle Zeiten eingeschoben werden, welche zur Rechnung nicht mit benutzt sind. Man wird die Uebereinstimmung derartig finden, dafs an der Richtigkeit der angenommenen Formel (III) (S. 10) nicht zu zweifeln ist. Wo der Schwankungen oder sonstiger Umstände wegen die Beobachtungen unsicher sind, ist diefs durch Weglassen der zweiten, zuweilen auch der ersten Decimale in der Columne Beob. angezeigt. Mit Ausschlufs dieser Werthe stellt sich der *wahrscheinliche Fehler der einzelnen Beobachtung* auf 0,12 Scalentheile $= 5''{,}1$.

Digitized by Google

No. 9 noch einmal zu geben, erscheint überflüssig, da die Beobachtung schon in Tab. II ausführlich enthalten ist, und die Berechnung unwesentlich abweichen würde.

Die unvollkommenste Uebereinstimmung zeigt No. 11; jedenfalls aus dem Grunde, weil die anfängliche Temperatur bald niedriger geworden ist[1]). Deswegen sind der Rechnung nur die Zeiten bis 81 Minuten zu Grunde gelegt. In der That mufs, wie sich später ergeben wird, die niedrigere Temperatur Abweichungen in dem beobachteten Sinne zur Folge haben.

Tabelle V.

Zeit	1. +3°,5		2. +4°,0		3. 5°,3		4. 13°,5		5. 13°,8	
	beob.	ber.	beob	ber.	beob.	ber.	beob	ber.	beob.	ber.
0',25	19,0	19,3	19,5	19,6	20,1	20,5	26	27,5	28	29,5
0,33	17,17	17,25	17,49	17,37	18,22	18,33	23,8	24,58	25	26,4
0,5	14,92	14,74	15,27	15,01	15,84	15,67	20,90	21,00	22,40	22,53
0,7	13,20	12,94	13,40	13,18	14,00	13,75	18,65	18,43	19,50	19,77
1,0	11,43	11,27	11,62	11,48	12,17	11,98	16,26	16,05	17,16	17,22
1,5	9,72	9,63	9,94	9,81	10,35	10,23	13,88	13,72	14,76	14,71
2,0	8,66	8,61	8,85	8,77	9,25	9,15	12,32	12,27	13,30	13,16
3	7,33	7,36	7,49	7,50	7,82	7,82	10,45	10,49	11,33	11,25
5	5,94	6,04	6,11	6,15	6,37	6,42	8,46	8,60	9,28	9,23
9	4,73	4,81	4,87	4,90	5,05	5,11	6,75	6,85	7,40	7,35
15	3,87	3,95	3,97	4,02	4,17	4,19	5,58	5,62	6,00	6,03
27	3,15	3,11	3,17	3,20	3,30	3,34	4,53	4,48	4,71	4,80
50	2,6	2,47			2,6	2,63	3,21	3,53	3,78	3,78
81	2,3	2,05			2,3	2,18	2,6	2,92	2,8	3,14
150			1,6	1,65			2,4	2,30	2,7	2,47
243	1,7	1,34			1,4	1,43	1,6	1,91	2,4	2,05
400									1,9	1,69
729										

1) Der in dem 125. Bande dieser Annalen S. 626 beschriebene Apparat war freilich dazu bestimmt, die Temperatur beliebig und constant herzustellen, ist aber noch nicht benutzt worden, weil ein grofser Theil der Versuche bereits gemacht war, und weil die nothwendige Umstellung des Ganzen dem Silberdraht gefährlich werden konnte. Wenn, wie ich glaube, durch Ausbreitung der Wärmequelle Luftströmungen sich vermeiden lassen, so erlaubt der Apparat die Beobachtung unter einem ganz unbedeutenden Schwanken der Temperatur, welche man beliebig regeln kann.

Zeit	6. +18°,0		7. 19°,8		8. 22°,3		10. 28°,4		11. 33°,4	
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
0',25			31	31,3						
0 ,33	25,7	25,5	27	28,0	31,4	31,7				
0 ,5	21,87	21,78	23,94	23,95	26,92	27,10	31,8	32,2	41,5	42,3
0 ,7	19,19	19,12	21,21	21,02	23,97	23,79	28,25	27,93	36,0	36,2
1 ,0	16,72	16,65	18,50	18,31	21,02	20,72	24,54	24,04	30,88	30,68
1 ,5	14,22	14,23	15,73	15,64	17,97	17,71	20,70	20,27	25,74	25,43
2 ,0	12,68	12,73	14,00	13,99	15,96	15,84	18,24	17,96	22,56	22,26
3	10,65	10,88	11,84	11,96	13,55	13,54	15,22	15,14	18,54	18,45
5	8,59	8,92	9,63	9,81	11,00	11,10	12,10	12,21	14,31	14,56
9	6,92	7,11	7,67	7,81	8,70	8,84	9,40	9,54	10,58	11,09
15	5,66	5,83	6,35	6,41	7,04	7,26	7,77	7,69	8,20	8,76
27	4,66	4,64	5,12	5,10	5,67	5,78	5,90	6,01	6,46	6,67
50	3,68	3,66	4,0	4,02	4,44	4,55	4,0	4,64	5,04	5,01
81	3,14	3,03	3,43	3,33	3,85	3,77	3,50	3,78	4,82	4,01
150	2,67	2,39	2,77	2,63	3,15	2,97	2,95	2,92	4,4	3,02
243	1,89	1,98	2,37	2,18	2,59	2,47	2,57	2,38	3,6	2,41
400	1,78	1,63	1,86	1,80	2,0	2,03	1,9	1,93	2,2	1,91
729	1,47	1,29	1,27	1,42	1,5	1,61	1,4	1,50	1,7	1,45

Nachdem somit bewiesen ist, dafs sämmtliche Nachwirkungen in verschiedenen Temperaturen sich durch die Formel (III) darstellen lassen, und zwar mit gleichem Exponenten α, mögen noch einige Bemerkungen über das *Gesetz der Abhängigkeit des anderen Coëfficienten*, der Integrationsconstante, welche die zur Zeit 1 vorhandene Ablenkung aus der Gleichgewichtslage bedeutet, nachfolgen.

Will man die vorhin ausgeschlossenen Werthe von c, nämlich für 9, 10 und 11, ebenfalls unter das Gesetz der Proportionalität fassen, so ist wenigstens für 11 eine gröfsere Abweichung nicht zu verkennen. Nach den vorigen Constanten (S. 220) berechnet, würde nämlich

No.	Temp.	c	c ber.
9	24°,1	20,74	20,74
10	28 ,4	24,04	22,70
11	33 ,4	30,68	24,95

In der That aber würde die angenommene Proportionalität in ihrer allgemeinen Anwendung zur Folge haben, dafs mit — 21°,5 C. die Nachwirkung *gänzlich aufhörte*. Denn man kann die Formel (S. 220) auch schreiben

$$c = 0{,}4540\,(\tau + 21°{,}5).$$

Dieſs aber darf von vorne herein als höchst unwahrscheinlich bezeichnet werden. Ist es festgestellt, dafs die

Digitized by Google

Nachwirkung von Wärmevorgängen abhängt, ja wohl ganz durch sie bedingt wird, so läfst sich mit Wahrscheinlichkeit sagen, dafs sie erst auf Null kommen wird, wenn auch die Temperatur absolut Null geworden ist; oder für unsere Verhältnisse, dafs sie sich *mit abnehmender Temperatur asymptotisch der Null nähern wird.* Die Proportionalität wird daher nur eine Annäherung innerhalb der Gränzen der Beobachtung seyn.

Um das genaue, wenn auch vorläufig rein empirische Gesetz aufzustellen, genügen die Beobachtungen nicht. Ueber die Form, welche dieses haben wird, läfst sich im Allgemeinen soviel sagen, dafs es unabhängig seyn mufs von dem willkürlichen Nullpunkt der Thermometerscale und von der zufälligen Gradeintheilung, dafs die Werthe mit sinkender Temperatur asymptotisch abnehmen und mit steigender wahrscheinlich wachsen; vorausgesetzt natürlich, dafs man sich von den Gränzen einer Aenderung des Aggregatzustandes fern hält.

Die Willkür des Nullpunktes und der Grade verlangt zwei Constanten; den anderen Forderungen genügt eine Exponentialformel. Danach wäre die einfachste Form, welche das Gesetz haben könnte

$$c = k \,.\, m^{\tau}.$$

Um zu zeigen, wie weit hiernach eine Uebereinstimmung zu erreichen ist, mögen die Werthe c berechnet werden aus der Formel

$$c = 10{,}025 \,.\, 1{,}3804^{\tau}$$

Temp.	c	c ber.
+ 3,5	11,3	11,2
4,0	11,5	11,4
5,3	12,0	11,9
13,5	16,1	15,5
13,8	17,2	15,6
18,0	16,7	17,9
+ 19,8	18,3	18,9
22,3	20,7	20,5
24,1	20,7	21,8
28,4	24,0	25,0
33,4	30,7	29,4

Die Uebereinstimmung ist nicht schlecht, so dafs das Gesetz möglich wäre. Die Coëfficienten sind mit kleinsten Quadraten bestimmt. Fig. 3 Taf. IV enthält die graphische Darstellung dieser Zahlen, indem die Rechnung durch die Curve, die Beobachtung durch die einzelnen Punkte dargestellt wird.

Ob die Aenderungen von α, welche sich bei den letzten Beobachtungen zeigen, gesetzmäfsigen oder zufälligen Ursprungs sind, kann nicht sicher entschieden werden. Vielleicht aber, und das scheint sehr wohl möglich, sind sie in einer durch die erhöhte Temperatur selbst veranlafsten Aenderung des Drahtes begründet, denn vier auf dieselbe Weise wie die vorigen angestellte Beobachtungen, welche *nach No.* 11 erhalten worden sind, ergaben successiv

Temp.	c	α
$+20^{0},2$	16,9	0,463
16 ,9	15,0	0,453
14 ,9	14,7	0,423
16 ,3	14,8	0,421

Das erste α entspricht ungefähr dem für No. 11 gefundenen; sodann gehen die Werthe wieder herunter, so dafs es allerdings scheint, als ob die Torsion in hoher Temperatur eine Aenderung bewirkt hätte, welche allmählich wieder abnimmt. c ist, wohl im Zusammenhang damit, kleiner geworden, und es sind diese Beobachtungen deswegen absichtlich von den früheren fern gehalten. Uebrigens lassen sich auch diese vier c sehr nahe unter der Voraussetzung der Proportionalität mit der Temperatur, letztere von $-21^{0},5$ an gerechnet, darstellen.

Nach dem Vorigen ist nun die Frage aufzuwerfen, ob die für die Torsion $= 180^{0}$ und deren Dauer $= 1$ Min. gefundenen Gesetze auch für *andere Torsionen und Zeiten* gültig sind. In gleicher Ausführlichkeit liegen mir andere Reihen, die unter sonst gleichen Verhältnissen in verschiedenen Temperaturen beobachtet wären, nicht vor, und ich mufs mich deswegen darauf beschränken, nachzuweisen, dafs die vorhandenen diesen Gesetzen wenigstens nicht widersprechen.

Digitized by Google

Auch sie beziehen sich auf die Torsion 180°, deren Dauer aber 40 und 20 Secunden beträgt. Zunächst werde nachgewiesen, dafs auch hier die Curven in verschiedener Temperatur einander ähnlich sind, oder dafs die Exponenten denselben Werth haben; sodann, dafs die Coëfficienten c proportional der Temperatur wachsen, wenn diese von $-21°{,}5$ gerechnet wird. Die Vergleichung der Reihen kann hier jedoch nicht so vorgenommen werden, dafs man für jede die Coëfficienten berechnete, weil häufig die Ruhelage nicht bestimmt worden ist. Dagegen ist die Beobachtung wenigstens bis 20′ überall vorhanden, und deswegen mögen auf den dieser Zeit entsprechenden Scalentheil alle anderen bezogen werden. Wenn bei den verschiedenen Temperaturen die Proportionalität aller Differenzen von diesem Werthe oder die Aehnlichkeit der Curven bis dahin nachgewiesen ist, so darf man mit grofser Wahrscheinlichkeit annehmen, dafs auch der noch folgende kleine Theil der Bewegung (etwa $\frac{1}{5}$ der ganzen von 20″ an gerechnet) ähnlich verlaufen wird.

Es wurde daher nach kleinsten Quadraten die Zahl gesucht, mit welcher die Gröfsen *einer* Beobachtung zu multipliciren sind, um die *entsprechenden* der *anderen* Reihen zu geben. Diese Zahl ist zugleich das Verhältnifs der Coëfficienten c. Die als Norm angenommene Reihe findet sich in den folgenden Tafeln zuerst, dann folgen die beobachteten und berechneten Reihen für die anderen Temperaturen. Die Verhältnifszahl a ist unten angegeben.

Tabelle VI.

Dauer der Torsion 40″.

Zeit	Temp. $+13°{,}5$	$+5°{,}8$	
		beob.	ber.
0′,33	14,25	11,78	11,51
0 ,5	11,95	9,67	9,65
0 ,75	9,83	7,76	7,94
1 ,0	8,33	6,63	6,73
1 ,5	6,50	5,14	5,25

Digitized by Google

Zeit	Temp. +13°,5	+5°,8	
		beob.	ber.
2',0	5,34	4,22	4,31
3	3,90	3,10	3,15
5	2,55	2,01	2,06
7	1,72	1,38	1,39
10	1,17	0,87	0,94
			$a = 0{,}807$

Tabelle VII.

Dauer der Torsion 20″.

Zeit	+13°,1	+13°,5		+13°,8		+4°,0	
		beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
0',33	10,02			11,05	10,98	7,80	7,69
0,5	8,09	8,20	8,28	8,90	8,87	6,25	6,21
0,75	6,50	6,60	6,65	7,15	7,12	4,96	4,99
1,0	5,51	5,65	5,64	6,00	6,04	4,16	4,23
1,5	4,31	4,45	4,41	4,64	4,72	3,20	3,31
2,0	3,56	3,65	3,65	3,77	3,90	2,57	2,73
3	2,60	2,74	2,66	2,87	2,85	1,98	1,99
5	1,67	1,90	1,71	1,78	1,83	1,30	1,28
7	1,12	1,34	1,15	1,18	1,23	0,92	0,86
10	0,64	0,80	0,65	0,68	0,70	0,53	0,49
			$a = 1{,}024$		$a = 1{,}096$		$a = 0{,}767$

Da die gröfste vorkommende Differenz, abgesehen von dem ersten Werth in Tab. VI, welcher keinen Anspruch auf Genauigkeit machen kann, noch nicht $\frac{1}{5}$ Scalentheil beträgt, so ist die Aehnlichkeit der Curven und hiermit der constante Werth des Exponenten nachgewiesen[1]). Die drei ersten Reihen von Tab. VII haben sehr wenig verschiedene Temperatur. Die fast vollkommene Uebereinstimmung derselben ist geeignet, die ausgezeichnete Regelmäfsigkeit zu zeigen, welche in den Vorgängen der Nachwirkung herrscht, sowie die Brauchbarkeit des Silberdrahtes zu bestätigen. Zwischen denselben liegt eine Zeit von 20 Tagen, in welche eine grofse Anzahl von Beobachtungen fällt.

Jetzt werde versucht, die Verhältnifszahlen a, welche wie gesagt den Coëfficienten c in Formel (III) proportional sind, wie früher zu berechnen, nämlich

1) Vergl. Abschn. VII.

für 40″ $a = 0{,}0290 . (\tau + 21°{,}5$

für 20″ $a = 0{,}0298 . (\tau + 21°{,}5)$

Man erhält dann

für 40″

τ	a	a ber.
5°,8	0,81	0,79
13 ,5	1,00	1,02

für 20″

τ	a	a ber.
4°,0	0,77	0,76
13 ,1	1,00	1,03
13 ,5	1,02	1,04
13 ,8	1,10	1,05

Man sieht, wie in allen beobachteten Fällen angenommen werden kann, dafs *die Nachwirkung ähnlich verläuft, und ihre Gröfse der Temperatur von* — 21°,5 *an gerechnet proportional ist.*

(Schlufs im nächsten Heft.)

II. *Mineralogische Mittheilungen;* *von Prof. G. vom Rath in Bonn.*

(Fortsetzung von S. 46.)

Messungen.

Zu den folgenden Messungen bediente ich mich eines ausgezeichneten aus der Werkstatt des Hrn. Oertling in Berlin hervorgegangenen Mitscherlich'schen Reflexionsgoniometers. Ich benutze diese Gelegenheit um Hrn. Oertling wegen jenes trefflichen Instrumentes meine Anerkennung auszusprechen. Eine besondere Sorgfalt verwandte ich stets auf das Centriren der zu messenden Kante. Um dieſs möglich zu machen, ist bekanntlich das Ocular-Fernrohr des Instruments mit einer Linse versehen, durch deren Aufschiebung man den Krystall wie durch eine Lupe be-

trachten kann. Die grofse Mehrzahl der Messungen ist mit fast genau denselben Resultaten zu zwei verschiedenen Zeiten gemacht worden, während das Instrument eine neue Aufstellung erhalten hatte [1]). Wo eine nur kleine Abweichung der gemessenen Kante von dem berechneten Winkel sich ergab, versäumte ich nie jene Differenz dadurch zu constatiren, dafs ich den Theilkreis auf den berechneten Winkel einstellte, und mich in der Weise überzeugte, dafs die beobachtete Differenz weit aufserhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegt. Waren die Flächen sehr klein, so wurde als spiegelnder Gegenstand eine durch einen schmalen horizontalen Spalt fallende Lichtflamme benutzt. Diejenigen Winkel, welche mit zwei Fernrohren gemessen wurden, sind mit einem Sterne versehen. Bei jedem gemessenen Winkel ist die Differenz von dem berechneten angegeben; ist der erstere Winkel gröfser, so erhält die Differenzzahl das Zeichen +, ist sie kleiner, so erhält sie das Zeichen —. Wo zwei Winkel für eine Kante aufgeführt sind, gab eine der Flächen zwei Bilder. Als eine allgemeine Beobachtung der Messungen ist schon hier hervorzuheben, dafs sehr häufig die tautozonalen Flächen nicht im strengsten Wortsinne in einer Zone liegen. So liegen z. B. an dem Krystall, welcher in Fig. 9 Taf. I dargestellt ist, die Flächen *P*, *c*, *y* nicht genau in einer Zone. Stellt man nämlich *P* und *y* genau ein und dreht von *y* über *c* nach *P*, so weicht das Spiegelbild von *c* rechts im Sehfelde des umkehrenden Fernrohres ab.

A. Krystalle aus dem Dauphiné.

Kr. No. 1, derselbe an welchem die 5 Fundamental-Messungen ausgeführt wurden.

1) Für die mit solchen Messungen nicht Vertrauten mag es erlaubt seyn zu bemerken, dafs bei der schwierigen Orientirung in Bezug auf die meist sehr kleinen Flächen, bei der mühsamen Einstellung, namentlich bei Lampenlicht, den zwei Mal oft auch drei Mal wiederholten Messungen, die Bestimmung eines jeden der im Folgenden aufgeführten Kantenwinkel durchschnittlich kaum weniger als eine Stunde Zeit erfordert hat.

Digitized by Google

$e : m =$	135° 15′	Diff.	0′
$e : o =$	*140 50	D. +	3
$e : P =$	*134 39,5	D. −	1
$e : u =$	* 55 11	D. +	2
$e : z =$	109 9	D. +	14
$m : P =$	89 55,5	D.	0
$m : z =$	153 53	D. +	13
$o : P =$	107 48	D. +	4
$o : s =$	103 17	D.	0
$o : y =$	144 4,5	D. +	2,5
$o : z =$	124 51	D. +	3
$P : w =$	119 36	D. +	5
$P : x =$	* 49 29	D. +	4
$P : z =$	63 48	D. +	12
$r : x =$	139 6	D. −	9
$r : z =$	*161 42	D. +	3
$s : y =$	134 3,5	D. −	2,5
$u : \beta =$	168 12	D. −	12,5
$u : v =$	147 7,5	D. −	5,5
$u : y =$	*130 18	D. −	2
$v : w =$	137 51	D. +	6,5
$v : x =$	134 2	D. −	5
$x : y =$	150 10	D. −	3
$x : z =$	131 41	D. −	7,5
$y : z =$	124 41	D. −	10

An diesen bestausgebildeten unter allen mir zur Verfügung stehenden Krystallen schneiden sich die drei Flächen *e*, *m* und *P* genau, oder fast vollkommen genau, unteden durch die Rechnung verlangten Winkeln. Die Fläche *z* hat aber eine gestörte Lage (obgleich sie ein gutes, einfaches Bild giebt), indem die Kante $m : z$ nahe $\frac{1}{4}$° zu stumpf, die Kante $P : z$ nahe ebenso viel zu scharf ist. Diese Störung ist noch gröſser bei *r*; denn hätte dieſs seine normale Lage in jener Zone, so würde es gegen das gestörte *z* den Winkel 161° 26′ bilden. Derselbe beträgt indeſs, wie oben, 161° 42′. Während die drei Flächen *e*, *m*, *P* unter sich die richtige Lage zeigen, findet dasselbe nicht in dem-

Digitized by Google

selben Maafse statt gegen unser Primitivoctaïd *oxsu*. Auch in der Lage der anderen Flächen machen sich viele Störungen bemerkbar. Nicht einmal die Fläche *v*, der die ausgezeichnete Spaltbarkeit parallel geht, hat ihre richtige Lage, weder gegen *x*, noch in der Zone *u* : *v*. Alle obigen Messungen, mit Ausnahme von *u* : *β* sind als genau zu betrachten, d. h. sie mögen von der Wahrheit höchstens $1\frac{1}{2}'$ abweichen. Der Winkel *m* : *P* wurde über *e* gemessen. Wenn schon derjenige Krystall, welcher uns die Grundmessungen lieferte, eine so unregelmäfsige Lage der meisten abgeleiteten Flächen besitzt, so müssen wir auf noch gröfsere und allgemeinere Differenzen bei anderen Krystallen gefafst seyn. — Die Fläche *h*, welche die stumpfe Kante *P* : *l* abstumpft, wurde allein an diesem Krystall beobachtet, und aus der Zone *o* : *x* bestimmt. —

Kr. No. 2 Fig. 4 Taf. I, tafelförmig durch *r*, oberes Ende, mit den Flächen *s*, *u*, *x*, *y*, *P*, *w*, *l*, *o*, *g*. *s* ist gestreift parallel der Kante *s* : *P*, *l* und *u* parallel ihrer Combinationskante, *x* geknickt. Innere Sprünge laufen parallel der Spaltungsrichtung *v*, und verrathen eine zweite parallel *y*. Eigenthümliche Linien verlaufen über die Flächen *r*, *P*, *s*; sie ähneln gewissen Zwillingslinien, doch konnte ich ihre Lage nicht genau ermitteln.

o : *P* =	107° 52′,5	D. + 8′,5
o : *y* =	144 20	D. + 18
P : *w* =	119 36	D. + 5
P : *y* =	79 20	D. + 8
r : *w* =	115 44	D. + 2
u : *y* =	130 14,5	D. — 5,5
w : *y* =	123 7	D. + 5

Kr. No. 3, ein oberes Ende, trefflich ausgebildet, namentlich in der Zone *u* : *v*, zeigt aufserdem die Flächen *s*, *r*, *x*, *y*, *P*, *w*, *z*, *m*, *n*. Letztere Fläche ist hier in seltener Gröfse und Vollkommenheit entwickelt und zeigt den Kantenparallelismus *w* : *n* : *m* und *v* : *n* : *r*. Die Beschaffenheit der Flächen läfst die genausten Messungen zu.

$m : n$	= *129° 29′	D. — 2′
$m : P$	= * 90 5,5	D. + 1
$m : u$	= * 95 41,5	D. + 7,5
$n : r$	= 136 11	D. — 1
$n : v$	= *130 42	D. + 14,5
$n : w$	= *147 38	D. + 6,5
$P : w$	= 119 33,5	D. + 2,5
$P : x$	= 49 29	D. + 4
$s : u$	= 151 56	D. — 7
$s : v$	= *125 32,5	D. — 9
$s : x$	= 163 52,5	D. — 0,5
$u : v$	= *147 11,5	D. — 1,5
$u : x$	= *149 23	D. — 4
$v : w$	= *137 54,5	D. + 10
$v : x$	= *133 58	D. — 9
$w : x$	= * 99 54	D. — 1

Um die Sicherheit meiner Messungen zu controliren, berechnete ich aus den vier an diesem Krystall gemessenen Kanten $u : v$, $v : w$, $v : x$, $w : x$ die Kante $u : x = 149° 23′ 20″$, also genau wie oben gemessen. Auch hier stimmen in derselben Zone einzelne Kanten mit dem Ergebnisse der Rechnung überein, während andere abweichen, so in der Zone $x : v : n : r$ oder $u : v : w : P$. Eine besondere Erwähnung verdient, dafs die Kante $s : x$, welche im Allgemeinen zu den veränderlichsten gehört, hier genau übereinstimmt mit der am Kr. No. 1 gemessenen. Auch der Werth für $m : P$ stimmt überein, wodurch es uns verwehrt wird, jene Abweichung vom rechten Winkel etwa als eine blofse Störung zu betrachten. Es scheint durch Sprünge eine Spaltbarkeit parallel w angedeutet.

Kr. No. 4, unteres Ende, mit herrschenden Flächen P, r, u; s, x, $h^{\frac{3}{2}}$, m, e, o; u ist gestreift parallel $u : P$.

$e : m$	= 135° 16′,5	D. + 1′,5
$e : o$	= 140 47	D. 0
$e : P$	= 134 39	D. — 1,5
$h^{\frac{3}{2}} : u$	= 175 56	D. + 20
$m : P$	= 89 55,5	D. 0

$o : P =$	107° 46′	D. +	2′
$o : u =$	94 24	D. +	2
$o : x =$	118 12	D. +	3
$P : r =$	134 49,5	D. +	4,5
	135 0	D. +	15
$P : s =$	147 31	D. +	52
$P : x =$	130 27	D. —	8
	31	D. —	4
$s : o =$	102 23,5	D. —	59
$s : x =$	162 54	D. —	53,5

$m : P$ wurde über e gemessen. Während die Mehrzahl der Flächen eine gute Uebereinstimmung mit den berechneten Winkeln ergiebt, namentlich in der Zone $P : r : m : e$ die geringe Abweichung vom rechten Winkel sich bestätigt, ebenso das trefflich ausgebildete o, sowie auch u eine fast normale Lage besitzen, ist s, wenngleich es ein gutes und einfaches Bild giebt, in hohem Grade gestört, indem diese Fläche eine viel zu stumpfe Kante mit P und eine um nahe 1° zu wenig stumpfe Kante mit o und x bildet. Die abnorme Lage der Fläche zeigt sich schon der Beobachtung durch den fehlenden Kantenparallelismus auf s. Die beiden Kanten $s : r$ und $s : u$ convergiren nämlich gegen die Fläche x. Es möchte dieſs eine der gröſsten Störungen seyn, welche am Axinite unter den durch Zonen verbundenen Flächen sich findet. Die Fläche $h^{\frac{9}{4}}$ (welche von Des Cloizeaux zuerst angegeben wurde) konnte nur annähernd gemessen werden.

Kr. No. 5 Fig. 5 Taf. I. Dieses nur etwa Eine Linie groſse Krystallbruchstück verdient wegen seiner eigenthümlichen Ausbildung ein besonderes Interesse; es finden sich an demselben meſsbar die beiden seltenen Flächen f und g; das bei Dauphinéern seltene c ist nicht meſsbar. Auch ist es ungewöhnlich, daſs die scharfe Kante $r : x$ nicht abgestumpft ist. An diesem Krystall, welchen Fig. 5 vollkommen treu in der relativen Flächenausdehnung darstellt, wurden f und g zuerst durch Zonen bestimmt: $m : g : f : y$; $r : g : o : f : o : P$. Danach wurden sie in die Linearprojection eingetragen und ihre Formeln wie oben ermittelt. Zone $m : o : c : w$.

Digitized by Google

Wegen der Kleinheit der Flächen mufste bei Lampenlicht gemessen werden.

$f : g =$	169° 25′,5	D. + 2′,5
$f : y =$	157 49	D. — 1,5
$g : y =$	147 13	D. — 0,5
$m : P =$	89 51	D. — 4,5
	49	D. — 6,5
$m : y =$	123 3	D. + 1
$P : r =$	134 36	D. — 9
	48	D. + 3
$P : y =$	79 20,5	D. + 8,5
$r : w =$	115 49	D. + 7
	115 57	D. + 15
	116 8	D. + 26
$r : y =$	58 58,5	D. + 14
$w : y =$	123 11,5	D. + 9,5
$x : y =$	150 13	D. 0

Eine sehr gute Uebereinstimmung mit den Resultaten der Rechnung ergiebt die Zone $m : g ; f : y$. Die Abweichung der Kante $m : P$ (welche wiederum über e gemessen werde) bestätigt sich auch hier, und zwar in demselben Sinne. Die Flächen w und P geben in gewissen Richtungen mehrfache Bilder.

Kr. No. 6, unteres Ende, herrschend s, u, r, P; auf der Hinterseite bilden P und r allein die Begränzung, welche Flächen hier mit Regenbogenfarben angelaufen sind. x, i, v, w, l, α, z, m, n; s, obgleich eben und glatt, giebt ein etwas verwaschenes Bild. Der Fläche n scheint eine Spaltbarkeit parallel zu gehen.

$\alpha : l =$	171° 21′	D. + 23′
$\alpha : u =$	172 34	D. — 54
$l : u =$	163 55	D. — 31
$m : x =$	115 34,5	D. + 35,5
	114 57	D. — 2
$n : P =$	112 43,5	D. + 10
$n : u =$	104 45,5	D. + 7
$n : v =$	130 34,5	D. + 7

$s : u =$	152	6,5	D. + 3,5
$s : x =$	163	46,5	D. — 6,5
		50,5	D. — 2,5
$u : v =$	147	11	D. — 2
$u : x =$	149	23	D. — 4
$v : x =$	134	2	D. — 5

Da die Kante $s : u$ etwa 1,5 Linie lang ist, so wurde sie noch an zwei anderen Punkten gemessen (der obige Werth war nahe der Ecke sux erhalten), in der Mitte 152° 1′,5 und am untern Ende (nahe P) = 152° 0′. α und l obgleich von guter Beschaffenheit (so dafs sich ihre Lage bis auf ± 1′,5 bestimmen läfst) sind in hohem Grade gestört. Für diese Flächen besser stimmende Formeln zu berechnen, möchte ein vergebliches Bemühen seyn, da durch unbekannte Störungen die Lage der die stumpfe Kante $P : u$ abstumpfenden Flächen oft so verändert wird, dafs letztere nicht mehr den allgemeinen krystallographischen Gesetzen gehorchen. Auf m zwei Bilder; dasjenige, welches für $m : x$ einen der Rechnung nahekommenden Werth ergiebt, ist äufserst schwach; das andere deutlich.

Kr. No. 7, Fig. 6 Taf. I, ist nur begränzt von Flächen aus zwei Zonen r, x, v, n, und z, m, P (wozu als eine äufserst kleine Abstumpfung der Kante $v : P$ noch w hinzutritt). Diese charakteristische Form kommt häufig auch den Axiniten der sächsischen Fundorte zu. m matt, x zeigt höchst feine wellenförmige Erhabenheiten, ähnlich denen die man auf verschiedenen Flächen des Quarz oder des Kalkspaths häufig findet.

$n : r =$	136°	9′	D. — 3′
$n : v =$	130	42	D. + 15
		23	D. — 4
$n : x =$	84	51	D. + 16,5
$P : r =$	45	48	D. + 33
$P : x =$	49	38	D. + 13
$P : z =$	63	40	D. + 4,5
$r : x =$	138	53	D. — 20
$r : z =$	162	10	D. + 31

Die Bildung dieses Krystalls ist demnach eine sehr gestörte, besonders in der Zone $r : s : P$. n weicht sehr merkbar aus der Zone $r : n : v$ ab; und zwar erscheinen beide Bilder auf n nach derselben Seite verschoben.

Kr. No. 8 Fig. 7 Taf. I, einer der herrlichsten Krystalle der Sammlung. Die Flächen, besonders die kleineren, geben die untadeligsten Bilder, und lassen sich deshalb aufs Schärfste messen. s, r, x, y, P, w, o, f, g, n, k, d, (letztere beide in der Figur nicht gezeichnet). Eine äufserst schmale lineare Abstumpfung ζ liegt zwischen o und g, und fällt zugleich in die Zone $f : x$. Demnach erhält diese in obigem Verzeichnisse nicht aufgeführte, weil nicht mefsbare, Fläche das Zeichen

$$\zeta = (a : \tfrac{5}{3} b' : \tfrac{5}{8} c) \text{ oder}$$
$$(\tfrac{1}{3} a : \tfrac{1}{3} b' : \tfrac{1}{8} c).$$

Auf Naumann's Grundform bezogen wird die Formel für ζ folgende:

$$(a' : \tfrac{1}{3} b : \tfrac{1}{5} c)$$

diese Fläche fällt in zwei weitere Zonen:

$$c : t \text{ und } q : m.$$

Die neue Fläche k stumpft die Kante $n : w$ ab, sie ist matt und konnte hier noch nicht bestimmt werden.

Der Fläche d begegnen wir hier zum ersten Male, sie wurde bestimmt durch die beiden Zonen $w : r$ und $n : P$. x ist die am besten ausgebildete Fläche, demnächst P, g, w; o und f geben wegen ihrer Kleinheit nur lichtschwache Bilder. d nicht mefsbar, ebenso n; y ist gebrochen parallel der Kante mit f, die beiden Flächenhälften bilden den Winkel 179° 20'; ebenso giebt P mehrere Bilder

$f : g$	= 169° 19'	D. — 4'
$f : o$	= 154 56	D. + 2
$f : x$	= 141 20	D. — 0,5
$g : o$	= 154 40	D. — 4,5
$g : r$	= 135 27	D. — 1
$g : x$	= 134 7	D. — 3,5
$g : y$	= 147 10	D. — 3,5
$g : P$	= 84 46	D. + 4,5

$o : P =$	107 50	D. + 6
$P : w =$	119 36	D. + 5
$P : x =$	49° 32′	D. + 7′
$P : y =$	79 20	D. + 8
$r : x =$	139 0,5	D. — 13
$w : x =$	100 0,5	D. + 5,5
$w : y =$	123 5	D. + 3
$x : y =$	150 13	D. 0

Der Werth für $g : y$ ist das Mittel beider, um 20′ abstehender Bilder auf y; für $w : y$ wurde gleichfalls das Mittel beider in dieser Richtung um 11′ abstehender Bilder auf y genommen.

Kr. No. 9 Fig. 8 Taf. I, ähnlich ausgebildet wie der vorige, wesentlich umgränzt von den Flächen P, r und x; zeigt ferner: v, w, s, m, n, k, d, t. Letztere Fläche ist neu und wurde wie auch k an diesem Krystall bestimmt. Um die interessante Flächengruppe deutlicher zur Anschauung zu bringen, wurde der Krystall in umgewandter Stellung gezeichnet. Wenn man die Tafel auf den Kopf stellt, so entspricht die Lage der Flächen in Fig. 8 genau derjenigen der Fig. 1 in normaler Stellung. Die Bestimmung geschah aus folgenden Zonen:

$r : d : t : w$; $n : d : P$; $n : k : w$; $d : k : v$; $P : t : k$.

Die meisten Flächen sind so klein, dafs sie bei Lampenlicht gemessen werden mufsten. k ist matt und nicht mefsbar.

$d : n =$	157° 53′	D. + 12′
$d : P =$	134 51	D. + 1,5
$d : v =$	114 19	D. + 17
$d : w =$	148 30	D. + 17,5
	48	D. + 35,5
$n : P =$	112 45	D. + 11
$n : r =$	136 21,5	D. + 9,5
$n : v =$	130 45	D. + 17,5
$P : x =$	49 38	D. + 17
$r : t =$	135 15	D. — 27,5
$r : w =$	115 56	D. + 14
	116 8	D. + 26

Digitized by Google

$r : x =$	138° 55′	D. — 18′
$t : w =$	160 41	D. + 41,5
$v : w =$	137 51	D. + 6,5
$v : x =$	134 0	D. — 7

Die Störungen sind hier namentlich in der Lage der kleinen Flächen sehr bedeutend. Man könnte vielleicht glauben, dafs die Messungen dieser zum Theil mit bloſsem Auge kaum sichtbaren Flächen wenig zuverlässig seyen; indefs bürgt für ihre Richtigkeit die Vergleichung der tautozonalen Kanten. Berechnet man aus den beobachteten Kanten $P:d$ und $d:n$ den Winkel $n:P$, so ergiebt sich 112° 44′. Ebenso folgt aus $r:t$ und $t:w$ die Kante $r:w$ = 115° 56′.

Kr. No. 10, Fig. 9 Taf. I, unteres Ende weniger als Eine Linie grofs, ausgezeichnet vor allen Dauphinéer Krystallen als der einzige, an welchem c verhältnifsmäfsig ausgedehnt und genau mefsbar ist. r, x, y, P, v, w, z, m, o, g, n. Trotz seiner Kleinheit läfst dieser Kr. trefflich folgende Zonen erkennen:

$P:c:y:x$; $m:o:c:w$; $r:g:o$; $m:g:y:v$; $z:g:c$.

$c : g =$	135° 48′	D. — 4′
$c : m =$	119 54	D. — 8,5
	120 5	D. + 2,5
$c : o =$	158 1	D. — 1,5
$c : P =$	115 26	D. + 2
$c : w =$	142 53	D. — 2
$c : y =$	143 54	D. + 6,5
$c : z =$	104 55	D. — 2,5
$g : m =$	155 49	D. + 0,5
$g : o =$	154 45	D. 0
$g : w =$	100 37	D. — 10,5
$g : y =$	147 32	D. + 18,5
$g : z =$	149 8	D. + 2
$m : o =$	142 0	D. 0
	141 52	D. — 8
$m : P =$	89 51	D. — 4,5
$m : r =$	135 31,5	D. + 12

Digitized

$o : P =$	107° 45′	D. + 1′
$o : r =$	110 12	D. — 0,5
$o : w =$	120 52	D. — 5,5
$P : r =$	45 16	D. + 1
$P : w =$	119 44	D. + 13
$P : y =$	79 20	D. + 8
$r : x =$	139 4	D. — 9
$x : y =$	150 6,5	D. — 3,5

An diesem Krystall ist die Lage der Mehrzahl der Flächen recht regelmäfsig, während einige augenscheinlich gestört sind. Schon oben wurde bemerkt, dafs hier die Flächen *P*, *c*, *y* nicht genau in einer Zone liegen. Eine abnorme Lage besitzt offenbar *y*, wie sich aus obigen Messungen ergiebt (*x* ist wegen Knickung zu genauen Einstellungen ungeeignet). Man bemerke, dafs die Kanten, welche von den Flächen *c*, *P*, *z*, *m*, *o*, *g* unter einander gebildet werden, sehr nahe mit den berechneten Winkeln übereinstimmen, dafs aber die Kanten der Flächen *r*, *x*, *y*, *w* abweichendere Resultate geben. $m : P$ wurde über (das hier fehlende) *e* gemessen. Die Abweichung vom rechten Winkel findet demnach hier in demselben Sinne statt, wie bei den Krystallen No. 1, 3, 4, 5. Die Zone $m : o : c : w$ steht genau ein.

Kr. No. 11 Fig. 10 Taf. I, oberes Ende, mit den Flächen *s*, *c*, *u*, *r*, *x*, *y*, *P*, *v*, *w*, *z*, *m*, *o*, *g*, *n*. *c* ist äufserst klein, nicht mefsbar, konnte indefs bestimmt werden aus den Zonen $m : o : c : w$ und $x : y : c : P$; *v* ist gestreift parallel $v : w$; *w* äufserst fein gestreift parallel $w : r$; *r* wie immer parallel $P : r$, doch recht gut zu messen. Eine feine linearische Abstumpfung der Kante $o : g$ ist wohl der Fläche ζ s. Kr. No. 8 zuzuschreiben. Dieser Krystall besitzt eine unverkennbare Aehnlichkeit mit der Botallaker Ausbildung (s. Fig. 11). Erwähnung verdient, dafs die Kanten $g : y$ und $u : v$ der Rechnung zufolge gleich sind.

$g : o =$	154° 44′,5	D. 0′
$g : P =$	95 13	D. — 5
$g : r =$	135 25	D. — 3
$g : v =$	106 15,5	D. — 5

$g : w =$	100° 38′	D. — 10′
$g : y =$	147 10	D. — 3,5
$o : r =$	110 12	D. + 0,5
$o : y =$	144 6	D. + 4
$o : x =$	118 22	D. + 13
$o : w =$	120 55,5	D. — 2
$P : r =$	134 45	D. 0
$P : v =$	77 29,5	D. + 14
$P : w =$	119 42	D. + 11
$P : y =$	100 39	D. — 9
$r : y =$	121 5	D. — 11
$v : w =$	137 49,5	D. + 5
$v : y =$	139 8	D. 0
$w : y =$	123 0	D. — 2

Kr. No. 12 diente bereits den HH. G. Rose und Riefs bei ihren Untersuchungen über die Pyroëlektricität, und findet sich dargestellt in den Schriften d. berl. Akad. (daraus in diesen Ann. Bd. 59, S. 375) s. die Copie Fig. 19 Taf. I *s, u, r, x, y, P, v, w, l, o, n.* Während die meisten der bisher betrachteten Krystalle mehr oder weniger tafelförmig sind, stellt der vorliegende Kr. den andern Dauphinéer Typus dar, indem *u* und *v* von ungefähr gleicher Ausdehnung sind. Oberes Ende. *u* von vollkommenster Ausbildung; ebenso *n*, wodurch dieser Kr. ein Seitenstück zu No. 3 bildet. *s* ist in der der Fläche *x* anliegenden Hälfte trefflich gebildet, gegen *P* aber zeigt sich eine merkbare Wölbung. Die Zone $n : v : x : r$ ist schön ausgeprägt.

$n : P =$	112° 36′,5	D. + 2′,5
$n : u =$	104 51,5	D. + 13
$n : w =$	147 48	D. + 16,5
$n : x =$	84 38	D. + 3,5
$P : u =$	*135 15,5	D. — 16
$P : w =$	119 48	D. + 17
$s : u =$	*151 55,5	D. — 7,5
$s : x =$	164 8	D. + 15
	163 52,5	D. — 0,5
$u : x =$	*149 30,5	D. + 3,5
$w : x =$	99 37,5	D. — 17,5

Dieser Krystall ist dem unter No. 3 beschriebenen in solchem Grade ähnlich, dafs unzweifelhaft beide von demselben Handstücke gebrochen sind. Es erhält dadurch die Vergleichung der beiderseitigen Kanten ein erhöhtes Interesse. Während die Kante $s:u$, sowie $s:x$ (wenn man den Werth, welchen das schwächere Bild auf x ergiebt, annimmt) identisch sind, differiren $n:w$, $P:w$, $u:x$, $w:x$.

Kr. No. 13, stellt ein unteres Ende dar, herrschend u, r und P; s, x, l, α, m, e, o. Die scharfe Kante $P:u$ ist durch die ausgezeichnete Spaltungsrichtung v abgestumpft. Von den beiden Flächen, welche die stumpfe Kante $P:u$ abstumpfen, kann l bis auf 1 oder 2′ genau bestimmt werden, α, welches ein verwaschenes Bild giebt, kann mit einem Fehler von 5′ behaftet seyn.

$e:o$	=	140°	47′,5	D. +	0′,5
$e:P$	=	*134	39,5	D. −	1
$l:P$	=	27	20	D. −	1° 35
$l:s$	=	158	31	D. +	8
$l:u$	=	162	49,5	D. −	1 36,5
$o:P$	=	107	48,5	D, +	4,5
$P:s$	=	33	27	D. +	9
$P:x$	=	49	34	D. +	9
$s:u$	=	152	1	D. −	2
			8	D. +	5
$s:x$	=	163	54,5	D. +	1,5
$u:\alpha$	=	173	54	D. +	26

An diesem Krystall ist die Lage der Fläche l durchaus abnorm. Da dieselbe sich scharf bestimmen läfst, so könnten wir versucht seyn, sie als eine neue Fläche zu betrachten, und für sie eine eigene Formel zu berechnen. Nachdem wir indefs durch die bereits aufgeführten Messungen die Ueberzeugung gewonnen haben, dafs vorzugsweise die die stumpfe Kante $P:u$ abstumpfenden Flächen störenden Einwirkungen unterworfen sind, können wir auch jene Differenz von mehr als 1°,5 nur als eine Störung betrachten.

Kr. No. 14, unteres Ende; ähnlich der Fig. 7 Taf. I

tafelförmig durch r, daneben herrschend x und P; y, v, w, o, g, n.

$g : o$	$= 154^\circ\ 45',5$	D. + 1′
$g : r$	$= 135\ 33$	D. + 5
$g : x$	$= 134\ 11$	D. + 0,5
$n : r$	$= 136\ 7$	D. − 5
$n : v$	$= 130\ 48$	D. + 10,5
$P : y$	$= 79\ 18$	D. + 6
$v : x$	$= 134\ 2$	D. − 5
$x : y$	$= 150\ 2$	D. − 1

Kr. No. 15, eine sehr kleine Krystallplatte, ganz ähnlich Fig. 6 Taf. I, oberes Ende.

$n : P$	$= 112^\circ\ 41',5$	D. + 7′,5
$n : x$	$= 84\ 50$	D. + 15
	$\quad\ 54$	D. + 19
$P : r$	$= *134\ 45$	D. 0
$P : x$	$= 130\ 25$	D. − 10
$r : x$	$= 139\ 7$	D. − 6
$s : x$	$= 163\ 48,5$	D. − 4,5

Kr. No. 16, oberes Ende, tafelförmig durch r; s, x, y, P, m, o. s, x und y wegen Knickung und Wölbung nicht meſsbar, auch r nicht wegen Streifung.

$m : P$	$= 89^\circ\ 45'$	D. − 10,5
$v : P$	$= 107\ 46,5$	D. + 2,5

Kr. No. 17, ähnlich Fig. 8; unteres Ende s, r, x, P, v, w, z, m, o, n, d. Unterscheidend von Fig. 8 ist hier, daſs t und k fehlen, und demnach d eine rhomboïdische Umgränzung hat, durch die Kanten $r : w$ und $n : P$.

$d : n$	$= 158^\circ\ 0'$	D. + 19′
$d : w$	$= 148\ 27$	D. + 14,5
	$= 147\ 38,5$	D. + 26
$n : r$	$= 136\ 58$	D. + 46
$n : v$	$= 130\ 48$	D. + 20,5
$n : w$	$= 148\ 13$	D. + 41,5
	$\quad\ 19,5$	D. + 48
$v : w$	$= 137\ 53,5$	D. + 9
	$\quad\ 55$	D. + 10,5

Kr, No. 18 stellt eine durch Vorherrschen von *P* gebildete Platte dar; *s*, *x* (nur klein), *y*. Andere Flächen nicht erkennbar.

$P : y =$	79° 19′,5	D. + 7′,5
$u : y =$	130 28	D. + 8
$s : u =$	151 43	D. — 20
$s : y =$	133 20,5	D. — 45,5
$s : x =$	163 20,5	D. — 32,5
$x : y =$	150 0	D. — 13

Die an diesem Krystall gemessenen Flächen sind von trefflicher Beschaffenheit und erlaubten ganz genaue Bestimmungen, welche abermals bestätigen, dafs die Zone, deren Axe die Makrodiagonalaxe ist, den gröfsten Störungen unterworfen ist.

Kr. No. 19 von *Sta Maria Lukmanier*, stimmt mit demjenigen Typus der Dauphinéer, welchen Fig. 1 Taf. I darstellt, vollkommen überein. Die Krystalle sind (zuweilen mit Chlorit durchwachsen) in Gesellschaft von Adular in gröfseren und Albit in kleineren Krystallen auf einem weifsen, körnigen Gneifs aufgewachsen. *s*, *u*, *r*, *x*, *y*, *P*, *v*, *w*, *o*.

$P : s =$	33° 29′,5	D. + 11′,5
$P : w =$	119 34,5	D. + 3,5
$P : x =$	49 33	D. + 8
$s : u =$	151 51,5	D. — 11,5
$s : x =$	163 55	D. + 2
$u : w =$	105 5	D. + 7

B. Krystall von Kongsberg.

Kjerulf und Dahll führen in ihrer Arbeit »Ueber den Erzdistrict Kongsberg's« als dortige Gangmineralien auf: »Kalkspath, Schwerspath, Flufsspath, Quarz, welche die wichtigsten sind. Zugleich findet man Talkspath oder Kalktalkspath, Stilbit, Prehnit, Harmotom, Laumonit, Kohlenblende, Bergkork und Bergleder, Strahlstein, Axinit, Adular und vielleicht Albit. Unter den sechs letzterwähnten gehören jedenfalls Axinit und Adular, gewifs auch Albit,

wenn er wirklich vorkommt, mehr dem Nebengesteine als dem Gange an. Sie sitzen dem Nebengesteine unmittelbar aufgewachsen, nicht in der inneren Gangfüllung.« Dieſs wird durch ein herrliches Stück der Krantz'schen Sammlung bestätigt. Auf dichtem schwarzem Thonschiefer sind die Axinite, deren Grösse zuweilen bis über 1 Linie ja bis 3 steigt, in Begleitung von violblauem Flufsspath und Quarz aufgewachsen. Häufig beobachtet man unter den zierlichen Axinitkryställchen eine parallele Verwachsung. Die Ausbildung ist dem ersten Dauphinéer Typus nahe verwandt, und in Fig. 19 Taf. I naturgetreu dargestellt worden. Ich beobachtete folgende Flächen: *s*, *u*, *r*, *x*, *y*, *P*, *v*, *l*, *z*, *m*, *o*, *n* und *d*. Zuweilen fehlt wohl auch *s* (was sehr selten bei den Dauphinéern), immer ist es nur schmal, *n* fehlt an keinem der zahlreichen Krystalle jenes Handstücks und erscheint als eine sehr kleine, glänzende Fläche von meist dreiseitigem Umrifs. Die Handstücke mit auskrystallisirtem Axinit scheinen höchst selten zu seyn. An einem kleinen Bruchstücke wurden folgende Kanten gemessen

$n : u = 104° 42'$ D. + 3',5
$r : u = 64\ 24$ D. + 2

welche beweisen, dafs wie die Ausbildung so auch die Winkel des Kongsberger Axinits den Kanten des Dauphinéer Normalkrystalls sehr nahe stehen.

C. Krystalle von Botallak.

Kr. No. 1 Fig. 16 Taf. I (links oben [1])), ein in der längsten Richtung (parallel der Kante $r : x$) nur eine halbe Linie messender Krystall, der wegen seiner wohlgebildeten Flächen besonders zur Messung geeignet erschien. *s*, *b*, *c*, *u*, *r*, *δ*, *x*, *P*, *v*, *w*, *z*, *o*. Das Auftreten der Fläche *o* ist bei Krystallen von Botallak fast eben so selten, wie es das Fehlen von *q* ist. An diesem kleinsten Krystalle allein beobachtete ich die beiden neuen und interessanten Flächen *b* (das Brachypinakoïd) und *δ* (welche, wie *b* die

1) Durch einen bedauerlichen Irrthum tragen zwei Figuren der Tafel die No. 16.

Digitized by Google

scharfe Kante $r:u$ abstumpft). Beide Flächen fallen demnach in die Zone $u:r$; δ aufserdem in die Zonen $v:z$ und $o:w:c$; für b existiren aufserdem die Zonen $z:x$, nach welchen Beobachtungen ihre Bestimmung geschah s. Fig. 20 Taf. I. In Fig. 16 sind diese beiden neuen Flächen nicht eingezeichnet, weil dieselben wegen ihrer äufsersten Kleinheit bei der ersten Durcharbeitung des Materials meiner Wahrnehmung entgangen waren. Wohl aber sind sie in Fig. 17 (rechts unten) nebst allen andern an Krystallen dieses Fundortes vorkommenden Flächen dargestellt. Die Messungen dieser kleinen Flächen waren sehr schwierig und können deshalb nur als Näherungen betrachtet werden. Um einen Lampenlicht-Reflex von jenen Flächen zu erhalten, mufste das Zimmer ganz dunkel seyn. Da dann aber die Fäden des Fernrohrs nicht wahrzunehmen waren, so war eine einigermaafsen genaue Messung nicht möglich. Die Fläche c ist feindrusig, und giebt ein etwas verwaschenes Bild; r gestreift, nicht mefsbar.

$c : o$	$= 158^\circ\ 0',5$	D. $-\ 2'$
$c : P$	$= 115\ 42,5$	D. $+\ 18,5$
$c : w$	$= 143\ 1$	D. $+\ 6$
$c : x$	$= 114\ 0$	D. $-\ 1$
$o : P$	$= 107\ 49$	D. $+\ 5$
$o : w$	$= 121\ 2,5$	D. $+\ 5$
$o : x$	$= 118\ 8$	D. $-\ 1$
$P : w$	$= 119\ 20,5$	D. $-\ 10,5$
$P : x$	$= 49\ 44$	D. $+\ 19$
$u : v$	$= 147\ 14$	D. $+\ 1$
$u : x$	$= 149\ 28$	D. $+\ 1$
$v : w$	$= 138\ 2$	D. $+\ 17,5$
$v : x$	$= 134\ 1,5$	D. $-\ 5,5$
$v : z$	$= 91\ 48$	D. $+\ 24,5$
$w : x$	$= 100\ 27$	D. $+\ 32$

Nur annähernd genau sind folgende Messungen:

$b : \delta = 150^\circ\ 50'$	$\delta : u = 102^\circ\ 43'$
$b : u = 134$	$\delta : v = 121\ 9$
$b : x = 105\ 5$	

Kr. No. 2, Fig. 15 Taf. I, oberes Ende, stellt eine Tafel dar, deren eine Seite nur durch *r*, die andere durch *P*, *r*, *z*, *m* gebildet wird, so dafs dieselbe gleichsam ein planconvexes Ansehen erhält. Den Rand der Tafel bilden: *s*, *c*, *u*, *x*, *y*, *v*, *w*, *l*, *q*, *g* (fehlt in der Zeichnung), *n*; aufserdem eine bis jetzt noch nicht bestimmbare Fläche *η*. *r* und *z* sind parallel ihrer Combinationskante stark gestreift, *m* ist in eigenthümlicher Weise geritzt. Die Rinnen stellen sich als etwas gekrümmte, im Allgemeinen parallel der Kante *m*:*n* verlaufende Linien dar. *q* matt.

l : *u* =	164° 43′,5	D. + 17′,5
l : *v* =	131 32	D. — 7
n : *v* =	130 43,5	D. + 16
n : *w* =	147 41	D. + 9,5
r : *x* =	139 0	D. — 13
s : *x* =	163 42	D. — 11
u : *v* =	146 52	D. — 21
v : *w* =	137 55	D. + 10,5
v : *x* =	134 8	D. + 1
v : *y* =	139 12	D. + 4
x : *y* =	150 7	D. — 6

Am unteren Ende dieses Krystalls befindet sich eine ausgedehnte Fläche, welche zwar zur Hälfte durch Anwachsstreifen entstellt ist, auf der andern Hälfte indefs sehr gut spiegelt. Trotz vieler aufgewendeter Mühe habe ich diese Fläche nicht völlig bestimmen können. Gemessen wurden die Winkel

η : *n* =	140° 32′,5	*η* : *w* =	141° 1′
η : *s* =	47 40 (ungefähr)	*η* : *x* =	61 21
η : *v* =	101 1		

Die Fläche fällt in die Zone *s*:*w*; eine zweite Zone ist nicht zu finden. Namentlich findet kein Kantenparallelismus der neuen Fläche mit *q*:*x* statt (und *m*:*r*) noch *P*:*n* (und *g*:*r*) noch endlich mit *t*:*P* (und *c*:*r*). Ihre Projectionslinie würde in Fig. 20 als eine mit *w* parallele Linie zu ziehen seyn, und zwar kommen obige Kantenwinkel denjenigen nahe, welche die Formel ($\frac{1}{15}a' : \frac{1}{12}b : \frac{1}{6}c$)

verlangt. Doch ist der bestimmte Nachweis einer so wenig einfachen Formel bei dem allgemeinen Schwanken der Kantenwinkel nicht wohl möglich. In keinem Falle lassen sich obige Messungen mit einer einfacheren Formel vereinigen. Es berechnen sich für η unter der Voraussetzung, dafs ihr die angegebene Formel zukomme, die folgenden Kantenwinkel:

$\eta : n = 138^\circ\,56',85$	$\eta : w = 140^\circ\,31',75$
$\eta : s = 132\;\;39,75$	$\eta : x = \;\;61\;\;0,15$
$\eta : v = \;\;99\;\;58,8$	

Kr. No. 3, Fig. 16 Taf. I (unten links), dem vorigen so ähnlich gebildet, dafs beide wohl auf derselben Stufe aufgewachsen waren, unteres Ende. Dieselbe Unsymmetrie in dem Auftreten der die keilförmige Tafel bildenden Flächen, indem einerseits fast allein r, andererseits vorzugsweise z ausgedehnt ist, c, x, y, P, v, w, q, n. q, rings umgeben von glänzenden Flächen, ist auch hier matt.

$c \quad v =$	$124^\circ\,16'$	D. + 1′
	7	D. − 8
$c : w =$	142 55	D. 0
$c : y =$	143 51	D. − 3
$n : r =$	136 41	D. + 29
$n : v =$	130 42	D. + 14,5
$n : w =$	147 48	D. + 16,5
$q : w =$	150 49	D. + 7,5
$v : w =$	137 48,5	D. + 4
	58	D. + 13,5
$v : x =$	134 5	D. − 2
$v : y =$	139 10	D. + 2
$w : y =$	123 13	D. + 11
	18	D. + 16
$x : y =$	150 15,5	D. + 2,5

Kr. No. 4, den beiden vorigen ähnlich, unteres Ende c, u, r, x, P, v, w, l, m, q. Bemerkenswerth als der einzige unter den mir zur Verfügung stehenden Krystallen von Botallak, an welchem m zu messen war. Diese Fläche ist breit ausgebildet, höcht fein punktirt, liefert ein gutes,

wenngleich nicht scharf umrandetes Bild. *q* matt, *w* giebt ein schlechtes Bild.

c : *m* =	119° 45′	D. — 17′,5
c : *P* =	115 28	D. + 2
m : *P* =	89 48,5	D. — 7
m : *w* =	97 5	D. + 3
P : *r* =	134 50	D. + 5
P : *u* =	135 31	D. 0
P : *x* =	130 34	D. — 1
r : *u* =	115 32,5	D. — 5,5
r : *x* =	138 59	D. — 14
u : *v* =	147 3	D. — 10
v : *w* =	137 58	D. + 13,5
v : *x* =	134 5	D. — 2

Die an diesem Kr. gemessene Kante *m* : *P* ist jene welche durch die Fläche *e* (wenn sie überhaupt zu Botallak vorkäme) abgestumpft würde. Auch bei diesem Fundorte bestätigt sich die Abweichung vom rechten Winkel in Bezug auf diese Kante.

Kr. No. 5, unteres Ende, stellt ein niedriges Prisma dar, gebildet von den Flächen *r*, *P*, *z*. *r* und *z* sind parallel, ihre Combinationskante gestreift und gehen durch Wölbung in einander über. *P* hingegen ist von scharf absetzenden Kanten gegen *r* und *z* begränzt, und parallel *v* gestreift. *s*, *c*, *u*, *x*, *v*, *w*, *q*, *n*. *x* gestreift und geknickt, ist ausgedehnter als es gewöhnlich bei Krystallen dieses Fundorts der Fall. *c* ist etwas gewölbt, und gestattet so wenig wie das gestreifte *u* eine genaue Messung. Trefflich gebildet und meſsbar sind *v*, *w*, *q* und *n*.

n : *q* =	123° 24′,5	D. + 34′,5
n : *v* =	130 54	D. + 26,5
n : *w* =	147 44	D. + 12,5
P : *v* =	77 40	D. + 24,5
P : *w* =	119 40,5	D. + 9,5
q : *v* =	148 36	D. + 15
q : *w* =	151 2	D. + 20,5
v : *w* =	137 58	D. + 13,5

An diesem Krystall findet sich noch eine neue Fläche θ, welche wenngleich wegen ihrer Kleinheit noch nicht gemessen (demnach in obigem Verzeichnisse nicht aufgeführt), dennoch sich durch Zonen gut bestimmen läfst. Sie stumpft die vierflächige Ecke u, v, n, z (vergl. Fig. 15 Taf. I) in der Weise ab, dafs sie in zwei sich kreuzende Zonen fällt, $u:n$ und $v:z$. Daraus ergiebt sich sofort die Formel $(a' : \frac{1}{13}b : \frac{1}{2}c)$, und wir finden, unter Zuhülfenahme der Linearprojection Fig. 20, dafs die neue Fläche auch in die Zone $e:b:w$ fällt. Auf Naumann's Grundform bezogen wird das Zeichen der Fläche $\theta = (a : \frac{1}{7}b' : \frac{1}{2}c)$.

Kr. No. 6, oberes Ende, im Allgemeinen ähnlich der Fig. 15. c, u, r, x, P, v, w, l, z, q, g. Die stumpfe Kante $u:r$ wird nicht weiter abgestumpft, indem s durchaus fehlt; was nicht gerade häufig ist. Erwähnenswerth ist an diesem Krystall eine linearische Abstumpfung der stumpfen Kante $c:P$, welche einer neuen Fläche angehört, leider indefs hier weder zu messen noch zu bestimmen ist. Fast alle Flächen sind gut gebildet und einfach spiegelnd, c ist höchst feindrusig, wodurch indefs das Spiegelbild nur wenig getrübt wird. Während die Krystalle 1 — 5 von einer lichtbraunen Farbe sind (nur wenig verschieden von den alpinischen), ist der vorliegende sowie die folgenden Krystalle von dunkelbrauner Farbe und einem höheren Flächenglanz.

$c : P$	$= 115^\circ\ 28'$	D. + 4′
$c : q$	$= 155\ 55$	D. + 1
$c : v$	$= 124\ 21$	D. + 6
$c : x$	$= 113\ 53$	D. — 8
$c : z$	$= 104\ 54$	D. — 4
$l : P$	$= 151\ 16$	D. + 11
$P : x$	$= 49\ 20$	D. — 5
$P : z$	$= 63\ 49{,}5$	D. + 14
$r : x$	$= 139\ 9{,}5$	D. — 4
$u : v$	$= 147\ 8$	D. — 5
$u : x$	$= 149\ 25$	D. — 2
$v : x$	$= 133\ 57{,}5$	D. — 9,5
$x : z$	$= 131\ 47$	D. — 1,5

Kr. No. 7, tafelförmig durch *r*, *P* und *z*; am unteren Ende vollständig, doch auch mit einigen Flächen des oberen Endes ausgebildet; *c*, *u*, *x*, *v*, *w*, *l*, *q*, *n*, *d*. Die letztere Fläche treffen wir hier bei Krystallen von Botallak zum ersten Male; sie erscheint als eine Abstumpfung der Kante *w*:*r*, welche aufserdem in die Zone *c*:*z* fällt. *u*, *l* und *P* sind parallal ihrer Combinationskante gestreift.

c : *d* =	116° 29′	D. + 6′
c : *P* =	115 26	D. + 2
c : *q* =	156 2	D. + 8
c : *w* =	143 0,5	D. + 5,5
d : *P* =	134 48	D. — 4,5
d : *q* =	119 4	D. + 10
P : *q* =	99 25	D. + 0,5
q : *w* =	150 45	D. + 3,5

Kr. No. 8, oberes Ende, von Tafelform, mit den Flächen *c*, *u*, *r*, *x*, *P*, *v*, *w*, *z*, *q*, *d*. *v* giebt ein doppeltes, *r* ein schlechtes Bild.

c : *P* =	115° 29′	D. + 5′
c : *v* =	123 55	D. — 20
c : *w* =	142 54	D. — 1
d : *w* =	148 11	D. — 1,5
P : *r* =	135 6	D. + 21
P : *v* =	77 0	D. — 15,5
	76 43,5	D. — 32
P : *w* =	119 32	D. + 1
u : *v* =	147 46,5	D. + 33,5
	147 31	D. + 18
u : *w* =	137 32	D. — 12,5

Kr. No. 9, oberes Ende, tafelförmig, *r* und *z*, welche so häufig theils mit einander alterniren, theils mittelst einer Wölbung in einander übergehen, setzen hier mit einer markirten Kante gegen einander ab. *c*, *u*, *x*, *y*, *P*, *v*, *z*

c : *P* =	115° 35′	D. + 11′
c : *v* =	124 12,5	D. — 2,5
c : *x* =	113 52	D. — 9
P : *v* =	77 22,5	D. + 6,5

Digitized by Google

$u : v =$	147	15	D. +	2
		22,5	D. +	9,5
$u : x =$	149	20	D. —	7
$v : x =$	134	2	D. —	5
$x : z =$	131	30	D. +	1,5

Kr. No. 10, unteres Ende, von derselben Ausbildung wie die vorigen, *r* und *s* alterniren, *c* (fein punktirt), *u*, *P*, *v*, *q*, *g*.

$c : v =$	124°	16′	D. +	1′
$c : z =$	104	56	D. —	2
$P : v =$	77	16	D.	0
$u : v =$	147	15	D. +	2
		27	D. +	14

Eine Vergleichung der vorstehenden Messungen an Botallaker Krystallen lehrt, dafs dieselben ähnlichen Schwankungen unterliegen wie die Dauphinéer, dafs indefs die äufsersten Gränzen der Störungen bei den Dauphinéern weiter von den berechneten Winkeln sich entfernen als bei den Krystallen von Botallak.

Die Fläche *f*, welche an den gemessenen Krystallen 1 — 10 nicht vorhanden war, nichtsdestoweniger unter der Zahl der an Krystallen von Cornwall beobachteten Flächen oben aufgeführt wurde, findet sich an einem hellbraunen, in seiner Ausbildung dem als No. 2 bezeichneten ähnlichen Krystall. Als Tafelflächen erscheinen hier *r*, *z* und *m*. Die Begränzung der Tafel wird wesentlich nur durch (das äufserst fein punktirte) *c* gebildet. Die Kante *c* : *z* wird durch *g*, die Kante *c* : *r* durch *f* abgestumpft. Zu genaueren Messungen ist dieser Kr. nicht geeignet.

An einem grofsen Krystalle von der gewöhnlichen Botallaker Ausbildung ist die Kante *w* : *q* durch eine matte Fläche *λ* abgestumpft, welche neu ist, doch nicht mit Sicherheit bestimmt werden konnte. Ihre Projectionslinie würde in Fig. 20 Taf. I zwischen die beiden Linien *q* und *w* fallen, und vielleicht durch den Mittelpunkt der Projection gehen.

D. **Krystall von Normarken in Wermland.**

Von diesem Fundorte liegt mir nur eine geringe Anzahl von Krystallen vor, unter denen ein einziger einige ziemlich genaue Messungen erlaubt. Der Axinit von Normarken ist an Ausbildung recht verschieden von den Krystallen der bereits genannten Fundorte. In Farbe und äufserem Ansehen gleicht er mehr gewissen Epidoten. Die Oberfläche der schilfähnlichen Prismen zeigt eigenthümliche wurmförmige Vertiefungen. Die Figg. 17*a* und 18*a* Taf. I machen diese seltsamen Axinitformen anschaulich. Der in ersterer Figur dargestellte Krystall zeigt die Flächen *P* und *u* zu einem Prisma ausgedehnt, dessen stumpfe Kante durch *l* schmal abgestumpft wird. In der Endigung herrscht die glänzende wohlgebildete Fläche *s*; *r*, *y*, *m*, *f*, *g*. Der Krystall ist in der Richtung der Kante *P* : *u* mehr ausgedehnt als die Zeichnung wegen Mangels an Raum darstellen konnte. Dieser Axinit gestattete nur folgende Messungen

$P : s = 146° 44'$ D. $+ 2'$ $r : s = 143° 40'$ D. $+ 5'$

$P : r = 134\ 54$ D. $+ 9$

Die Bilder auf *r* sind einer recht genauen Messung nicht günstig.

Eine fast noch befremdlichere Ausbildung stellt Fig. 18*a* Taf. I dar. Es sind breite Platten bis 1 Zoll grofs, welche vorzugweise durch *l* gebildet werden. Hinzutreten, mit *l* vielfach alternirend, *u* und *P*, aufserdem nur *s* und *r*. Letztere Fläche ist auch an den Krystallen aus Wermland gestreift parallel der Kante *r* : *P*.

Ueber rechtwinklige Axen des Axinitsystems.

»Bei Rechtwinkligkeit der Axen stehen die Tangenten der Neigungswinkel aller Flächen, die in derselben Zone liegen, gegen eine Ebene, die man sich durch zwei Axen gelegt denken kann, in rationalen und einfachen Verhältnissen.« (s. A. F. Kupffer, Ueber die Krystallisation des Kupfervitriols etc. Diese Ann. Bd. 8, S. 61 bis 77 und 215 bis 229). Die Wahrheit dieses Satzes ist vollkommen

Digitized by

einleuchtend und bedarf keines Beweises. Da die Flächen *P* und *m* fast rechtwinklig auf einander stehen, so wollen wir *P* der eben ausgesprochenen Prüfung unterwerfen, um zu erforschen, ob diese Fläche jene Eigenschaften besitzt, welche einer Axenebene in einem rechtwinkligen Systeme zukommen mufs.

Prüfen wir zunächst die Neigungen der Flächen *y*, *c*, *x*, *s*, *i* gegen *P*.

tang. 79° 12′	(*P* : *y*) = 5,24218;	1;	5,24218;	79° 12′
tang. 64 36	(*P* : *c*) = 2,10600;	$\frac{2}{5}$;	2,0969;	64 30,25
tang. 49 25	(*P* : *x*) = 1,16741;	$\frac{3}{5}$;	1,1649;	49 21,4
tang. 33 18	(*P* : *y*) = 0,65687;	$\frac{1}{3}$;	0,6553;	33 14,2
tang. 24 33,7	(*P* : *i*) = 0,45702;	$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$;	0,4555;	24 29,4

Neben die Tangenten der tautozonalen Kanten sind die rationalen Brüche gesetzt, welche annähernd das Verhältnifs, in welchem die Tangenten stehen, ausdrücken. Es folgen zur Rechten die corrigirten Tangenten, welche sich genau wie jene rationalen Brüche verhalten, unter Beifügung der den corrigirten Tangenten entsprechenden Kantenwinkel.

Zone *v* : *w* : *u* : *l*

tang. 77° 15′,7	(*P* : *v*) = 4,42344;	$\frac{1}{2}$;	4,42344;	77° 15′,7
tang. 60 29	(*P* : *w*) = 1,76629;	$\frac{1}{3}$;	1,76938;	60 31,6
tang. 44 28,8	(*P* : *u*) = 0,98198;	$\frac{1}{5}$;	0,9830;	44 30,5
tang. 28 54,5	(*P* : *l*) = 0,55232;	$\frac{1}{1\,8}$;	0,5529;	28 56,3

Zone *b* : *n* : *d*

tang. 80° 38′,35	(*P* : *b*) = 6,06614;	$\frac{1}{2}$;	6,06614;	80° 38′,35
tang. 67 26,2	(*P* : *n*) = 2,40681;	$\frac{1}{5}$;	2,4264;	67 36
tang. 45 7,3	(*P* : *d*) = 1,00432;	$\frac{1}{1\,1}$;	1,0110;	45 18,8

Zone *f* : *o*

tang. 82° 37′,85	(*P* : *f*) = 7,73182;	1;	7,73182;	82° 37′,85
tang. 72 16,15	(*P* : *o*) = 3,12765;	$\frac{2}{5}$;	3,0927;	72 5

Zone *m* : *z* : *e* : *r*

tang. 89° 55′,65	(*P* : *m*) = 787,1284;	∞	∞;	90°
tang. 63 35,65	(*P* : *z*) = 2,0141;	1;	2,000;	63 26′,1
tang. 45 19,45	(*P* : *e*) = 1,0114;	$\frac{1}{2}$;	1,000;	45°
tang. 45 14,9	(*P* : *r*) = 1,0087;	$\frac{1}{3}$;	1,000;	45

Noch einer andern Prüfung wollen wir die Fläche *P* unterziehen, um zu erfahren, in wiefern sie zu einer Längsfläche (Symmetrie-Ebene) in einem monoklinoëdrischen

Krystallsysteme, dessen Axenschiefe gleich 0 wäre, werden könnte.

In jedem rechtwinkligen Systeme besteht bekanntlich ein rationales und einfaches Tangenten-Verhältnifs für diejenigen Winkel, unter denen die in der Symmetrie-Ebene liegenden schiefen Kanten gegen die Verticalaxe geneigt sind. Noch etwas allgemeiner läfst sich dieser Satz dahin aussprechen, dafs die Sectionslinien aller Flächen mit der Symmetrie-Ebene solche Winkel unter einander bilden, welche ein rationales und einfaches Verhältnifs der Tangenten besitzen. Wenn demnach die Winkel unter denen die Seiten der Fläche P (s. Fig. 1, Taf. I) zusammenstofsen, in jenem Tangenten-Verhältnisse stehen, so wird P die Längsfläche in einem rechtwinkligen Axensysteme seyn können.

tang. 81° 55′,5 $\left(\text{Kante}\frac{P}{r}:\text{Kante}\frac{P}{u}\right)=7{,}04841;\ 1;\ 7{,}04841;$ 81° 55′,5

tang. 63 54,3 $\left(\text{Kante}\frac{P}{o}:\text{Kante}\frac{P}{w}\right)=2{,}04225;\ \frac{2}{1};\ 2{,}01383;$ 63 35,5

tang. 41 45 $\left(\text{Kante}\frac{P}{s}:\text{Kante}\frac{P}{w}\right)=0{,}89254;\ \frac{1}{1};\ 0{,}88105;$ 41 23

tang. 35 28,3 $\left(\text{Kante}\frac{P}{n}:\text{Kante}\frac{P}{u}\right)=0{,}71256;\ \frac{1}{\sqrt{6}};\ 0{,}70484;$ 35 10,5

tang. 20 33,5 $\left(\text{Kante}\frac{P}{t}:\text{Kante}\frac{P}{u}\right)=0{,}37505;\ \frac{1}{\sqrt{15}};\ 0{,}37097;$ 20 21

Eine Erwägung der eben aufgeführten Zahlen, eine Vergleichung der aus der Beobachtung gefolgerten körperlichen und ebenen Winkel mit den unter Annahme einfacher Tangenten-Verhältnisse berechneten Winkeln lehrt gewifs in überzeugender Weise, dafs dem Axinitsysteme rechtwinklige Axen, welche von den Flächen in mehr oder weniger einfachen Verhältnissen geschnitten würden, nicht untergelegt werden können. Trotz der grofsen und vielfachen Störungen, von denen die Axinit-Kanten betroffen werden, spricht sich jene Thatsache in bestimmtester Weise durch die eben angestellte Betrachtung aus.

Auch die directen Messungen der Kante $m:P$, welche vor den meisten übrigen sich durch grofse Constanz aus-

zeichnet, sind der Annahme, dafs man jenen Winkel = 90° setzen könne, sehr ungünstig. $m : P$ beträgt über e

Dauph. Kr. 1 =	89° 55′,5		Dauph. Kr. 10 =	89° 51′	
» » 3 =	89 54,5		» » 16 =	89 45	
» » 4 =	89 55,5		Botall. » 4 =	89 48,5	
» » 5 =	89 51				
	49				

Wollte man demnach unserem Systeme normale Axen supponiren, und dabei zu Ermittelung ihrer Dimensionen zwei gemessene Kantenwinkel zu Grunde legen, so werden sich in jedem Falle Differenzen zwischen den berechneten und den gemessenen Winkeln herausstellen, welche gröfser sind als die mittleren Störungen. Neumann[1]) in seiner bereits oben citirten, überaus scharfsinnigen Arbeit geht keineswegs von gemessenen Kanten aus, um die Axendimensionen zu ermitteln, vielmehr der von Weifs festgehaltenen Annahme folgend, »dafs die Verhältnisse in den Dimensionen der Körper schwerlich anders als in Quadratwurzelgröfsen ausdrückbar, anzunehmen seyn dürften« wählt er als Axenlängen drei Wurzelwerthe aus, welche in der That unter Annahme der Rechtwinkligkeit ihrer Richtungen bei der Berechnung zu Resultaten führen, welche sehr nahe mit den gemessenen Winkeln übereinstimmen. Die Verticalaxe c nimmt Neumann parallel der Kante $P : u$, die Queraxe b normal zur Fläche P, die Längsaxe a normal zu den Axen b und c. Der Axinit erhält nun diejenige Stellung, welche die beiden Figg. 17 und 18 Taf. I (gerade Projectionen auf die Horizontalebene oder die Ebene der normalen Axen ab) darstellen. m wird unter Voraussetzung, dafs es normal zu P sey, eine schiefe Endfläche. In der Fig. 23 habe ich eine Linearprojection (auf die Horizontalebene) aller in Zonen verbundener Flächen in dieser Stellung ausgeführt. In Fig. 23a ist der Centralraum zwischen den Sectionslinien e, δ, r, y in dreifacher Linear-Vergröfserung dargestellt. Das Verhältnifs der Axen a

1) Quenstedt (Methode der Krystallographie, S. 357—368) führte die Idee Neumann's dem Axinite normale Axen unterzulegen weiter aus, und gab bereits eine Linearprojection des Systems in dieser Stellung.

Digitized by Google

und b wird durch u, das Verhältnifs der Axen a und c durch m bestimmt. Die Flächenformeln sind nun folgende (von denen bereits Neumann jene siebzehn für die ihm bekannten Flächen entwickelte):

$s = (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{16}b : c)$
$b = (\frac{1}{10}a : \frac{1}{2}b' : c)$
$c = (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{5}b' : c)$
$u = (a : b' : \infty c)$
$r = (a : \frac{1}{7}b : c)$
$\delta = (\frac{2}{11}a : \frac{2}{5}b : c)$
$x = (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{9}b : c)$
$y = (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{2}b : c)$
$P = (b : \infty a : \infty c)$
$i = (\frac{1}{8}a' : \frac{1}{23}b : c)$
$v = (\frac{1}{9}a : \frac{1}{2}b' : \infty c)$
$w = (\frac{1}{9}a : \frac{1}{5}b : \infty c)$
$l = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{16}b' : \infty c)$
$h = (\frac{1}{9}a : \frac{1}{23}b' : \infty c)$
$h^2 = (\frac{1}{15}a : \frac{1}{25}b' : \infty c)$
$\beta = (\frac{1}{27}a : \frac{1}{41}b' : \infty c)$
$z = (a : \frac{2}{7}b : c)$
$m = (a : c : \infty b)$
$e = (a : \frac{1}{7}b' : c)$
$q = (\frac{1}{17}a' : \frac{1}{3}b' : c)$
$o = (\frac{2}{7}a' : \frac{2}{5}b' : c)$
$f = (\frac{2}{7}a' : b : c)$
$g = (\frac{1}{2}a' : \frac{8}{2}b : c)$
$n = (\frac{1}{10}a : \frac{1}{5}b : c)$
$k = (\frac{1}{19}a : \frac{1}{10}b : c)$
$d = (\frac{1}{10}a : \frac{1}{12}b : c)$
$t = (\frac{1}{19}a : \frac{1}{17}b : c)$

Die Betrachtung der Linearprojection Fig. 23 und 23 *a* Taf. I ist nicht ohne Interesse. Die Lage der Sectionslinien gegen das Axenkreuz ist in hohem Grade unsymmetrisch, indem nur eine einzige Fläche zur Rechten der Symmetrie-Ebene einer solchen zur Linken entspricht, nämlich *r* und *s*. Parallele Sectionslinien erscheinen in der Figur nicht. Unter den zahlreichen Sectionslinien, welche theils der vordern, theils der hintern Seite des Systems angehören, giebt es solche nicht, die sich auf der Axenlinie *b* schneiden, d. h. welche ein gleiches Verhältnifs der Axenschnitte $b : c$ besitzen. Damit hängt es zusammen, dafs die Axenebenen (bc) und (ab) sich aus dem Zonenverband der wirklich vorhandenen Flächen nicht ableiten lassen, und demgemäfs ihr Vorkommen in hohem Grade unwahrscheinlich ist. Die Axendimensionen nimmt Neumann an, wie folgt

$$a : b : c = \sqrt{51} : \sqrt{49} : 1\ ^{1}).$$

Unter Zugrundelegung dieser Werthe der normalen Axen hat bereits N. sieben Kanten berechnet, und sie mit

1) = 7,14143 : 7 : 1.

Digitized by

den von ihm gemessenen verglichen. Unter I stelle ich die aus jenen Elementen folgenden Winkelwerthe, unter II die Differenzen derselben gegen die aus meinen 5 Fundamentalmessungen berechneten Winkel, unter III die von N. gemessenen Kanten.

	I	II	III
$m : r$	= 135° 10′,4	D. — 9′	
$m : u$	= 84 25,75	D. — 0,5	
$m : z$	= 153 37	D. — 3	
$o : P$	= 72 13,15	D. — 3	
$o : u$	= 94 18,5	D. — 3,5	
$o : x$	= 118 5,5	D. — 3,5	
$P : r$	= 134 49,6	D. + 4,5	
$P : u$	= 135 34,5	D. + 3	135° 25′
$P : x$	= 130 34,5	D. — 0,5	130 29
$P : y$	= 100 46,5	D. — 1,5	
$P : z$	= 116 23	D. — 1,5	
$u : v$	= 147 13	D. 0	147 5
$u : x$	= 149 28	D. + 1	149 26
$v : x$	= 134 8,5	D. + 1,5	134 8
$v : y$	= 139 7	D. — 0,75	139 9
$w : x$	= 99 55	D. 0	
$x : y$	= 150 12,5	D. — 1	150 8

Nachdem wir im Beginne dieses Abschnitts nachgewiesen, dafs es unstatthaft ist, dem Axinitsystem normale Axen zu geben, können wir nur mit Ueberraschung die unter II stehenden geringen Differenzen betrachten. Auffallender Weise stimmen die von Neumann gemessenen Kanten (die ihn wenigstens im Allgemeinen bei der Bestimmung der Axenelemente leiteten) weniger mit den durch seine Axenwahl verlangten Winkeln überein als die aus meinen Fundamentalwinkeln berechneten Werthe. Man könnte demnach vielleicht glauben, meine neuen Messungen bestätigten Neumann's Axen. Indefs diefs ist ein trügerischer Schein; wie aus Folgendem einleuchtet:

Berechnet man aus zweien meiner Winkel (unter Voraussetzung normaler Axen, und der auf sie bezogenen Flächenzeichen) die Längen der Axen und die Kantenwerthe,

Digitized by Google

so weichen diese letzteren mehr von den nach meinen fünf Fundamental-Messungen berechneten Winkeln ab, als die aus Neumann's Wurzelwerthen berechneten Winkel. Dieſs läſst sich nur so erklären, daſs die Axen, auf welche jene Flächenzeichen sich beziehen, nicht genau rechtwinklig auf einander stehen. Legen wir zu Grunde die beiden aus den fünf Fundamental-Messungen folgenden Winkel

$m : u = 84° 26',2$ $P : u = 135° 31',2$

so ergeben sich die Axen

$a : b : c = 7{,}157415 : 7{,}0286 : 1 = 1{,}01833 : 1 : 0{,}142271$

und folgende Kantenwinkel, unter Beifügung der Differenzen gegen die aus den fünf Messungen berechneten Werthe.

$m : r$	$= 135° 24',5$	D. + 5′
$m : v$	$= 82\ 14{,}65$	D. − 4,5
$m : y$	$= 123\ 11$	D. + 9
$m : z$	$= 153\ 45$	D. + 5
$o : P$	$= 72\ 17{,}3$	D. + 1
$o : x$	$= 118\ 15{,}75$	D. + 6,5
$o : u$	$= 94\ 21{,}5$	D. − 0,5
$P : r$	$= 134\ 35{,}5$	D. − 10,5
$P : x$	$= 130\ 29{,}5$	D. − 5,5
$P : y$	$= 100\ 44{,}3$	D. − 4
$P : z$	$= 116\ 5$	D. − 19,5
$u : v$	$= 147\ 43{,}75$	D. + 0,5
$u : x$	$= 149\ 21{,}85$	D. − 5
$v : x$	$= 134\ 6{,}85$	D. 0
$v : y$	$= 139\ 3{,}65$	D. − 4
$w : x$	$= 99\ 59{,}65$	D. + 4,5
$x : y$	$= 150\ 14{,}85$	D. + 1,5

Wir haben demnach trotz der vielfachen Störungen denen die meisten Axinitwinkel unterliegen, die Ueberzeugung gewonnen, daſs dieſs System sich nicht auf genau rechtwinklige Axen beziehen lasse, oder mit anderen Worten, daſs unter den sehr zahlreichen Linien, welche von den Flächen in rationalen Verhältnissen geschnitten werden (es geschieht dieſs nämlich in Bezug auf alle Sectionslinien der wirklich vorhandenen und der krystallographisch mög-

lichen Flächen), sich nicht drei finden lassen, welche eine genau normale Lage zu einander haben.

Schliefslich bleibt uns noch die Frage übrig, ob im Axinitsysteme die Tangenten der Winkel tautozonaler Kanten in rationalen Verhältnissen stehen? Wir können uns hier auf die von Naumann in seinen vortrefflichen »Elementen der theoretischen Krystallographie« §. 42 und §. 226 durchgeführte analytische Untersuchung beziehen. Derselben zufolge findet eine Rationalität der Tangenten tautozonaler Kanten im triklinoëdrischen Systeme nur dann statt, wenn jedes der drei Producte

$$ba\cos C\sin\beta\sin\alpha$$
$$ac\cos B\sin\alpha\sin\gamma$$
$$cb\cos A\sin\gamma\sin\beta$$

für sich einen rationalen Werth hat. Die Bedeutung der Werthe $a, b, c, A, B, C, \alpha, \beta, \gamma$ s. oben S. 29 u. 30.

Bilden wir nun jene Producte zunächst für die in gegenwärtigem Aufsatze angenommenen Axenelemente I, dann für die gleichfalls oben mitgetheilten Naumann'schen II:

I
$$\begin{cases} 1 \cdot 0{,}6393 \cdot \cos 104° 48' 57'' \cdot \sin 96° 16' 35'' \cdot \sin 95° 32' 1'' \\ \qquad = -0{,}161740 \\ 0{,}6393 \cdot 0{,}512617 \cdot \cos 97° 53' 56'' \cdot \sin 95° 32' 1'' \cdot \sin 104° 1' 53'' \\ \qquad = -0{,}043489 \\ 0{,}512617 \cdot 1 \cdot \cos 97° 19' 26'' \cdot \sin 104° 1' 53'' \cdot \sin 96° 16' 35'' \\ \qquad = -0{,}063018 \end{cases}$$

II
$$\begin{cases} 1 \cdot 0{,}49266 \cdot \cos 131° 39' 2'' \cdot \sin 88° 8' 36'' \cdot \sin 82° 54' 22'' \\ \qquad = -0{,}324739 \\ 0{,}49266 \cdot 0{,}451117 \cdot \cos 86° 10' 42'' \cdot \sin 82° 54' 22'' \cdot \sin 131° 32' 28'' \\ \qquad = 0{,}010997 \\ 0{,}451117 \cdot 1 \cdot \cos 82° 9' 48'' \cdot \sin 131° 32' 28'' \cdot \sin 88° 8' 36'' \\ \qquad = 0{,}046015 \end{cases}$$

Diese Producte lassen sich, doch nur annähernd, durch folgende rationale Brüche ausdrücken

I
$$\begin{cases} -\frac{4}{25} = -0{,}160000 \\ -\frac{1}{23} = -0{,}043480 \\ -\frac{1}{16} = -0{,}06250 \end{cases}$$

II
$$\begin{cases} -\frac{1}{3} = -0{,}333333 \\ \frac{1}{91} = 0{,}010989 \\ \frac{4}{87} = 0{,}045977 \end{cases}$$

Für die Cosinusse der körperlichen Winkel der Axenebenen lassen sich gleichfalls nur annähernde rationale Ausdrücke finden

I.
$$\begin{cases} \cos A\ (97°\ 19'\ 26'') = -0{,}127481; & -\frac{4}{31} = -0{,}129032 \\ & \quad = \cos 97°\ 24'\ 49'' \\ \cos B\ (97°\ 53'\ 56'') = -0{,}137425; & -\frac{4}{29} = -0{,}137931 \\ & \quad = \cos 97°\ 55'\ 41'' \\ \cos C\ (104°\ 48'\ 57'') = -0{,}255713; & -\frac{21}{82} = -0{,}255102 \\ & \quad = \cos 104°\ 46'\ 46'' \end{cases}$$

II
$$\begin{cases} \cos A\ (82°\ 9'\ 48'') = 0{,}136351; & \frac{2}{15} = 0{,}133333 \\ & \quad = \cos 82°\ 20'\ 16'' \\ \cos B\ (86°\ 10'\ 49'') = 0{,}066617; & \frac{1}{15} = 0{,}066666 \\ & \quad = \cos 86°\ 10'\ 39'' \\ \cos C\ (131°\ 39'\ 2'') = -0{,}664586; & \frac{2}{3} = 0{,}666666 \\ & \quad = \cos 131°\ 48'\ 38'' \end{cases}$$

Für die Systeme des Albit's und Anorthit's scheinen, Naumann's Untersuchung zufolge (l. c. §. 226), sowohl jene Producte als auch die Cosinusse von A, B, C sich durch rationale Brüche darstellen zu lassen. Bei dem Axinitsysteme ist die Uebereinstimmung jener aus den Messungen abgeleiteten Werthe mit den oben aufgeführten rationalen Brüchen (wie mir scheint) nicht scharf genug. Man könnte zwar eine noch genauere Uebereinstimmung erzielen, wenn man höhere Zahlen als Divisor und Dividend zuliefse. Indefs solche wenig einfachen Zahlenwerthe müssen vom krystallographischen Gesichtspunkte aus als irrationale betrachtet werden. Es stehen demnach die Tangenten der Winkel tautozonaler Kanten bei dem Axinite in irrationalen Verhältnissen.

Hiermit möchte eine Frage entschieden seyn, welche A. F. Kupffer vor 40 Jahren in seiner ausgezeichneten Arbeit über das »Krystallsystem des Kupfervitriols« (diese Ann. Bd. VIII, S. 228) in Bezug auf den Axinit aufgeworfen hat.

(Schluſs im nächsten Heft.)

V. *Resultate photometrischer Beobachtungen an Himmelskörpern; von F. Zöllner.*

Die folgende Tabelle giebt zunächst eine Zusammenstellung der beobachteten mit den nach der früher[1]) entwickelten Theorie berechneten Lichtmengen verschiedener Mondphasen, wobei die Constante β in Formel (13) zu 52° angenommen ist. Die Lichtmenge des Vollmondes ist gleich 100 gesetzt, so dafs demselben in der Tabelle, in welcher die Logarithmen der Lichtquantitäten aufgeführt sind, die Zahl 2 entspricht. Die Beobachtungen wurde nach zwei wesentlich von einander verschiedenen Methoden angestellt, welche ausführlich im dritten Theile meiner photometrischen Untersuchungen beschrieben sind.

Um zu zeigen, wie wenig die bisher für diese Lichtquantitäten zu Grunde gelegte Lambert'sche Theorie den Beobachtungen entspricht, sind die nach derselben berechneten Werthe ebenfalls mit aufgeführt. Unter v ist die entsprechende Elongation des Mondes angegeben, die wegen ihrer unbedeutenden Abweichung, für den in der Formel mit v bezeichneten Phasenwinkel gesetzt ist. Alle Beobachtungen sind sowohl auf die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde, als auch mit Hülfe der Seidel'schen »Extinctionstafel«[2]) von dem Einflufs der atmosphärischen Absorption befreit.

Die Anwendbarkeit dieser Tafel hat sich sowohl bei den folgenden Beobachtungen, bei denen beiläufig die Zenithdistanzen zwischen 37° und 75° variiren, als auch bei allen übrigen meiner Beobachtungen auf das Schönste bewährt. Es ergiebt sich hieraus, *dafs meine Polarisationsphotometer für das Helligkeitsverhältnifs zweier gleichfarbiger Lichtmengen durchschnittlich denselben Werth liefern, wie das Steinheil'sche Prismenphotometer.*

1) S. 46 bis 61 dieses Bandes d. Annalen.

2) Vergl. Seidel, Untersuchungen über die gegenseitigen Helligkeiten der Fixsterne erster Gröfse etc. S. 43. München 1852.

Digitized by Google

Uebersicht der beobachteten und berechneten Lichtmengen verschiedener Mondphasen.

No.	Datum	v	Zahl der Beobachtungen	Log q berechnet nach Lambert	Log q berechnet nach Zöllner	Log q beobachtet	Rechnung − Beobachtung nach Lambert	Rechnung − Beobachtung nach Zöllner
1	1863. Nov. 21	139°	(16)	1,9985	1,6284	1,6425	+ 0,3560	− 0,0141
2	Nov. 27	208	(8)	1,9518	1,7752	1,7559	+ 0,1959	+ 0,0193
3	Nov. 28	219	(16)	1,9774	1,6532	1,6201	+ 0,3573	+ 0,0331
4	Nov. 30	242	(16)	1,7700	1,3139	1,3096	+ 0,4604	+ 0,0043
5	1864. März 19	140	(20)	1,9033	1,6405	1,6730	+ 0,2303	− 0,0325
6	März 20	152	(12)	1,9518	1,7752	1,7497	+ 0,2021	+ 0,0255
7	März 23	185	(14)	1,9984	1,9675	1,9405	+ 0,0579	+ 0,0270
8	Mai 20	172	(20)	1,9959	1,9465	1,9647	+ 0,0312	− 0,0182
9	Juni 19	179	(14)	1,9999	1,9939	1,9939	+ 0,0060	0,0000
10	Juni 20	193	(12)	1,9893	1,9096	1,9170	+ 0,0723	− 0,0074
11	Juni 21	207	(16)	1,9551	1,7853	1,7627	+ 0,1954	+ 0,0226
12	Juni 22	222	(12)	1,8936	1,6170	1,5809	+ 0,3127	+ 0,0361
13	Juni 24	249	(12)	1,7145	1,1818	1,1644	+ 0,5501	+ 0,0174
14	Juli 13	110	(18)	1,7060	1,1584	1,3075	+ 0,3985	− 0,1491
15	Juli 14	122	(22)	1,7987	1,3856	1,4330	+ 0,3657	− 0,0474
16	Juli 15	134	(24)	1,8728	1,5647	1,5575	+ 0,3153	+ 0,0072
17	Juli 16	147	(34)	1,9336	1,7235	1,6866	+ 0,2470	+ 0,0369
18	Juli 17	161	(24)	1,9774	1,8591	1,8351	+ 0,1423	+ 0,0240
19	Aug. 15	156	(12)	1,9644	1,8139	1,8536	+ 0,1108	− 0,0397
20	Sept. 13	153	(16)	1,9551	1,7848	1,8026	+ 0,1525	− 0,0178
21	Nov. 12	169	(12)	1,9923	1,9245	1,9482	+ 0,0441	− 0,0237
22	Nov. 17	232	(12)	1,8380	1,4414	1,4640	+ 0,3740	− 0,0226

Digitized by Google

Schliefst man die Beobachtung No. 14 aus, bei welcher sich wegen der Kleinheit von v schon das in unserer Formel vernachlässigte und S. 61 erwähnte zweite Glied bemerkbar macht, so ergiebt sich aus den vorstehenden Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung die wahrscheinliche Abweichung der an einem *einzelnen* Abend beobachteten Lichtmenge von der Theorie zu 4,4 Proc.

Berechnet man mit Rücksicht auf die erlangte Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung aus den Lichtmengen der einzelnen Phasen die Lichtmenge des Vollmondes, so ist man im Stande mit Hülfe der angedeuteten Methoden, das Helligkeitsverhältnifs zwischen Sonne und Vollmond zu bestimmen.

Ich gebe im Folgenden eine Zusammenstellung der Lichtverhältnisse der vorzüglichsten Körper unseres Planetensystems, wie ich solche aus meinen im Laufe der letzten drei Jahre angestellten Beobachtungen abgeleitet habe. Bei der Bestimmung des Helligkeitsverhältnisses zwischen Sonne und Vollmond sind zwei verschiedene Methoden angewandt: bei der ersten werden leuchtende Flächen, bei der zweiten leuchtende Punkte miteinander verglichen. Die Helligkeitsverhältnisse der Sonne zu den von ihr beleuchteten Körpern beziehen sich auf die sogenannte mittlere Opposition, d. h. auf diejenige Stellung der Erde und des Planeten zur Sonne, bei welcher sich erstere in gerader Linie zwischen Sonne und Planet und letzterer sowohl wie die Erde in ihrem mittleren Abstande von der Sonne befinden. Die wahrscheinlichen Fehler sind in Procenten der aufgeführten Lichtquantitäten angesetzt. Beim Saturn bezieht sich die Zahl auf die Epoche, in welcher sein Ring nicht sichtbar ist, also lediglich auf die Saturnskugel.

Ich habe den Saturn im Jahre 1862, als sein Ring in den Monaten Mai und August verschwunden war, vielfach photometrisch beobachtet. Später gelang es mir, mit Hülfe einer einfachen Theorie auch die Lichtmengen, welche dieser Planet bei verschiedenen Lagen seines Ringes aussendet,

auf die von der Kugel allein ausgesandte Lichtmenge zu reduciren. Es bewährte sich die entwickelte Formel nicht nur bei den von mir angestellten Beobachtungen, sondern auch bei den, in den Jahren 1852, 1857 und 1858 von Seidel mit dem Steinheil'schen Prismenphotometer angestellten. Diefs ist um so bemerkenswerther, als im Jahre 1857 der Ring seine gröfste, scheinbare Flächenausdehnung erlangt hatte.

Bei dieser Gelegenheit sey bemerkt, dafs die Lichtstärke des Saturn, so weit sie durch die verschiedene Lage seines Ringes bedingt ist, im Maximum bis auf das 2,30fache der von der Kugel allein ausgesandten Lichtmenge steigen kann. (Vergl. Photom. Unters. S. 147 ff.)

In der folgenden Zusammenstellung sind die Lichtmengen der Venus und des Mercur nicht aufgeführt, da diese Planeten nicht in Opposition mit der Sonne kommen und zur Feststellung des Maximums ihrer Lichtstärke noch nicht Beobachtungen in genügender Anzahl vorhanden sind.

Uebersicht der Lichtverhältnisse des Planetensystems.

				Wahrsch. Fehler
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Vollmond}}$	=	618 000	erste Methode	1,6 Proc.
		619 600	zweite Methode	2,7 »
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Mars}}$	=	6 994	Millionen	5,8 »
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Jupiter}}$	=	5 472	Millionen	5,7 »
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Saturn}}$	=	130 980	Millionen	5,0 »
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Uranus}}$	=	8,486	Billionen	6,0 »
$\frac{\text{Sonne}}{\text{Neptun}}$	=	79,620	Billionen	5,5 »

Die Helligkeitsverhältnisse der Planeten zur Sonne wurden in der Weise ermittelt, dafs zunächst das Helligkeitsverhältnifs eines bequem zu beobachtenden Fixsternes zur Sonne durch zahlreiche Beobachtungen festgestellt und alsdann dieser Fixstern mit den Planeten verglichen wurde.

Digitized by Google

Ich wählte hierzu den Stern erster Gröfse Capella, im Sternbilde des Fuhrmanns, und fand:

$$\frac{\text{Sonne}}{\text{Capella}} = 55\,760 \text{ Millionen}$$

mit einem wahrscheinlichen Fehler von etwa 5 Proc.

Berechnet man mit Hülfe dieses Werthes die Entfernung [1]), in welche die Sonne versetzt werden müfste, damit sie uns als Stern von der Helligkeit Capellas erscheine, so ergiebt sich eine Entfernung, welche das Licht in ungefähr 3,72 Jahre durchlaufen würde, entsprechend einer Parallaxe von 0″,874. Der von Peters durch Positionsbestimmungen gefundene Werth der Parallaxe von Capella beträgt nur $0'',046 \pm 0,200$ [2]). Hieraus würde folgen, dafs Capella ein Stern ist, welcher eine beträchtlich gröfsere Lichtmenge als unsere Sonne aussendet, also letztere entweder an Gröfse oder an Leuchtkraft bedeutend übertrifft.

Dagegen fanden Henderson und Maclear für den Doppelstern α Centauri die Parallaxe $0'',913 \pm 0,070$ also ungefähr übereinstimmend mit der oben photometrisch für Capella gefundenen. Mit Berücksichtigung der Helligkeit von α Centauri würde sich hieraus ergeben, dafs die beiden Componenten dieses Doppelsterns zusammengenommen nicht viel mehr Licht aussenden als unsere Sonne allein.

Mit Hülfe der oben für Mond und Planeten gefundenen Zahlen und der bekannten Entfernung und Gröfse der beleuchteten Himmelskörper ist man im Stande den Factor μ zu bestimmen, welcher in den theoretischen Ausdrücken für jene Lichtverhältnisse vorkommt. Derselbe giebt das Verhältnifs der senkrecht auf die Flächeneinheit gefallenen zu der von dieser reflectirten Lichtmenge an, und wird deshalb von Lambert als »Albedo oder »lichtreflectirende Kraft« eines Stoffes bezeichnet.

Da bei den folgenden Zahlen von der ungleichen Hel-

1) Unter der Voraussetzung, dafs keine Absorption des Lichtes im Weltraum stattfinde.

2) *Recueil de Mémoires de Poulkowa, Vol. I, p.* 136, (1853).

Digitized by Google

ligkeit verschiedener Theile der Planetenoberflächen abgesehen wird, so ist hierunter nur die mittlere Albedo zu verstehen. In Betreff der Unterscheidung zwischen »wahrer« und »scheinbarer« Albedo, mufs ich auf meine photometrischen Untersuchungen S. 156 bis 158 verweisen. Für den Mond ist die wahre Albedo, für die Planeten nur die scheinbare angeführt. Bei den beigesetzten wahrscheinlichen Fehlern ist die Unsicherheit in der Bestimmung der Planetendurchmesser bereits berücksichtigt.

Die lichtreflectirenden Kräfte des Mondes und der Planeten.

	μ	Wahrscheinl. Fehler
Mond	0,1736	$\pm$ 0,0035
Mars	0,2672	$\pm$ 0,0155
Jupiter	0,6238	$\pm$ 0,0355
Saturn	0,4981	$\pm$ 0,0249
Uranus	0,6400	$\pm$ 0,0544
Neptun	0,4648	$\pm$ 0,0372

Da es für die Beurtheilung der physischen Beschaffenheit der Planetenoberflächen von Interesse ist, die unter ähnlichen Verhältnissen für irdische Stoffe erhaltenen Werthe zu kennen, so habe ich mit Hülfe derselben photometrischen Methoden eine Anzahl solcher Bestimmungen ausgeführt. Nach der oben gegebenen Definition der lichtreflectirenden Kraft eines Stoffes können diese Bestimmungen auch auf spiegelnde Substanzen ausgedehnt werden. Die hier folgenden Zahlen machen durchaus keinen gröfseren Anspruch auf Genauigkeit, als die oben für die Planeten mitgetheilten Werthe.

Da nämlich die einzigen Bestimmungen dieser Art, wenigstens bezüglich zerstreut reflectirender Stoffe, diejenigen von Lambert (Photometria §. 747 bis 750) sind, und die Beobachtungsmethode desselben, abgesehen von sonstigen Unvollkommenheiten, mit einem constanten Fehler behaftet ist (vergl. photom. Untersuchungen S. 246 ff.), so wurde ich veranlafst, diese Bestimmungen nach den von mir auf Himmelskörper angewandten Methoden zu wiederholen.

Die lichtreflectirenden Kräfte einiger irdischer Stoffe.

a. Mit zerstreuter Reflexion.

	μ
Frisch gefallener Schnee	0,783
Weifses Papier	0,760
Weifser Sandstein	0,237
Thonmergel	0,156
Quarz-Porphyr	0,108
Feuchte Ackererde	0,079
Dunkelgrauer Syenit	0,078

b. Mit spiegelnder Reflexion.

Quecksilber	0,648
Spiegelmetall	0,535
Glas	0,040
Obsidian	0,032
Wasser	0,021

Die vorstehend nur für die physiologisch wirksamen oder *optischen* Strahlen ermittelten Reflexionskräfte müssen nun noch durch weitere Untersuchungen auch für die *thermischen* und *chemischen* Strahlen festgestellt werden. Auf diese Weise wird der von Lambert nur für optische Strahlen eingeführte Begriff der Albedo erweitert. Wie die letztere im gewöhnlichen Sinne nur die besondere Art und Weise ausdrückt, in welcher ein Lichtstrahl nach Maafsgabe seiner Brechbarkeit verschieden auf einen Nervenapparat unseres Körpers wirkt, so umfafst der in der obigen Weise verallgemeinerte Begriff der Farbe die uns bis jetzt erfahrungsmäfsig bekannten und von der Brechbarkeit eines Lichtstrahls abhängigen Wirkungen auf die Materie überhaupt. Man kann diesen erweiterten Begriff der Farbe eines Körpers der Kürze halber mit dem Namen »*absolute Farbe*« bezeichnen. Dieselbe wird sich nach dem Vorhergehenden ausdrücken lassen durch drei Zahlen, von denen jede stets kleiner als Eins ist und das Reflexionsvermögen des betreffenden Körpers für die drei genannten Strahlengattungen bezeichnet.

Digitized by Google

Ein *absolut weifser* resp. *grauer* Körper würde demgemäfs ein solcher seyn, bei dem jene drei Zahlen gleich wären; durch die Gröfse dieser Zahlenwerthe könnte alsdann conventionell die Gränze festgesetzt werden, über welche hinaus man einen Körper *absolut weifs* und unter welcher man ihn *absolut grau* nennen will.

Angenommen nun, man habe für eine sehr grofse Anzahl, physikalisch und chemisch bekannter Stoffe in dem angedeuteten Sinne die absolute Farbe für auffallendes Sonnenlicht bestimmt, so wird man nach den bis jetzt im Gebiete der strahlenden Wärme und der Photographie gemachten Erfahrungen im Allgemeinen zu der Annahme berechtigt seyn, dafs die absolute Farbe eines Körpers abhängig von der physikalischen und chemischen Beschaffenheit seiner Oberfläche sey, oder, dafs zwei Körper mit physikalisch und chemisch verschiedenen Oberflächen auch eine verschiedene absolute Farbe haben müssen.

Ob diese Annahme ganz allgemein richtig sey, darüber kann selbstverständlich nur erst ein grofses und sorgfältig gesichtetes Beobachtungsmaterial entscheiden, so wie ein genaueres Studium der Gesetze, nach denen sich die absolute Farbe eines aus einem Gemenge bestehenden Körpers aus der absoluten Farbe seiner Bestandtheile bestimmen läfst.

Wenn man nun auch bis jetzt auf eine Bestimmung der thermischen Albedo bei Himmelskörpern verzichten mufs, so haben doch die interessanten Versuche des americanischen Astronomen Bond[1]) gezeigt, dafs die Vergleichung der chemischen Albedo der Planeten mit derjenigen irdischer Stoffe in einfacher Weise bewerkstelligt werden kann. So findet z. B. Bond a. a. O. S. 239 die chemische Albedo Jupiters doppelt so grofs als die chemische Albedo von weifsem Papier, d. h. Jupiter erfordert zur

1) G. P. Bond. *On the light of the Moon and of the planet Jupiter. Memoirs of the American Academy, New Series Vol. VIII* (1861).

Digitized by

Herstellung eines photographischen Bildes von bestimmter Intensität nur die Hälfte von der Zeit, welche ein Blatt sehr weifsen Papiers unter denselben Beleuchtungsverhältnissen zur Erzeugung eines gleich intensiven Bildes gebrauchen würde.

Indem Bond aufserdem die zur Hervorbringung gleich intensiver Photographien erforderlichen Zeiten beim Monde und Jupiter verglich, fand er mit Berücksichtigung des verschiedenen Abstandes beider Körper von der Sonne, *dafs eine Photographie des Jupiters eine neun Mal geringere Expositionszeit erfordert als der Vollmond unter gleichen Beleuchtungsverhältnissen erfordern würde. Bei Vergleichung der Centraltheile des Mondes mit den hellen Streifen Jupiters ergab sich für letztere sogar eine sieben und zwanzig Mal geringere Expositionszeit* (a. a. O. S. 223).

Da nach den Untersuchungen von Hankel[1]), Bunsen und Roscoe[2]) die Expositionszeiten sich umgekehrt wie die Intensitäten der reflectirten Strahlenmenge verhalten, so senden also die Centraltheile des Jupiters von einer gewissen auf sie fallenden Quantität Sonnenlicht sieben und zwanzig Mal mehr chemische Strahlen als der Mond zurück.

Aehnliche Resultate scheinen sich, wenn auch mit geringerer Sicherheit für den Saturn zu ergeben. Verbindet man diese Resultate mit den Ergebnissen der Spectralanalyse, welche für diese beiden gröfsten Planeten ganz analoge Spectra liefert, so wird man mit Rücksicht auf die Entwicklungsgeschichte unseres Planetensystems zu der nicht unwahrscheinlichen Annahme geführt, dafs beide Körper sich noch in einem Zustande der Erhitzung befinden, in welchem sie Licht und Wärme ausstrahlen. Selbstverständlich müssen die Beobachtungen, auf welchen diese Annahme beruht noch vervollkommnet und vervielfältigt

1) Hankel, Messungen über die Absorption der chemischen Strahlen des Sonnenlichtes. Abhandl. d. k. sächs. Ges. d. W. 1862, Bdt 9, S. 55.

2) Bunsen und Roscoe, Photochemische Untersuchungen, Pogg. Ann. Bd. CXVII, S. 529.

Digitized by Google

werden ehe die hier ausgesprochene Vermuthung ihre exacte Bestätigung erhalten und über die Quantität der ausgesandten Strahlen etwas Sicheres entschieden werden kann.

Leipzig, im Februar 1866.

VI. *Beobachtungen der Sonne; von G. Spoerer.*

(Die Arbeit ist zum gröfseren Theile ein Auszug aus zwei Abhandlungen, welche in den Monatsberichten der Berliner Akademie 1865 Juli und November enthalten sind. Die speciellen astronomischen Data findet man in verschiedenen Aufsätzen in den Astronomischen Nachrichten. — Alle zu vorliegender Arbeit gehörigen Zeichnungen finden sich auf Taf. VII.)

In einer früheren Abhandlung dieser Annalen Bd. CXVII ist S. 518 angegeben, welche Gründe mich bestimmt haben, für die Sonne den täglichen Rotationswinkel $\xi = 14{,}295$, demnach die Rotationszeit $T = 25^{d}\,4^{h}\,24^{m}$ anzusetzen. Die aus den Beobachtungen der einzelnen günstig gestalteten Sonnenflecken erhaltenen Rotationswinkel wurden mit 14,295 verglichen; der Ueberschufs wurde (S. 520) als Geschwindigkeit eines Weststurmes, der geringere Betrag als Geschwindigkeit eines Oststurmes angesetzt. Auf S. 516 ist eine Tabelle der wichtigsten in den Jahren 1861 und 1862 erhaltenen Rotationswinkel der Flecke aufgeführt; jene sind mit den Resultaten meiner fortgesetzten Beobachtungen der Jahre 1863 und 1864 zu 12 arithmetischen Mitteln vereinigt. Hinzugenommen ist $\xi = 14{,}295$ für die Breite $b = 90^{0}$, eine durch gute Uebereinstimmung gerechtfertigte Annahme.

Bei der Auflösung der dreizehn Gleichungen von der Form $\xi = x + y \,.\, \sin b + z \,.\, \cos b$ nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde den Zeilen 3 bis 9 doppeltes Gewicht beigelegt. — Die nach der unten stehendenn Formel berechneten ξ und die verbleibenden Unterschiede sind beigefügt.

Digitized by Google

	b	ξ aus den Beobachtungen	ξ berechnet nach d. Formel	Unterschied
1.	0° 54′	14,692	14,580	— 0,112
2.	1 55	14,571	14,536	— 35
3.	5 4	14,344	14,404	+ 60
4.	7 2	14,310	14,325	+ 15
5.	9 20	14,226	14,236	+ 10
6.	11 56	14,198	14,142	— 56
7.	14 7	14,059	14,066	+ 7
8.	15 49	13,958	14,017	+ 59
9.	18 23	13,882	13,931	+ 49
10.	21 18	13,868	13,843	— 25
11.	24 38	13,783	13,762	— 21
12.	30 22	13,731	13,639	— 92
13.	00	14,295	14,304	+ 9

Die Formel lautet:

$$\xi = 16{,}8475 - 2{,}5433 \cdot \sin b - 2{,}2280 \cdot \cos b$$
$$= 16{,}8475 - 3{,}3812 \cdot \sin(b + 41^\circ 13').$$

Danach folgt für den Aequator $\xi_0 = 14{,}62$
($14{,}62 - 14{,}295 = + 0{,}325$; also Weststurm, stündlich 23 Meilen.).

Der angenommene Rotationswinkel der Sonne $\xi = 14{,}295$ wird erhalten bei der Breite 7° 48′.

Das kleinste ξ findet statt in der Breite 49° und be-
13,466. ($13{,}466 - 14{,}295 = - 0{,}829$; also Oststurm, stündlich 38 Meilen.)

Die Formel gilt nicht für die erste Phase in der Entwickelung der Gruppen, indem alsdann sehr beträchtliche, verschiedene und einander entgegengesetzte Bewegungen beobachtet werden. Nachdem meist der östliche Theil der Gruppe verschwunden ist, verbleibt im westlichen Theile ein Hauptkern und dieser zeigt annähernd die nach der Tabelle seiner heliographischen Breite entsprechende Bewegung.

Wir betrachten die Flecke als wolkenartige Gebilde entfernt oberhalb der hellen Fläche des Sonnenkörpers. Der Hof (*penumbra*) ist nichts anderes als eine Gesammtheit kleiner Flecke, deren Zwischenräume die helle Fläche durchblicken lassen, *oberhalb* welcher der Fleck sich befindet. Je näher der Fleck dem Rande kommt, um so

Digitized by Google

mehr werden jene Zwischenräume verdeckt, welche den Hof heller erscheinen liefsen, und während das ganze Gebilde matter wird, nimmt daher verhältnifsmäfsig die Dunkelheit des Hofes noch zu. Nicht physikalische Gründe, namentlich nicht die Resultate der Spectralanalyse, will ich heranziehen für die Annahme, dafs die Flecke sich *oberhalb heller Flächen*, oberhalb der sogenannten Fackeln, welche von dem in einen matten Schleier gehüllten Sonnenkörper an den verschiedensten Stellen bis zu den Polen hin hervorleuchten. Aus den Beobachtungen selbst ist es zu entnehmen. Bei sehr günstiger Luft, welche mit einer mehr als hundertmaligen Vergröfserung ein vorzügliches Bild gewährt, treten die verschiedenen Schattirungen an einzelnen Stellen der Kerne deutlich hervor und zeigen hierin selbst schon während einer Stunde auffallende Wechsel, wie es bei unseren Haufenwolken der Fall ist, wenn wir sie vor der Sonne erblicken. Das Durchbrechen der Kerne durch die sogenannten Lichtadern, welche dieselbe Helligkeit haben wie die ringsum sichtbaren Fackeln, die hellen Partien innerhalb der Höfe und namentlich an den Kernen, ferner die hellen Furchen, welche den mit dicht gedrängt stehenden kleinen Flecken besetzten Rand der Höfe zertheilen: diese und andere Erscheinungen finden durch jene Annahme eine ebenso einfache wie vollständige Erklärung. Zur Widerlegung stützt man sich auf Wilson's Angabe, dafs bei einem Flecke, der auf der Mitte der Sonne ringsum behoft erscheint, der gröfsere Theil des Hofes *vorher* östlich, *später* westlich gesehen wird. Diese excentrische Stellung der Kerne mit ihrer auf der Perspective basirten Erklärung hat die Vorstellung von trichterförmigen Vertiefungen und damit die Annahme eines dunkelen Sonnenkörpers in solchem Grade befestigt, dafs bis auf die neueste Zeit die vom physikalischen Standpunkte aus gemachten Einwendungen unberücksichtigt blieben. Es läfst sich aber nachweisen, dafs die Erklärung der keineswegs so regelmäfsigen excentrischen Kernstellung (nahe den

Digitized by Google

Sonnenrändern) in den Vorgängen auf der Sonne zu suchen sey, nicht aber in den perspectivischen Verhältnissen.

In den Vordergrund dieser Untersuchung stelle ich einen schönen Fleck, den ich durch die Witterung begünstigt vom 22. Sept. bis 4. Oct. d. J. täglich beobachten konnte. Die specielle Behandlung der verschiedenen Theile dieser Fleckengruppe, namentlich die Zuziehung von Messung und Rechnung, kann zugleich als Beispiel einer detaillirten Erörterung gelten, wie sie meiner Meinung nach geeignet ist, um eine nähere Kenntnifs der Verhältnisse zu erlangen.

Der Mittelpunkt des Hauptgebildes, auf welchen sich die nachfolgenden Ortsbestimmungen beziehen, ist in den Zeichnungen Sept. 22 bis Sept. 29 auf einer horizontalen (Declinations-) Linie und in der Mitte zwischen zwei verticalen Linien zu finden; in den Zeichnungen Sept. 30 bis Oct. 4 liegt er in der Mitte des betreffenden Feldes. Bei den Zeitangaben bedeutet z. B. Sept. 25, 5 den wegen Aberration corrigirten mittleren Berliner Mittag des 25 Sept. Die Rectascensionen α und Declinationen δ sind mit ganzen Secunden angesetzt, während die allerdings nicht mehr zu verbürgenden Zehntel doch noch bei Berechnung der heliographischen Oerter benutzt sind.

1865	α	δ	L	b
Sept. 22,445	+ 14′ 47″	− 4 59	91,4	+ 8°
23,445	+ 13 40	− 4 52	90,60	8,11
24,587	+ 11 31	− 4 12	90,84	8,52
25,479	+ 9 15	− 3 26	91,01	8,50
26,480	+ 6 22	− 2 17	90,92	8,52
27,476	+ 3 14	− 0 58	90,64	8,37
28,492	− 0 9	+ 0 36	90,63	8,20
29,424	− 3 10	+ 2 6	90,49	8,06
30,558	− 6 36	+ 3 54	90,43	7,80
Oct. 1,398	− 8 49	+ 5 13	90,44	7,80
2,603	− 11 20	+ 6 52	90,38	7,72
3,411	− 12 28	+ 7 45	90,48	7,67
4,610	− 13 15	+ 8 45	90,6	7,9

Die Normallängen L gehen aus den zuvor berechneten

Digitized by Google

heliograhpischen Längen l dadurch hervor, dafs letztere mit $\xi = 14{,}295$, dem Rotationswinkel der Sonne, auf eine bestimmte Epoche 1865 Sept. 8,046 oder Oct. 3,230 (=1862 Febr. 6,5) bezogen sind.

Wird bei diesen Längen l und den obigen Breiten b eine der Zeit proportionale Aenderung angenommen, so folgt *mit Ausschliefsung der beiden Randörter*, nämlich des ersten Ortes Sept. 22 und des letzten Oct. 3.

$$l = 22{,}84 + 14{,}242 \,.\, (t - \text{Sept. } 28{,}4875)$$
$$b = +8{,}12 - 0{,}0964 \,.\, (t - \text{Sept. } 28{,}4875)$$

Die Formel für die berechneten l enthält den täglichen Rotationswinkel des Fleckes $= 14{,}242$, welcher mit dem Rotationswinkel der Sonne 14,295 verglichen eine tägliche Abnahme der Länge um 0,053 Grade, also einen Oststurm von $2\frac{2}{3}$ geogr. Meilen stündlicher Geschwindigkeit ergeben würde; allerdings nur ein Rechnungsresultat von geringem Werthe.

Die Aenderung der Breite, täglich $= 0{,}0964$, würde als zweite Componente einen Nordsturm von $6\frac{2}{3}$ geogr. Meilen stündlicher Geschwindigkeit ergeben. Daraus würde ein NNO. Sturm von beinahe 8 geogr. Meilen stündlicher Geschwindigkeit resultiren.

Die Angabe würde voraussetzen, dafs ein Schlufs auf die Richtung der Stürme in gleicher Weise gemacht werden könnte, wie wir aus dem Zuge der Wolken auf die in der Höhe herrschenden Stürme schliefsen. Die Zahlen für die Geschwindigkeit wären vollends nur als ein beiläufiger Versuch zu betrachten. Die Geschwindigkeit eines Sturmes aus dem Wolkenzuge entnehmend würden wir auch nur ein sehr unsicheres Resultat erhalten, denn wir sehen, dafs an einer Stelle Wolkenmassen sich auflösen und verschwinden, an einer anderen Stelle Neubildungen eintreten, anderswo Theile unter Beibehaltung ihrer Gestalt mehr oder weniger abgerissen werden und mit gröfserer Geschwindigkeit und in anderer Richtung treiben, hier aber erkennen lassen, dafs, während sich die Wolke

Digitized by

in einer Hauptrichtung fortwälzt, gleichzeitig auch beträchtliche Stürme in anderen Richtungen vorhanden sind. So würden auch bei einem wolkigen Sonnenfleck neben einer mittleren Hauptrichtung gleichzeitig andere Richtungen und gröfsere Geschwindigkeit der Stürme zu denken seyn. Wenn man die Vergleichung der Sonnenflecke mit Wolken darum nicht für zulässig erklären wollte, dafs häufig grofse Beständigkeit der Flecke beobachtet wird, so wäre zu bemerken, dafs eine solche Beständigkeit nur für sehr schwache Vergröfserungen existirt. Geht man aber über eine 200malige Vergröfserung hinaus, so findet sich kein Gebilde, bei dem nicht eine schärfere Achtsamkeit in wenigen Stunden Veränderungen entdeckt, welche — wenn auch bisweilen nur gering erscheinend — in Wirklichkeit doch sehr beträchtlich sind. Zu erwägen ist immer die ungeheure Gröfse der Flecke und werde ich zunächst für den obigen Fleck Zahlen angeben, aus denen sich die Gröfse der Gebilde leicht entnehmen läfst, ferner bei Vergleichung zweier Bilder desselben Fleckes erkennen läfst, dafs wir — um nicht Geschwindigkeiten vorauszusetzen, welche jede Vorstellung übersteigen — vielfach genöthigt sind, Auflösungen und Neubildungen der Massen anzunehmen und zwar in vielen Fällen auch dort, wo auf den ersten Anblick eine Verschiebung der Massen erfolgt zu seyn scheinen könnte. Dieses führt uns aber dahin, die »oberhalb heller Flächen befindlichen dunklen Flecke« in einer unseren Wolken ähnlichen Weise zu denken.

Zu den Zeichnungen ist ein Netz angewendet, bei welchem jede Quadratseite $17\frac{1}{2}$ Bogensecunden oder beiläufig den 110ten Theil des scheinbaren Sonnendurchmessers beträgt. Auf der Mitte der Sonnenscheibe ist demnach die Fläche eines kleinen Quadrats $5\frac{1}{2}$mal so grofs, als unser Erdtheil Afrika, und gilt an den einzelnen Tagen folgende Gröfsenbestimmung für die kleinen Quadrate, ebenfalls für Afrika als Einheit:

Digitized by Google

	Afrika		Afrika
Sept. 23	12,9	Sept. 29	5,6
24	8,5	30	6,3
25	6,8	Oct. 1	7,1
26	6,0	2	9,2
27	5,6	3	13,5
28	5,6		

Man wird danach entnehmen, dafs Sept. 24 der grofse geschlossene Hof etwa 60mal so grofs als Afrika, derselbe Sept. 25 nur = 50 Afrika anzusetzen ist. Nach einer weiteren Verkleinerung bis Sept. 26 auf 35 Afrika würde diese Zahl ungefähr bis Oct. 1 gelten, darauf aber wieder eine erhebliche Steigerung eingetreten seyn.

Der Haupttheil unseres Fleckes, welcher Sept. 22 Vormittags schon $12\frac{1}{2}$ Grad vom Rande entfernt war, hätte Sept. 21 Nachmittags als feine Linie gesehen werden können. Aus dem Umstande, dafs ich ihn nicht bemerkte, will ich noch nicht den Schlufs ziehen, dafs der Fleck erst inzwischen entstanden, indefs war doch Sept. 22 auffallend, dafs von 9 U. 40 M. an, zu welcher Zeit die Karte entworfen wurde, bis um 2 Uhr die Kerne stärker zunnahmen, als den Projectionsverhältnissen entspricht, ferner auch andere Veränderungen sich geltend machten. Nicht minder zeigten sich Sept. 23 sehr beträchtliche Umformungen, namentlich eine um 11 Uhr angefertigte, hier nicht mitgetheilte Zeichnung gab den südwestlichen Theil der Kerne weit compacter, die nördlichen Ansätze wesentlich anders als die für $2\frac{3}{4}$ Uhr geltende Zeichnung.

Betrachtet man für Sept. 22 und Sept. 23 die Zeichnung des Hofes, so ersieht man, dafs von einer der Wilson'schen Hypothese entsprechenden Form durchaus keine Rede seyn kann, dafs indessen der Ausspruch eines Beobachters anders gelautet haben könnte, wenn derselbe mit einem kleinen Fernrohr und mit geringer Vergröfserung das Gebilde betrachtet hätte, indem dann wegen der Unkenntlichkeit der hellen Kanäle im östlichen Theile des Hofes auch der Hof östlich breiter erscheinen mufste. Die

Digitized by Google

Vergleichung der Bilder Sept. 24 und Sept. 25 macht den Eindruck, als wenn der südliche Theil des Kerns durch Stürme von links (auf ⊙ durch Oststürme) fortgetrieben sey, d. h. derartige Stürme hätten eine Auflösung der Massen links und Neubildungen rechts hervorgerufen. Schon Sept. 25, mehr noch Sept. 26, waren auffallend die zahlreichen Spitzen des Kerns. Wenn man aber oberhalb eines Magnets einen Papierbogen ausbreitet und Eisenfeilspäne aufstreut, so nehmen diese bekanntlich sofort bestimmte Richtungen an und ordnen sich in Reihen; eine gleiche Regelmäfsigkeit zeigte sich namentlich auf der rechten Seite des Kerns. Die kleinen länglichen Fleckenstücke setzten sich hier so nahe dem Kern oder dessen Verlängerungen an, dafs nicht wohl angegeben werden könnte, wo der Kern aufhörte und der Hof anfinge. Dergleichen kommt nicht selten vor und ist neben der Zerlegung eines Hofes in kleine Flecke ein entscheidender Beweis dafür, dafs die Höfe ihrer Natur nach nicht wesentlich von den Kernen zu unterscheiden sind. In Bezug hierauf wollen wir bei Besprechung des Mai 19 beobachteten Fleckes noch eine Bemerkung hinzufügen, jetzt aber den Hofstreifen ins Auge fassen, welchen die Zeichnung Sept. 22 *südöstlich* nahe dem Hauptflecke zeigt. Während derselbe Sept. 22 um 10 Uhr nur als ein verwaschener Hofstreifen zu erkennen war, zeigten sich in demselben schon um 1 Uhr zahlreiche Flecke von einigen Secunden Durchmesser und an den folgenden Tagen löste sich Alles so vollständig in Flecke auf, dafs sogar eine Abschätzung ihrer Anzahl nicht unmöglich gewesen wäre. Nach Sept. 25 änderte sich diese Partie vollständig, während auch der Hof des Hauptfleckes auf der rechten Seite ebenso der Kern ganz anders wurde. Rechts und links findet man Sept. 26 den Kern ausgedehnt über beträchtliche Flächen, welche am Tage vorher von zahlreichen länglichen Stücken eingenommen waren. Von der Sept. 25 sehr deutlichen Trennungslinie würde man für Sept. 26 eine *Drehung* behaupten können. Solche Drehungen sind mir nicht selten vorgekommen. Das Wort

Digitized by Google

Drehung zu vermeiden, scheint mir keine Veranlassung; indessen möchte ich doch hervorheben, dafs bei einem Gebilde von so ungeheurer Ausdehnung nur von einer scheinbaren Drehung die Rede seyn kann, welche unter Einwirkung der Stürme dadurch hervorgerufen ist, dafs an der einen Stelle Kernstücke aufgelöst, an einer anderen Neubildungen hervorgerufen sind. Von dem im Hauptkern Sept. 25 und Sept. 26 vorhandenen hellen Streifen konnten Sept. 27 noch Spuren bemerkt werden, wie die Zeichnung ergiebt, dabei war aber eine demselben anliegende tief-dunkele Kernstelle recht auffallend und erhielt sich durch mehrere Tage. Diese dunkelen Stellen, auf welche zuerst Dawes aufmerksam gemacht hat, erscheinen mir nicht als etwas besonders merkwürdiges. Indem ich die Flecke oberhalb heller Flächen (der Fackelflächen) befindlich ansehe, finde ich die Erklärung der *verschiedenen Schattirung* der Kerne und zugleich dieser *dunkelen Kernstellen* einfach durch die Annahme einer geringeren oder bedeutenderen Anhäufung der den Kern bildenden dunkelen Massen.

Der Kern war Sept. 27 im Vergleich zu den früheren Tagen abgerundeter, mehr noch Sept. 28 und Sept. 29. Der Hof hatte einen andern Charakter angenommen, indem er rings um den Kern heller war und hier nicht mehr in Punkte aufgelöst werden konnte. In einem dunkelen ungleich breiten Randsaume war dagegen die Auflösung in Punkte sehr leicht zu erkennen, und besonders auf der südlichen Seite traten Punkte mit hellen Zwischenräumen, welche gröfser als diese Punkte waren, an allen Tagen (namentlich von Sept. 28 an) sehr deutlich hervor, wurden sogar noch Oct. 4 um 9 Uhr sehr schön gesehen. Die Zeichnung kann diefs besonders bei Oct. 4 nicht mehr wiedergeben, weil dazu der Maafsstab der Zeichnung zu klein ist. Die Uebergänge der Kernform Sept. 29 zu derjenigen Oct. 3 sind aus der Zeichnung deutlich zu ersehen, so dafs ich nichts weiter hinzufüge. Diefs Gebilde Oct. 3 ist dadurch interessant, dafs man vom östlichen Theile des Kerns

Digitized by Google

anfangend eine dunkele Spirale herausfinden kann, neben derselben eine helle, wobei man denken könnte, dafs in der letztern Stürme den Fleck umkreist und die kleinen Hof-Flecken weggefegt hätten. Bei dem Randbilde Oct. 4 um 9 Uhr war der westliche Theil des Hofes weniger deutlich als der östliche und um 2 Uhr 30 Minuten nicht mehr zu erkennen. Mit der Wilson'schen Auffassung ist also auch das Gebilde am Westrande nicht zu vereinen.

Die Ausdehnung der Fackelfläche habe ich bei der Zeichnung Sept. 22 und Oct. 3 angedeutet. Die Fackeln betreffend will ich besonders für Oct. 4 hinzufügen, dafs der Anblick solcher Randgebilde mit den umgebenden glänzenden Fackeln jeden Beobachter *dagegen* einnehmen wird, dafs sich die Flecke oberhalb jener hellen Flächen befinden, indem man in einer wirklich überraschenden Weise die Fackeln als bergartige Erhöhungen und zwischen diesen die Flecke in einer um so gröfseren Vertiefung zu sehen glaubt, je dunkler der Fleck ist. Angenommen selbst, es verhielte sich in der That so, wie es nach dem Anblick erscheint, so wäre dennoch die Erscheinung als eine Täuschung zu bezeichnen, weil die für körperliches Sehen erforderliche Bedingung nicht erfüllt ist, nämlich, dafs unsere Augen zwei von einander verschiedene Bilder empfangen, welche combinirt werden. Von dieser Täuschung frei zu werden, ist mir in solchen Fällen bei directer Betrachtung nicht möglich gewesen. Die Täuschung verschwindet, wenn man das Sonnenbild in dunkelem Raume auf eine weifse Fläche projicirt. Die glänzenden Fackelflächen wirken dann nicht so stark auf das Auge ein, und man hat das Bild auf einer ebenen Fläche vor sich, so wie auch — aber uns weniger bewufst — das direct betrachtete Bild des Fernrohrs in allen seinen Theilen auf einer ebenen Fläche liegen mufs.

Aus der Umgebung unseres grofsen Fleckes ist schon der lange Hofstreifen erwähnt, welcher sich Sept. 22 südöstlich zeigte. Weiter *südöstlich* war Sept. 22 ein kurzer Hofstreifen, in welchem erst Mittags ein dunkeler Kern

Digitized by Google

erkannt wurde, gleichmäfsig von Hof umgeben. Derselbe wurde Sept. 23 in gleicher Weise gesehen ($L = 84{,}8$ und $b = +4{,}9$), er war Sept. 24 weiter nach links getrieben ($L = 85{,}0$ und $b = +4{,}9$), nun aber nicht mehr gleichmäfsig behoft, sondern südlich fehlte der Hof gegenüber einem neuentstandenen Fleck, dessen Hof nach der entgegengesetzten Seite gerichtet war. Auch Sept. 25 bestand die entgegengesetzte Hofstellung, aber es war eine überaus beträchtliche Drehung eingetreten, wobei wiederum das Wort Drehung in der oben erörterten Bedeutung zu nehmen ist. Sept. 26 war eine nördliche Verbindung der Höfe hergestellt; Sept. 27 hatte der westliche Theil einen beträchtlichen Hof. Sept. 28 hatte die rechte Hälfte des Gebildes einen Hof auf der Südseite, die linke Hälfte auf der Nordseite und war der letztere Hof seiner ganzen Ausdehnung nach von einem hellen Kanal durchzogen. Sept. 29 fehlten die Höfe fast ganz und mit Sept. 30 hörte diese Partie auf. Vergleicht man den Ort des Kerns für Sept. 23 mit den Oertern für die Mittelpunkte der späteren Gebilde, so ergiebt sich folgendes: Während nach dem Anblick der Gebilde beträchtliche Stürme in wechselnden Richtungen herrschten, resultirte eine Bewegung im Sinne eines *Weststurmes*.

Die *entgegengesetzte* Richtung finden wir weiter nördlich. Es ist schon oben erwähnt worden, dafs die *Südspitze* des Kerns Sept. 25 den Eindruck mache, als wenn die Veränderungen unter Einwirkung eines Oststurmes hervorgebracht seyen. Die zu erwähnenden Beziehungen weisen für die anliegende südöstliche Partie ebenfalls auf einen *Oststurm* hin. Im südlichen Theil des Hofes giebt die Zeichnung für Sept. 25 einen neu entstandenen Kern; die helle Stelle links neben dem Kern ist der Anfang für die Auflösung des Hofes in dieser Gegend. Bis Sept. 26 sind an der früheren *Ostgränze* des Hofes neue Kerne mit Hof entstanden, auch Sept. 27 vorhanden, die wir aber nicht weiter betrachten. Von dieser Stelle zieht sich südlich eine helle Strafse (welche Sept. 25 vom Hof einge-

Digitized by Google

nommen war), und wir finden *östlich* von derselben zwei Kerne, nur auf der rechten Seite behoft. Für einen Punkt an der Westseite zwischen den Kernen zeigt die genaue Ortsbestimmung, dafs wir hier dasselbe, allerdings veränderte Gebilde haben, welches Sept. 25 den südöstlichen Theil des grofsen Hofes bildete. Die folgenden Oerter zeigen es weiter nach rechts getrieben, wodurch also (auf)⊙ Oststürme angezeigt werden. Die Einbiegung des Hofes Sept. 28 war der Beginn seiner Auflösung und verblieben bis Sept. 29 nur einzelne Punkte, von denen der mittelste abermals östlicher liegt.

Im *Nordwesten* der Gruppe befanden sich Sept. 24 ausgedehnte Partien, von welchen nur kleinere bis Sept. 25 übrig blieben. Hier ist die Bewegung nach links (auf ⊙ *Weststürme*) bis Sept. 29 durch die Oerter angezeigt, welche auf der Karte angegeben sind mit Andeutung der Punkte, worauf sie sich beziehen.

Wir fassen demnach zusammen, dafs die Ortsbestimmung ergiebt für den Hauptkern: NNO-Sturm; im Südosten der Gruppe: Weststurm; südöstlich vom Hauptkern: Oststurm; nordwestlich vom Hauptkern: Weststurm.

Eine Gruppe, welche *nordöstlich* weiter abstand, so dafs sie auf der Karte nicht mehr angegeben werden konnte, darf nicht unerwähnt bleiben. Sept. 27 Nachmittags entstand ein kleiner Fleck, dessen Ort $L = 80^0$ und $b = +17^0$; dieser wurde an derselben Stelle auch Sept. 28 und Sept. 19 gesehen. Der grofsen Gruppe näher zeigten sich Sept. 28 drei Flecke, zwischen ihnen ein matter Hof; an ihrer Stelle war Sept. 29 eine Gruppe sehr zahlreicher kleiner Flecke, auch noch Sept. 30, aber sehr matt sichtbar. Entfernt *südlich* war Sept. 30 die auf der Karte No. 12 angegebene Gruppe vorhanden.

Von allen begleitenden Partien war Oct. 1 nur noch ein kleiner Fleck östlich vom Hauptflecke verblieben, darauf verschwand auch dieser. Der Hauptfleck ist nach Oct. 4 auf der uns abgewandten Sonnenseite verschwunden. In

Digitized by Google

der folgenden Rotationsperiode wurden an der Stelle der Gruppe nur zerstreute Fackeln gesehen.

Die Gegend in der Nähe des Längenkreises 90°, welche von unserer Gruppe eingenommen wurde, war in den Jahren 1862 und 1863 sowohl auf der nördlichen, als auch auf der südlichen Halbkugel wenig besetzt gewesen. Für das Jahr 1864 sind 14 Rotationsperioden gezählt worden, indem die ganze zu Anfang des Jahres sichtbare Sonnenscheibe in die erste Periode aufgenommen wurde; dagegen wird die erste Periode des Jahres 1865 von dem Längenkreise 0° gezählt, welcher 1865 Jan. 7 Nachmittags die Mitte der Sonnenscheibe passirte. Von der ersten bis zur zehnten Rotationsperiode d. J. 1864 bestand bei 90° ein breiter leerer Streifen, nur durch drei Gruppen unterbrochen, zwei auf der südlichen, eine auf der nördlichen Halbkugel. Mit der elften Rotationsperiode trat für die nördliche Halbkugel eine entschiedene Aenderung ein. Wir verstehen unter einem »Fackelbezirk« eine (bisweilen Verschiebungen erfahrende) Stelle der Sonnenoberfläche, welche durch lange Zeiträume mit Fackeln besetzt ist. Ein solcher mit *R* bezeichneter »Fackelbezirk«, dem Längenkreise 90° westlich angränzend, war in den Perioden 11 bis 13 mit schönen Gruppen besetzt; in der folgenden Periode waren nur Fackeln vorhanden. In der ersten Periode des Jahres 1865 schien dieser Bezirk erloschen, während sich östlich von 80° ein neuer Fackelbezirk *Y* zeigte. Dieser erstreckte sich später auch westlich über 80° hinaus, nicht gleichmäfsig in den einzelnen Perioden, immer Fleckengruppen enthaltend bis zur zehnten Periode, in welcher der grofse Fleck beobachtet wurde.

Zu den schönsten Gruppen dieses Bezirks gehören die auf den Karten 1. 2. 3. abgebildeten. Die im Mai beobachtete Gruppe (Karte 1) entstand erst Mai 17 auf der westlichen Hälfte der Sonnenscheibe. Vom Mai 19 sind zwei Abbildungen mitgetheilt, weil gerade die erste Entwickelung der Flecke in Betreff der Hofbildung von besonderem Interesse ist. Der Vormittags nur noch kleine

westliche Fleck war Nachmittags beträchtlich angewachsen, mehr und minder dunkele Theile enthaltend, in einer Weise, dafs zweifelhaft blieb, ob die verwaschenen minder dunkelen Theile schon als Hof zu betrachten wären oder nicht. Diefs reiht sich dem oben (bei Sept. 25) bemerkten an, auch dafür sprechend, dafs Kern und Hof nicht wesentlich von einander verschieden seyn können. Man findet nicht selten, dafs die Entwicklung eines Flecks über diese Stufe nicht hinaus kommt, während bei unserem Fleck eine interessante Fortentwickelung statt fand. Das Mai 20 Morgens gesehene Gebilde änderte sich schon im Laufe des Tages erheblich, der nordöstlich vorgestreckte Arm des Fleckes verschwand und ein langer Kern entstand am Südwest-Rande des Hofes.

Bei der auf Karte 2 abgebildeten Gruppe ist für Juni 8 die entgegengesetzte Hofstellung der nordöstlichen Hauptheile bemerkenswerth. Von diesen einander nahen Theilen verschwand der westliche, während nach dem Anblick der Karte der östliche bis Juni 12 eine Drehung erfahren zu haben scheint. Hier ist aber Auflösung und Neubildung beobachtet worden, wie ich es als allgemein geltend in Betreff einer Drehung sagte. Nämlich Juni 9 war nur die nördliche Hälfte des Kerns verblieben und diese in drei Stücke zerfallen, welche sich später wieder zusammenschlossen und vergröfserten, wobei das östliche Stück vornehmlich nördlich sich vergröfserte. Die Umänderungen und Neubildungen waren überhaupt bei dieser Gruppe sehr beträchtlich.

Die auf der Karte 3 abgebildete Gruppe ist erst Aug. 28 an einer Stelle entstanden, wo Aug. 27 nur Fackeln (nahe dem Ostrande) vorhanden waren. Auch bei dieser Gruppe werde ich auf eine specielle Beschreibung nicht eingehen. Ich hebe nur die schönen Hofstellungen hervor und erwähne bei Sept. 5, dafs die Zeichnung für den Mittag gilt, am Morgen aber der grofse Hof des östlichen Theils nicht so vorhanden war. Der längliche Kern in der Mitte der Gruppe hatte rechts nur einen mäfsig breiten Hof, dem

Digitized by Google

östlichen runden Kern fehlte links der Hof gänzlich, so dafs innerhalb einiger Stunden Neubildung des Hofes über einer Fläche stattfand, welche mindestens viermal so grofs ist als unser Erdtheil Afrika.

Das Feld No. 17 war ursprünglich für einen kleinen dem Aequator nahen Fleck bestimmt, der Juli 4 am Ostrande als feine graue Linie erschien. Erst Juli 4 Abends wurde ein Kern an der Ostseite des Hofes bemerkt. Juli 5 war der Kern mehr abgerundet, nur nördlich und südlich behoft. Juli 6 und 7 wurden sehr zierliche Hofformen gesehen, namentlich Juli 7 schöne weithin auslaufende Spitzen. Juli 8 war der Hof nur westlich. Von Juli 9 an folgten verwaschene Formen. Hervorzuheben ist, dafs die Oerter am Westrande eine starke *Zunahme* in der Länge zeigten. Der jetzt auf dem Felde 17 abgebildete Fleck verdankt seinen Platz den Aufsätzen Secchi's, welche in den astronomischen Nachrichten No. 1553 enthalten sind und mir gerade in diesen Tagen zukamen, als ich schon den gröfsten Theil der Karte gezeichnet und die Bestimmung für die einzelnen Felder getroffen hatte.

Dieser Fleck zeigte Juli 9 eine der Wilson'schen Auffassung entsprechende Form, welche indessen aus einer *nicht* entsprechenden hervorgegangen ist. Nahe dem Sonnenrande Juli 8 war nämlich der Hof gerade auf der Ostseite *nicht* vollständig geschlossen. Juli 14 wurden im Kern zahlreiche helle Streifen in verschiedenen Richtungen gesehen; der südöstliche Theil des Hofes war zu einer Spitze verlängert, deren kleine Flecke zwar ziemlich gleiche Gröfse hatten, indessen ihre Abstände von einander waren um so gröfser, je weiter die kleinen Flecke von dem Kern entfernt waren, was häufig so vorkommt. Die Zeichnung für Juli 15 soll andeuten, dafs der Kern von zwei tiefdunklen Streifen durchzogen und mit zahlreichen Spitzen besetzt war. In dem südlichen Theile des Hofes war eine helle Bucht, welche bis zum Kerne reichte. Juli 16 war der Kern sehr locker, etwas weniger Juli 17; Verschiedenheit der Höfe war bemerklich und ist in der Zeich-

Digitized by Google

nung angedeutet. Juli 18 hatte der Kern eine neu entstandene Verlängerung, welche links bis zum Rande des Hofes reichte. Juli 19 war bei heiterem Himmel die Luft zum Erkennen der Gestalt nicht günstig. Juli 20 wurde der Kern um 8 Uhr gesehen, nur nördlich und südlich behoft, darauf erschien um 3½ Uhr Kern und Hof als ein gleichmäfsig dunkler schmaler Streifen.

Secchi hat an den 4 Tagen Juli 17 bis Juli 20 die Abstände vom Rande gemessen und daraus den täglichen Rotationswinkel des Flecks berechnet, wobei sich in voller Uebereinstimmung mit meinen Messungen eine Abnahme desselben herausstellte.

Die Abnahme der Rotationswinkel würde sich durch eine Strahlenbrechung der Sonnenatmosphäre erklären lassen, wie Secchi in einer behutsamen Weise ausspricht. Auch Carrington hat sich mit dieser Frage beschäftigt und in den *Monthly Notices* April 1858 eine Untersuchung mitgetheilt, ebenfalls auf die grofsen Schwierigkeiten aufmerksam machend. Bei meinen Untersuchungen der Rotationswinkel habe ich viele meiner Randörter unbenutzt gelassen, theils in der Absicht von der Strahlenbrechung frei zu bleiben, theils in Rücksicht auf den grofsen Einfluſs kleiner Beobachtungsfehler. In den meisten Fällen zeigen sich leider die Gestalts- oder Ortsveränderungen so dominirend, dafs die Aussicht auf Ermittelung der Strahlenbrechung sehr gering ist. Der obige Fleck mag *vielleicht* als ein sehr günstiger bezeichnet werden können.

1865	α	δ	L	b
Juli 8,351	+ 15′ 21″	— 1′ 43″	25,75	— 4,6
9,360	+ 14 11	— 2 5	25,51	— 4,7
11,361	+ 8 54	— 2 38	25,12	— 4,6
13,358	+ 3 9	— 2 38	25,00	— 4,7
14,459	+ 0 56	— 2 29	25,15	— 5,0
15,454	+ 4 31	— 2 13	25,06	— 5,0
16,445	+ 7 54	— 1 52	25,18	— 5,1
17,340	+ 10 33	— 1 28	25,13	— 5,2
18,428	+ 13 9	— 0 53	25,07	— 5,1
19,427	+ 14 46	— 0 26	24,78	— 5,1.

Digitized by Google

Der Mittelwerth der Längen von *L* von Juli 11 bis Juli 18 beträgt 25,10. Ein Einfluſs der Strahlenbrechung durch die Sonnenatmosphäre verkleinert die *L* am Westrande, daher *L* für Juli 19 zu klein, entsprechend der obigen Betrachtung der Rotationswinkel. Für den Ostrand müſsten die *L* wegen der Strahlenbrechung zu groſs seyn, so wie es oben für Juli 8 und Juli 9 erhalten ist. Als ein interessantes, wenn auch noch nicht entscheidendes Resultat wäre also zu entnehmen, daſs der Fleck, auf welchen P. Secchi hingewiesen hat, nicht nur für den Westrand, sondern auch für den Ostrand einen Einfluſs der Strahlenbrechung zeigt. — Von dem vorher angeführten ebenfalls günstigen Fleck ist dagegen eine Zunahme der Längen am Westrande erwähnt worden.

Eine nothwendige Folge der Strahlenbrechung würde seyn, daſs in einem schmalen Saume des Sonnenrandes noch ein Theil der abgewandten Sonnenseite zu sehen wäre. Damit wäre in Uebereinstimmung, daſs der Sonnenrand keineswegs scharf abgeschnitten hell erscheint. Der *äuſserste* Theil des feinen Saumes, welcher das matteste Licht sendet, würde bei Betrachtung der Sonne durch ein Blendglas nicht mehr sichtbar seyn, ebenso nicht bei Projection des Sonnenbildes auf eine weiſse Fläche, weil hier gleichfalls eine Lichtschwächung stattfindet. Wenn dagegen auf der uns (nach geometrischer Construction) abgewandten Sonnenseite nahe dem Rande sehr intensive Fackeln vorhanden sind, — Fackeln, wie ich sie einmal von solcher Intensität gesehen habe, daſs sie durch eine vorüberziehende Wolke hindurchleuchteten, während durch dieselbe die übrige Sonnenscheibe völlig verdeckt wurde, — so würden diese auch noch in dem *äuſsersten* sonst unsichtbaren Theile des feinen Saumes sichtbar seyn können und *feine Hervorragungen* bilden. Es ist nun in der That zu verschiedenen Malen und erst am 5. August d. J. bei einer Randbeobachtung von Secchi beobachtet worden, daſs sehr schmale Fackelstellen über den Rand hinausragten. Wenn nun aus dieser Erscheinung der Schluſs gezogen

Digitized by Google

wird, dafs die Fackeln bergartige Erhöhungen seyen, so würde die obige Erklärung den Schluſs nicht zulassen, und würde andererseits jene Erscheinung nicht meinem Ausspruche entgegentreten, dafs sich die Flecke oberhalb der hellen Fackelflächen befinden.

Die Gruppe im Felde 18, welche auch Secchi in den erwähnten Aufsätzen ihrer gewaltigen Veränderungen wegen anführt, wurde aufgenommen in der Absicht, einige Bemerkungen anzuknüpfen über eine durch die Zeitungen verbreitete Notiz, dafs mit dieser Gruppe die magnetischen Störungen in Verbindung standen, auf welche zur Zeit der Zerreifsung des transatlantischen Kabels von Airy hingewiesen ist. Auf einer vorher leeren Stelle, welche Juli 29 nur erst mit einem kleinen Fleck und einigen andern fast Punkte zu nennenden Flecken besetzt war, zeigte sich Juli 30 auf der Mitte der Sonnenscheibe jene bedeutende Gruppe, deren Bild für $4\frac{1}{2}$ Uhr Nachmittags so getreu als möglich wiedergegeben ist. Die Schwierigkeit der Zeichnung, namentlich die Eintragung in das Netz bei einem nicht mit Uhrwerk versehenen Fernrohr, wurde an diesem und den folgenden Tagen dadurch sehr erhöht, dafs kaum einige Minuten vergingen ohne vorgekommene Aenderungen in den feinen Details, daher denn auch eine Revision oder Verbesserung der fertigen Zeichnung kaum geschehen konnte. Die Gruppe habe ich bis Aug. 4 verfolgt; Aug. 5 kam sie an den Westrand, konnte hier aber wegen Regenwetter nicht beobachtet werden.

Die grofsen Umwälzungen auf der Sonne *seit* Juli 30 können wir doch noch nicht mit denen vergleichen, die in kurzer Zeit das Gebilde Juli 30 hervorriefen auf einer Fläche, welche das Dreifache der ganzen Erdoberfläche noch übersteigt. Indem zugleich Juli 30 die Fleckengruppe auf der Mitte der Sonnenscheibe sich befand, so wäre man wohl berechtigt zu verlangen, dafs der Eintritt der magnetischen Störung schon für Juli 30 nachgewiesen werden müfste, wenn ein Zusammenhang mit jener Gruppenbildung annehmbar erscheinen soll.

Digitized by Google

Durch gefällige Mittheilung des Prof. Lamont habe ich die Münchener magnetischen Beobachtungen erhalten und daraus ersehen, dafs weder von Juli 29 bis Juli 30, noch an den nächstfolgenden Tagen etwas besonders auffallendes in Betreff des Magnetismus der Erde vorgekommen ist. Die grofse magnetische Störung trat in München erst Aug. 3 entschieden hervor. Ich finde mich daher nach dem vorliegenden und nach anderen ähnlich untersuchten Fällen zu der Meinung veranlafst, dafs eine Abhängigkeit des Magnetismus der Erde von den auf der Sonne bei Bildung der Flecke thätigen Processen schwerlich in stärkerem Maafse anzunehmen sey, wie die immer nur sehr untergeordnete Abhängigkeit unserer Witterungsverhältnisse von einem Einflusse des Mondes.

Auf den Karten 19 bis 26 sind zwei Gruppen No. 70 und No. 120 abgebildet, welche zu verschiedenen Zeiten an derselben Stelle der Sonnenoberfläche beobachtet wurden. Beide gehören einem Fackelbezirke an, der in den einzelnen Rotationsperioden seit der sechsten Periode des Jahres 1864 verfolgt worden ist, einige Ortsverschiebungen und Unterbrechungen zeigend.

Die Gruppe No. 70 ist dieselbe, von welcher schon Zeichnungen aus Rom und Palermo bekannt geworden sind. Von den beiden Kernen, welche Mai 25 und 26 im Hauptheil der Gruppe standen, löste sich der östliche völlig in kleine Flecke auf, während sich östlich der Hof zusammenschlofs, so dafs Mai 27 für ein schwaches Fernrohr das Gebilde der Wilson'schen Angabe entsprechen konnte. Darauf traten weitere Umformungen ein, wie auch die Zeichnung für Mai 29 zeigt. Später vergröfserte und theilte sich das Gebilde, was nicht weiter erörtert werden soll. Wir benutzen die Zeichnung Mai 26, um nun, mit der Wilson'schen excentrischen Kernstellung abzuschliefsen. Es sind wohl Beispiele genug angegeben worden zur Begründung meines Ausspruches, dafs die Stellung der Höfe an den Kernen den Vorgängen auf der Sonne, und nicht den perspectivischen Verhältnissen zuzuschreiben sey.

Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und hervorheben, dafs bei dem Auftreten der Gruppen am Ostrande die vorangehenden westlichen und meist stärker entwickelten Theile einer Gruppe in den beiden fleckenreichen Gürteln oft gerade auf der westlichen Seite die beträchtlichere Hofentwickelung haben, wofür die Erklärung wohl in gleicher Weise wird gegeben werden können, wie für die »entgegengesetzte Hofstellung«, welche sehr häufig bei kleinen und einander nahen Flecken, aber auch nicht selten bei gröfseren und weit entfernten Flecken beobachtet wird (vergleiche Karte 1 für Mai 20 und Karte 2 für Juni 8). Auch bei der Gruppe 70 zeigte sich sehr schön Mai 26 der westliche Theil der Gruppe mit einem links geschlossenen Hofe, dagegen der kleinere östliche Theil nur auf der rechten Seite behoft.

Die Gruppe No. 120 kann in Betreff der auf grofsem Gebiete erfolgenden beträchtlichen Veränderungen als eine Ergänzung der ausgezeichneten Gruppe No. 91 betrachtet werden. Während bei letzterer die unter verschiedenen und wechselnden Richtungen zu denkenden Stürme Neubildungen von Kernen und Höfen hervorriefen, dieselben wiederum zerstörten und andere Gebilde schufen, dabei weite helle Strafsen bahnend, eingefafst von Kernreihen, hinter denen die Höfe lagerten, finden wir in dem hier abgebildeten Haupttheil der Gruppe No. 120 die Bildung eines überaus bedeutenden und nur wenig zerstückelten Kernes mit einem umschliefsenden, überall zusammenhängenden Hofe, darauf Oct. 18 Spaltung des Gebildes von Süden her und zugleich Verkleinerung des östlichen Kernstückes. Die vielen Flecke, welche weiter südöstlich auf einer noch gröfseren Fläche folgten, lassen wir unberücksichtigt. Ungünstige Witterung gewährte den Anblick dieser schönen Gruppe aufser den auf der Karte angegeben Tagen nur noch Oct. 10, wo aber wenig mehr als der Umrifs gezeichnet werden konnte. Der Kern war Oct. 10 ziemlich rund, der Hof schon sehr grofs. Bei dem Oct. 13 als eine Neubildung zu betrachtenden südöstlichen Kern-

Digitized by Google

stück wurde eine minder dunkle Stelle bemerkt, welche in der Zeichnung absichtlich heller dargestellt ist, als sie gesehen wurde. Unter Zunahme der Ortsberechnung folgt, dafs das südlich davon befindliche Kernstück bis Oct. 15 aufgelöst worden ist, dagegen hat sich der östliche Theil ebenfalls zufolge der Rechnung nördlich durch Neubildung vergröfsert und den Oct. 13 dort vorhandenen isolirten Kern in sich aufgenommen. Die lange Kernspalte Oct. 15 zeigte auffallend scharf begränzte Ränder. Die Zeichnung für Oct. 18 giebt das Bild der von Süden her beginnenden Auflösung des mittleren Theils. Bei dem Anblick der Gruppe Oct. 18 Nachmittags war die Kernverbindung zwischen dem grofsen westlichen und dem verminderten östlichen Kerne noch mehr verkleinert und schon vollständig zerrissen, auch fehlte ein weit gröfserer Theil des Hofes. Dadurch wird der Uebergang zu der Oct. 19 gesehenen Form erklärlich. Zur Abschätzung der Gröfse gebe ich den Flächeninhalt eines der kleinen Quadrate des Netzes an, nämlich

Oct. 13 = 6,8
Oct. 15 = 5,2 } für Afrika als Einheit.
Oct. 18 = 13,5

Demnach würde das Gebilde Oct. 13 und Oct. 15 etwa 120mal so grofs gewesen seyn wie unser Erdtheil Afrika oder beinahe 7mal so grofs wie die ganze Erdoberfläche. Der Flächeninhalt Oct. 18 war um den vierten Theil kleiner.

Den Ansichten, wie sie in der obigen Darstellung ausgesprochen sind, treten andere Astronomen entgegen. Gautier und Zöllner betrachten die Flecke als Schlacken auf der weifsglühenden Oberfläche der Sonne. Von Secchi ist erwähnt, dafs er die Fackeln als leuchtende Wolken auffafst, welche theilweise sogar die Flecke überziehen. Die gleiche Ansicht finden wir bei den englischen Astronomen de la Rue, Steward, Loevy. Letztere haben bei den in Kew aufgenommenen Photographien der Sonne eine Eintheilung nach Zonen, je nach dem Abstande de

Flecke von der Mitte der Sonnenscheibe, vorgenommen und die Breite des Hofes verglichen einerseits gegen die Mitte der Sonnenscheibe, andererseits dem Rande zu. Aus diesen an den kleinen Bildern ausgeführten Messungen soll die Richtigkeit der Wilson'schen Hypothese hervorgehen, dafs also die Flecke tiefer liegen als die Photosphäre. Zwei zu ungleichen Zeiten aufgenommene photographische Bilder lieferten mit dem Stereoskop ein körperliches Bild, bei welchem die Flecke als Höhlung zwischen glänzenden Fackelbergen erschienen. Man hat ferner gefunden, dafs die um Flecke befindlichen Fackeln zu ihrem gröfseren Theile auf der Ostseite der Flecke liegen, und die Erklärung gegeben, dafs die dunkelen Flecke voraneilen, indem sie den Einfluſs kalter Ströme erfahren, welche aus der Höhe sich herabsenken und eine gröfsere Rotationsgeschwindigkeit mitbringen, während aufsteigende und geringere Rotationsgeschwindigkeit mittheilende heifse Ströme die Fackeln zurückhalten. In der neusten Abhandlung haben die Astronomen der Sternwarte in Kew einen die Flecke vermindernden Einfluſs des Planeten Venus nachzuweisen versucht, was ich ebenfalls ohne weitere Bemerkung anführe.

Faye hat durch Rechnung feststellen wollen, dafs die Flecke um 0,005 bis 0,009 des Radius unterhalb der Sonnenoberfläche befindlich seyen. Es ist oben erwähnt worden, dafs häufig die Längen am Ostrande zu grofs, am Westrande zu klein erhalten werden, was einem Einfluſs der Strahlenbrechung zugeschrieben werden könnte. Indem Faye diese Erklärung abweist, wendet er Formeln an, nach denen eine Correction der Oerter zu berechnen sey, für den Fall, dafs der Fleck unterhalb oder oberhalb der Sonnenoberfläche sich befindet. Dabei ergiebt sich dann das erwähnte Resultat. Die bei geringer Vergröfserung angestellten Messungen Carrington's, welche von Faye benutzt sind, dürften für diese Untersuchungen nicht die erforderliche grofse Schärfe haben, zumal bei allen dem Rande näheren Oertern die Beobachtungsfehler einen sehr

Digitized by Go

starken Einfluſs haben. Das Rechnungsresultat hängt aber fast allein von den Randörtern ab, weil diese in den betreffenden Gleichungen überwiegend groſse Coëfficienten erhalten. Es wird nicht nöthig seyn andere Beispiele anzugeben, als schon in diesen Annalen Bd. CXVII, S. 513 und 515 mitgetheilt sind. Ein Resultat, wie es Faye angiebt, wird erhalten, wenn die in Columne II aufgeführten Unterschiede für den Ostrand (d. h. die in jeder Periode zuerst stehenden Zahlen) stark negativ, dagegen für den Westrand (die in den einzelnen Perioden zuletzt stehenden Zahlen) stark positiv sind. Man wird dieſs bei dem ersten Beispiele, wo ein Fleck in zwei Perioden zahlreich beobachtet ist, keineswegs finden. Beim zweiten Beispiele, wo ein Fleck durch drei Rotationsperioden verfolgt ist, sind die den Randörtern der beiden ersten Perioden verbleibenden Unterschiede fast gleich Null zu setzen, während in der dritten Periode stark positive Unterschiede am Ostrande und zuletzt ein stark negativer am Westrande verbleiben. Diese Oerter dominiren bei der Rechnung und bewirken ein dem Faye'schen entgegengesetztes Resultat. Später hat Faye die in der heliographischen Breite vorgenommenen oscillirenden Aenderungen betrachtet, dabei aber sehr groſse und starke veränderliche Gruppen benutzt.

Anclam, 1866 April 12.

VII. *Ueber die relativen chemischen Intensitäten des directen und zerstreuten Sonnenlichtes;* von *H. E. Roscoe* und *Joseph Baxendell.*

(Gelesen vor der *Royal Society* Febr. 22, 1866 und mitgetheilt von den HH. Verfassern.)

Die von Einem von uns beschriebene Methode zur Bestimmung der chemischen Intensität des gesammten Tages-

lichtes [1]) bietet ein bequemes Mittel dar, die von der Sonne direct auf ein horizontales Flächenelement fallenden wirksamen Strahlen mit der Intensität derjenigen zu vergleichen, die von der Atmosphäre als zerstreutes Tageslicht zurückgestrahlt werden. Zu diesem Zwecke wird photographisches Normalpapier auf die in der erwähnten Abhandlung beschriebenen Weise abwechselnd der Wirkung des gesammten Tageslichtes und der des zerstreuten ausgesetzt. Letzteres erreicht man leicht dadurch, dafs man die directen Sonnenstrahlen ausschliefst, indem man mittelst eines kleinen Schirms, dessen scheinbarer Durchmesser etwas gröfser als der der Sonne ist, einen Schatten auf das photographische Papier wirft. Der Unterschied solcher zwei Beobachtungen giebt uns die chemische Intensität des directen Sonnenlichtes. Die wenigen Versuche, welche wir bis jetzt in dieser Richtung angestellt haben, führten uns zu Ergebnissen, welche gänzlich verschieden sind von den Schlüssen, wie sie sich aus theoretischen Betrachtungen ergeben, und wir glauben daher, dieselben schon jetzt in dieser vorläufigen Notiz veröffentlichen zu dürfen.

Die relativen Intensitäten des directen Sonnenlichtes und des zerstreuten Tageslichtes sind bis jetzt noch nicht durch photometrische Versuche festgestellt worden; aber Clausius hat dieselben für verschiedene Höhen der Sonne berechnet, indem er die Hypothese zu Grunde legte, dafs das Tageslicht nicht von den Lufttheilchen oder von in der Luft schwebenden festen Körperchen herrühre, sondern von den kleinen Dunstbläschen, welche fortwährend in grofser Anzahl in der Atmosphäre enthalten seyn sollen, und welche, wie die Meteorologen allgemein annehmen, die Erscheinungen des Morgen- und Abendroths hervorrufen. Von dieser Hypothese ausgehend, erhielt Clausius die folgenden Zahlen, wobei als Einheit die durch atmosphärische Absorption nicht geschwächte Intensität des Sonnenlichtes bei der Höhe von 90° angenommen ist:

1) Diese Annalen Bd. CXXIV, S. 353.

Digitized by Google

Höhe der Sonne	Berechnete Intensitäten des gesammten Tageslichtes	des zerstreuten Tageslichtes	des directen Sonnenlichtes
20°	0,10049	0,06736	0,03313
25	0,17808	0,09291	0,08517
30	0,25933	0,11184	0,14749
35	0,34049	0,12654	0,21395
40	0,41957	0,13832	0,28125
50	0,56686	0,15599	0,41087
60	0,69442	0,16822	0,52620

Unsere Messungen wurden an drei verschiedenen Orten ausgeführt; 1) in *Owens College*, Manchester 53° 29′ nördl. Breite und 0° 9′ 0″ westlich von Greenwich. 2) Observatorium in Cheetham Hill bei Manchester, und 3) auf dem Gipfel des Königstuhles bei Heidelberg 1752 Fufs über dem Meeresspiegel, in 49° 24′ nördl. Breite und 0° 34′ 8″ östl. Länge. Die Heidelberger Beobachtungen haben wir der Gefälligkeit des Hrn. Dr. Wolkoff zu verdanken, welcher dieselben freundlichst durch Hrn. Prof. Bunsen uns zukommen liefs.

Als Erläuterung der von uns befolgten Methode mögen die folgenden Versuchszahlen, wie sie in *Owens College* erhalten wurden, dienen; die Mehrzahl ist das Mittel aus mehren, 4 bis 5, Beobachtungen, welche rasch hintereinander ausgeführt wurden:

Digitized by Google

Beobachtung in *Owens College* Manchester, 53° 29′ N. B. und 0° 9′ 0″ W. L.

Datum	Mittlere Zeit der Beobachtung	Stunden-winkel der Sonne	Sonnenhöhe	Intensität des gesammten Tageslichtes	Anzahl der Beobach-tungen	Intensität des zerstreuten Lichtes	Anzahl der Beobach-tungen	Intensität des directen Sonnenlichtes
1865	h m							
Oct. 6.	12 0	0° 44′ W.	31° 17′	.073	3	.068	4	.005
7.	9 30	36 42 O.	23 23	.060	1	.056	1	.004
	12 0	0 48 W.	30 54	.063	1	.057	1	.006
18.	11 25	7 18 O.	26 30	.075	2	.056	2	.001
	11 45	2 17 O.	26 46	.111	2	.089	2	.022
	12 30	8 58 W.	26 20	.088	4	.087	4	.001
	1 19	21 13 W.	24 15	.071	4	.067	5	.004
	2 45	42 43 W.	17 8	.062	2	.053	2	.009
24.	0 45	12 51 W.	23 42	.139	3	.113	5	.026
	1 20	21 41 W.	22 4	.123	5	.115	4	.008
Nov. 15.	12 0	1 33 W.	17 55	.101	5	.082	4	.019
	12 40	11 33 W.	17 15	.065	4	.063	5	.002
	1 15	20 18 W.	15 50	.063	4	.058	5	.005
21.	12 10	3 43 W.	16 27	.056	5	.055	4	.001
	12 30	8 43 W.	16 8	.066	4	.058	5	.008
	12 45	12 28 W.	15 44	.058	4	.050	5	.008

Digitized by Google

Da die Sonnenhöhen nur von 15° 44′ bis 31° 47′ wechseln, so hielten wir es für das Beste, die Ergebnisse in zwei Gruppe zu theilen, von den eine die 8 gröfsten und die andere die 8 kleinsten Sonnenhöhen enthält

Resultat der Beobachtungen in *Owens College*.

	Anzahl der Beobachtungen		Mittlere Sonnenhöhe	Intensität des Himmels oder zerstreuten Tageslichtes	Intensität d. directen Sonnenlichtes	Verhältnifs zwischen beiden
	Himmel	Sonne				
1. Gruppe	33	34	17° 8′	0,066	0,007	0,106
2. Gruppe	20	24	26° 38′	0,074	0,008	0,108

In Cheetham Hill 53° 30′ 50″ N. B. und 0° 8′ 56″ W. L. wurden 63 Beobachtungen gemacht; die Höhe der Sonne wechselte zwischen 16° 8′ und 46° 14′; dieselben wurden in drei Gruppen getheilt.

	Zahl der Beobachtungen		Mittlere Sonnenhöhe	Intensität d. zerstreuten Tageslichtes	Intensität d. directen Sonnenlichtes	Verhältnifs zwischen beiden
	Himmel	Sonne				
Gruppe 1	23	24	19° 30′	.064	.012	0,187
Gruppe 2	22	22	25 31	.091	.019	0,208
Gruppe 3	18	17	34 8	.104	.026	0,250

Die Heidelberger Beobachtungen waren die zahlreichsten, nämlich 99, bei denen die Sonnenhöhe zwischen 0° und 63° 49′ wechselte; dieselben wurden deshalb in 5 Gruppen zusammengefafst.

	Zahl der Beobachtungen	Sonnenhöhe wechselte von	Mittlere Sonnenhöhe	Intensität des zerstreuten Tageslichtes	Intensität d. directen Sonnenlichtes	Verhältnifs zwischen beiden
Gruppe 1	10	0° —15°	7° 15′	.048	.002	0,041
Gruppe 2	19	15 —30	24 43	.134	.066	0,472
Gruppe 3	31	30 —45	34 84	.170	.136	0,800
Gruppe 4	22	45 —60	53 37	.174	.263	1,511
Gruppe 5	17	über 60	62 30	.199	.319	1,603

Digitized by Google

Aus diesen Beobachtungszahlen wurden Curven construirt (Fig. 1 Taf. IX), bei welchen die Intensitäten als Ordinaten, und die entsprechenden Sonnenhöhen als Abscissen aufgetragen wurden. *a* stellt die Beobachtungen in Heidelberg, *b* die Cheetham Hill und *c* die in Owens College dar; die punktirten Curven bedeuten die Intensitäten des zerstreuten Tageslichtes und die ausgezogene die des directen Sonnenlichtes. Das Verhältnifs zwischen dem directem Sonnenlichte und dem vom Himmel zurückgestrahlten ist durch die Curven Fig. 2 Taf. IX dargestellt.

Diese durch den Versuch festgestellten Verhältnisse sind in folgender Tabelle den von Clausius berechneten gegenübergestellt:

	berechnet	beobachtet		
Sonnenhöfe	(Clausius)	Heidelberg	Cheetham Hill	Owens College
20°	0,491	0,350	0,19	0,10
25	0,896	0,480	0,20	0,11
30	1,320	0,650	0,23	
35	1,690	0,820	0,26	
40	2,032	1,00	—	
50	2,634	1,37	—	
60	3,129	1,60	—	

Der Theorie zufolge sollte, wenn die Sonne die Höhe von 20° erreicht hat, das zerstreute Sonnenlicht sich zu dem directen, wie 100 zu 49,1 verhalten; die Heidelberger Versuche ergeben das Verhältnifs 100 : 35; die von Cheetham Hill 100 : 19 und die von *Owens College* 100 : 10. Vergleicht man die Verhältnisse für eine gröfsere Sonnenhöhe, so zeigt sich, dafs in unseren Breiten es bei der Höhe von 35° nur 100 für zerstreutes Licht zu 26 für Sonnenlicht wird, während die Theorie das Verhältnifs 100 : 169 verlangt. Dagegen zeigt sich in den Heidelberger Beobachtungen eine gröfsere Zunahme in der Intensität des directen Sonnenlichtes, indem bei der Sonnenhöhe von 35° das Verhältnifs 100 : 82 wird. Der grofse Unterschied zwischen diesen und den andern Beobachtungen ist wohl ohne Zweifel darin begründet, dafs die ersteren in einer Höhe

Digitized by Google

von 1752′ über dem Meer ausgeführt wurden. Aber auch in Heidelberg zeigt sich bei nicht weniger als 8 Beobachtungen, dafs bei einem niederen Sonnenstande die chemische Wirkung der directen Sonnenstrahlen unmerklich bleibt, während die des zerstreuten Lichtes ziemlich beträchtlich ist, und ganz dasselbe wurde häufig bei niederem Sonnenstande in Cheetham Hill sowohl, als in *Owens College* beobachtet. Die Intensität der sichtbaren directen Strahlen war in diesen Fällen ganz bedeutend, indem ein starker Schatten geworfen wurde; aber die brechbarsten Strahlen fehlten gänzlich und das Verhältnifs wurde unendlich.

Heidelberger Beobachtungen.

Sonnenhöhe	Directes Sonnenlicht	Zerstreutes Licht
0° 34′	0,000	0,026
1 32	0,000	0,024
2 29	0,000	0,038
3 27	0,000	0,028
6 0	0,000	0,030
10 40	0,000	0,083
11 51	0,000	0,079
12 58	0,000	0,080

Bei einigen der Versuche in Cheetham Hill wurde mit einem kleinen Schirm ein Schatten auf eine horizontale, weifse Papierfläche geworfen und die Helle der unbeschatteten und beschatteten Theile durch genaue Beobachtungen verglichen. Eine Vergleichung dieser Resultate mit denen, welche zu derselben Zeit für die chemischen Strahlen gefunden wurden, ergab, dafs wenn die Sonne die Höhe von 25° 16′ hatte, das mittlere Verhältnifs der chemischen Intensitäten des directen Sonnenlichtes zu der des zerstreuten = 0,23 und das der sichtbaren = 4,00 war. Die Wirkung der Atmosphäre auf die chemischen Strahlen war also 17,4 mal gröfser als auf die sichtbaren Sonnenstrahlen. Eine andere Reihe von Versuchen, welche in *Owens College* ausgeführt wurden, gab die folgenden Verhältnisse:

Mittlere Sonnenhöhe	12° 3′
Mittleres Verhältnifs der chemischen Intensität	0,053
Mittleres Verhältnifs der Licht-Intensität . .	1,400

Digitized by Google

In diesem Falle war also der Einfluſs der Atmosphäre 26,4 mal gröſser auf die chemischen, als auf die sichtbaren Strahlen.

Aus den vorerwähnten Versuchen scheint sich zu ergeben:

1) daſs der Einfluſs der Atmosphäre auf die brechbarsten und chemisch wirksamen Sonnenstrahlen durch Gesetze geregelt wird, welche gänzlich verschieden sind von denen, welche sich auf die Hypothese der Reflexion durch kleine Dunstbläschen stützen;
2) daſs das Verhältniſs der chemischen Intensität des directen Sonnenlichtes zum zerstreuten für eine bestimmte Sonnenhöhe an verschiedenen Orten kein constantes ist, sondern mit der Durchsichtigkeit usw. der Atmosphäre wechselt;
3) daſs dieses Verhältniſs der »chemischen« Intensität nicht im geringsten übereinstimmt mit dem Verhältniſs der »sichtbaren« Intensität, wie das Auge sie auffaſst; indem die Atmosphäre eine 17,4 mal gröſsere Einwirkung auf die chemischen, als auf die sichtbaren Strahlen ausübt, wenn die Sonne die Höhe von 25° 16′ hat, und eine 26,4 mal gröſsere bei der Sonnenhöhe von 12° 3′.

VIII. *Ueber die Wasserlinien des Sonnenspectrums; von Josiah P. Cooke, jun.*

(Aus d. *Proceed. of the American Acad. of Arts and Sciences Jan.* 1866; vom Hrn. Verf. übersandt.)

Eine mehrmonatliche sorgfältige Untersuchung des Sonnenspectrums mit dem kürzlich von mir beschriebenen Spectroskop [1]) hat mich zu dem Schluſs geführt, daſs eine sehr groſse Anzahl der schwächeren Linien des Sonnenspectrums,

1) *Sillim. Journ Nov.* 1865.

Digitized by Google

welche bisher nur als *Luftlinien* bekannt waren, lediglich von dem *Wasserdampf* unserer Luft herrührt und dafs also die Absorption der leuchtenden Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre, wenigstens der Hauptsache nach, von dem in derselben vorhandenen Wasserdampf bewirkt wird.

Fig. 13 bis 16 Taf. IX zeigen das Ansehen der Fraunhofer'schen Linie *D*, unter genau denselben Umständen, nur bei steigenden Mengen von Wasserdampf in der Atmosphäre beobachtet. Die Linie *D* wurde nur ausgewählt, weil sie ein vorzügliches Probe-Object für das Spectroskop, und ihr allgemeines Ansehen allen Beobachtern bekannt ist; sonst zeigen andere, benachbarte Theile des Spectrums noch gröfsere Veränderungen.

Diese Veränderungen erregten meine Aufmerksamkeit schon bei meinen früheren Beobachtungen; allein mit meinem anfänglichen Spectroskop und den damals angewendeten Schwefelkohlenstoff-Prismen war es fast unmöglich, die von den Veränderungen des Instrumentes selbst etwa herbeigeführten Effecte auszuscheiden, und da mir die letzteren Veränderungen als sehr grofs bekannt waren, so konnten sie möglicherweise alle beobachteten Erscheinungen erklären. Mit dem oben erwähnten verbesserten Instrumente jedoch wird eine absolute Constanz der Wirkung erreicht.

Eine besondere Beschaffenheit der Atmosphäre gab den ersten Aufschlufs über die Ursache der besagten Veränderungen. Am 17. Nov. 1865 war das Wetter zu Cambridge in Massachusetts sehr ungewöhnlich beständig für die Jahreszeit, welche in Neu-England unter dem Namen »*Indian Summer*« bekannt ist. Mittags war die Temperatur an der Ostseite meines Laboratoriums 70° F., während das feuchte Thermometer auf 66° F. stand, also 6,57 Gran Wasserdampf in einem Kubikfufs der Atmosphäre angab. Zugleich war die Atmosphäre wunderschön klar und die Sonne schien mit vollem Glanz. Ich habe die Wasserlinien niemals schärfer gesehen als an diesem Tage; die gesammte Anzahl der in dem gelben Theile des Spectrums sichtbaren Linien war zum wenigstens zehn Mal gröfser als gewöhn-

lich. Fig. 16 Taf. IX zeigt das Ansehen der Linie *D* an diesem Tage. Zwischen den beiden verwandten breiten Linien D_1 und D_2 lagen acht scharf begränzte Linien von ungleicher Intensität, welche in der Figur nur sehr unvollkommen dargestellt sind. Aufser diesen befand sich, an der brechbareren Seite des Raumes zwischen den beiden *D*-Linien, ein schwacher, aber breiter nebliger Streifen, der in Linien von noch geringerer Gröfse[1]) auflöslich war. Es ist unmöglich diesen Streifen in einem Holzschnitt (wie ihn das Original giebt) genau abzubilden; der schattirte breite Streif $\varkappa$ rechts in Fig. 16 dient nur dazu, die Lage und ungefähre Breite desselben anzugeben.

Am 26. Dec. war auch ein für die Jahreszeit warmer Tag mit glänzendem Sonnenschein. Um 1 Uhr Nachmittags zeigte das trockne Thermometer 55°, das feuchte 50°, und folglich enthielt die Atmosphäre 3,76 Gran Wasserdampf in einem Kubikfufs. Fig. 15 Taf. IX zeigt das Ansehen der *D*-Linie um diese Zeit. Zwei von den Linien, η und ϑ, so wie der neblige Streif $\varkappa$, die am 17. Nov. gesehen wurden, waren nicht sichtbar, und überdiefs befand sich die Gruppe der drei Linien, δ, ε, ζ links in der Figur gerade auf der Gränze der Sichtbarkeit.

Am 25. Dec. waren innerhalb der *D*-Linie nur zwei Linien α und β, Fig. 14 Taf. IX sichtbar, und die letztere war ganz schwach. Zur Zeit der Beobachtung war die Temperatur 46° und das feuchte Thermometer zeigte 40°, der Wassergehalt der Atmosphäre betrug also 2,42 Gran pro Kubikfufs. Der Himmel war klar und die Sonne glänzend.

Am 5. Jan. 1866 endlich, an einem der heiteren kalten Tage, die in unserem Klima während des Winters so häufig sind, war innerhalb der *D*-Linie nur die einzige Linie α sichtbar, Fig. 13 Taf. IX. Zur Zeit der Beobachtung zeigte mittags das trockne Thermometer 10°, das feuchte 9°, und folglich enthielt die Luft 0,81 Gran Feuchtigkeit in einem

1) Ich gebrauche dieser Worte in dem von den Astronomen bei Fixsternen gebräuchlichen Sinn.

Digitized by Google

Kubikfuſs. Die Sonne schien indeſs so hell wie in den vorhergehenden Fällen. Auch am 8. Januar 1866, als das Thermometer mittags auf 10° unter Fahrenheit's Nullpunkt stand und das Barometer die ungewöhnliche Höhe von 31 Zoll erreichte, erschien die *D*-Linie wie in Fig. 13.

Die obigen Figuren sind gezeichnet, um möglichst getreu die relative Intensität der verschiedenen Linien unter verschiedenen atmosphärischen Umständen darzuthun. Da bis jetzt keine genauen Mittel zur Vergleichbarmachung bekannt sind, so war ich genöthigt, mich bloſs auf mein Auge zu verlassen, und kleine Unterschiede zu verschiedenen Beobachtungszeiten können mir daher leicht entgangen seyn. Doch müſste ich mich sehr irren, wenn nicht eine der Linien innerhalb der *D*-Linie, die Linie α in den Figuren, ihre Intensität unverändert behält und daher als constante Marke bei den Beobachtungen dienen kann. Dieſs ist die einzige Linie, welche Kirchhoff in seiner Karte vom Sonnenspectrum zwischen den beiden *D*-Linien angiebt; er bezieht sie auf Nickeldampf, während er die *D*-Linien von Natriumdampf in der Sonnen-Atmosphäre herleitet. Sie ist unzweifelhaft eine Sonnenlinie, und ward in allen Figuren gleich stark gezogen, um ihre Unveränderlichkeit anzudeuten.

Bei sehr trockener Atmosphäre ist es die Linie α allein, welche, wie die Fig. 13 zeigt, zwischen den *D*-Linien erscheint. Bei einem etwas gröſseren Wassergehalt kommt die Linie β zum Vorschein. So wie der Wassergehalt zu steigern fortfährt, tritt diese Linie immer mehr hervor, bis sie zuletzt, wie Fig. 16 zeigt, sogar intensiver ist als die Linie α. Ein sorgfältiger Vergleich dieser beiden Linien könnte wirklich als approximatives Maaſs des Wassergehalts der Atmosphäre dienen; und eine Reihe solcher Vergleiche, gemacht unter denselben Umständen in verschiedenen Höhen, würde Data geben zur Bestimmung des Gesetzes, nach welchem der Wassergehalt mit Erhebung über das Meeresniveau abnimmt.

Alle Wasserlinien sind, wie die Linien β, veränderlich

an Intensität. Zuerst, wenn der Wassergehalt einen bestimmten Punkt erreicht, sieht man sie sehr schwach, und wie dieser zunimmt, werden sie allmählich stärker. So erscheinen die Gruppen der drei Linien δ, ε, ζ nicht in Fig. 14, Taf. IX, sind eben sichtbar in Fig. 15, aber sehr deutlich in Fig. 16. Die Linien η und ϑ, so wie der neblige Streif $\varkappa$, erscheinen erst wenn die Luft sehr feucht ist, und selbst wenn sie im Kubikfuſs 6,57 Gran Wasserdampf enthält, sind sie noch sehr schwach. Unter noch ungewöhnlicheren Zuständen der Atmosphäre sind sie ohne Zweifel intensiver, und wahrscheinlich wird man dann im Stande seyn, den Nebelstreif zu zerlegen und die Linien zu zählen, aus welchen er besteht.

Es ist kaum nöthig zu wiederholen, daſs die hier gegebenen Beispiele aus einer groſsen Zahl von Beobachtungen ausgewählt sind. Während des kalten trocknen Winterwetters hat die Linie *D* beständig das Ansehen der Fig. 13, nur daſs zuweilen die Linie β erscheint, wenn die Atmosphäre feuchter wird. Während des warmen Sonnenwetters, wo der absolute Wassergehalt der Luft meist immer gröſser ist als im Winter, hat die Linie beständig das Ansehen von Fig. 15. Taf. IX. In dem trocknen Klima von Neu-England sind, selbst während des Sommers, nur sehr selten alle in Fig. 15 abgebildeten Linien zu sehen; und, wie schon erwähnt, sah ich sie früher nie so scharf begränzt als am verflossenen 17. November.

Mehre Umstände müssen offenbar zusammentreffen, damit die Wasserlinien sich in gröſster Intensität entwickeln. Zunächst muſs die Atmosphäre mit Dampf gesättigt seyn nicht bloſs an der Erdoberfläche, sondern bis in groſser Höhe. Oertliche Ursachen könnten den Wassergehalt in den unteren Schichten der Atmosphäre sehr vergröſsern und mächtig auf das Hygrometer wirken, und doch nicht, wenigstens nicht in demselben Grade, die Angaben des Spectroskops influenciren. Zweitens müssen, unter sonst gleichen Umständen, die Wasserlinien an Intensität zu nehmen, je mehr die Bahn der Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre hin

Digitized by Google

verlängert wird, je niedriger also die Sonne steht. Allein dann hat die Intensität des Lichtes einen solchen Einfluſs auf die Schärfe der Linien, und der geringste Nebel stört ihre Deutlichkeit so sehr, daſs ich im Allgemeinen die Wasserlinien am besten sah, wenn die Sonne dem Meridiane nahe stand. Bei gleichem Wassergehalt der Atmosphäre wird also der Späthherbst eine günstigere Jahreszeit zur Wahrnehmung der Wasserlinien seyn als der Sommer; denn dann durchdringen die Sonnenstrahlen, selbst zur Mittagszeit, nicht nur eine gröſsere Strecke von der Atmosphäre, sondern diese ist auch gewöhnlich klarer, und das reflectirte Lichtbündel, welches in das Spectroskop eintritt, ist zuweilen glänzender als wenn die Sonne eine gröſsere Höhe besitzt und das Licht unter weniger günstigen Bedingungen reflectirt wird.

Bei den oben erwähnten Beispielen waren die Vergleiche unter möglichst nahe denselben Umständen gemacht, um so alle Ursachen zur Veränderung auszuschlieſsen, bis auf die eine, die in Betrachtung stand. Es wurden Tage ausgewählt, an denen die Atmosphäre vollkommen klar, und das Sonnenlicht so weit ich beurtheilen konnte, gleichmäſsig glänzend war. Ueberdieſs blieb die Lage des Spectroskops und des Spiegels während der ganzen Zeit unverändert. Dieser Spiegel, welcher das Sonnenlicht auf den Schlitz des Spectroskops so reflectirt, daſs er von dem Beobachter, während er sein Auge an dem Ocularstück des Spectroskops hält, in jegliche Richtung gedreht werden kann, war bei jeder Beobachtung sorgfältig auf die Lage der gröſsten Deutlichkeit eingestellt. Diese Handhabung des Spiegels ist beim Gebrauch des Spectroskops ganz ebenso wichtig, wie bei dem des Mikroskops.

Selbstverständlich ist, daſs die Entschleierung dieser schwachen Wasserlinien in sehr groſsem Maaſse von der optischen Kraft des Spectroskops abhängt, und daſs die hier gegebenen Figuren nur für das gebrauchte Instrument gelten. Dieſs Instrument ist in dem schon erwähnten Aufsatz vollständig beschrieben. Für den gegenwärtigen

Digitized by Google

Zweck reiche die Angabe hin, dafs es mit neun Flintglasprismen von 45° brechendem Winkel versehen ist, welche die der *D*-Linie entsprechenden Lichtstrahlen um 267° 37′ 50″ und die der H_1-Linie entsprechenden um 280° 42′ 20″ brechen, wobei jedes Prisma im Winkel des Ablenkungsminimums durchstrahlt wird. Die Dispersivkraft des Instrumentes für diese beide Strahlen ist daher 13° 4′ 30″, und die den beiden *D*-Linien entsprechenden Strahlen divergiren 1′ 10″. Die Objective der beiden Fernröhre dieses Spectroskops halten $2\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser und haben eine Brennweite von $15\frac{1}{2}$ Zoll. Die Gröfse der Prismen und der verschiedenen Theile des Instruments ist diesen Dimensionen angemessen. Mit einem kräftigeren Instrumente würde unter denselben atmosphärischen Bedingungen eine gröfsere Anzahl von Wasserlinien sichtbar seyn. Das Cambridger Instrument hat einen Satz von Schwefelkohlenstoff-Prismen, welche das Licht fast doppelt so stark wie die Flintglasprismen brechen. Die Schwefelkohlenstoffprismen sind in ihrer Wirkung veränderlich; allein unter den besten Bedingungen mochten sie die *D*-Linie wie Fig. 15 Taf. IX zeigen, während die Flintglasprismen sie nur wie Fig. 14 ergaben.

Die in diesem Aufsatz niedergelegten Thatsachen erklären vollständig die Widersprüche in den Abbildungen, welche verschiedene Beobachter von der *D*-Linie gegeben haben. So hat vor einiger Zeit Hr. Gassiot zu London in den *Chemical News* nach Beobachtungen mit seinem Instrument eine Abbildung der *D*-Linie gegeben, die verschiedene von mir und Anderen nicht gesehene Linien zeigt. Als ich im Sommer 1864 das Observatorium zu Kew besuchte, war ich überrascht zu finden, dafs dieses Instrument schwächer ist als eins der von mir angewandten; auch erfuhr ich, dafs jene Linien nur ein einziges Mal beobachtet wurden. Das feuchte Klima von England erklärt offenbar die zusätzlichen Linien.

Wie ich eingangs schon bemerkte, wurde die *D*-Linie nur ausgewählt, um die allgemeine Thatsache zu erläutern.

Digitized by

Das Auftreten der Wasserlinien in anliegenden Theilen des Spectrums ist sogar entschiedener als in dem aufserordentlich beschränkten Theil, der hier abgebildet wurde. In der That war, wie schon angedeutet wurde, die Anzahl dieser Linien in der gelben Region des Spectrums am 17. November wenigstens zehn Mal so grofs als die der wahren Sonnen-Linien. Derjenige Theil der gelben Region, welcher an der brechbareren Seite der *D*-Linie liegt und in welchem sich bei trocknem Wetter nur verhältnifsmäfsig wenig Linien unterscheiden lassen, war damals ebenso dick mit Linien bedeckt, wie das Blau oder das Violett, nur waren die Linien begreiflich weit weniger intensiv.

Durch eine merkwürdige Reihe von Versuchen mit dem Thermomultiplicator hat Prof. Tyndall gezeigt, dafs nicht nur der Wasserdampf die dunklen Wärmestrahlen kräftig absorbirt[1]), sondern auch, dafs die elementaren Gase der Atmosphäre wenig oder gar nicht auf sie einwirken. Ich habe mich bemüht, in diesem Aufsatz durch directe Beobachtungen mit dem Spectroskop Aehnliches für die Lichtstrahlen festzustellen. Nach der Schätzung von Pouillet und Anderen wird ungefähr ein Drittel von den auf die Erde fallenden Sonnenstrahlen beim Durchgang durch die Atmosphäre absorbirt, und jetzt scheint es, dafs der Wasserdampf ein sehr wichtiges, wenn nicht das hauptsächlichste Agens zur Hervorbringung dieses Resultates ist. Es ist jedoch unmöglich, aus den bisjetzt vorhandenen Daten zu bestimmen, wie grofs die vom Sauerstoff- und vom Stickstoffgase, den Hauptbestandtheilen unserer Erde, ausgeübte Absorptionskraft sey. Ich habe gezeigt, dafs sehr viele, und, ich zweifle nicht, fast alle bisher für Luftlinien gehaltenen Linien blofs Wasserlinien sind; allein es hält sehr schwer, atmosphärische Linien von wahren Sonnenlinien zu unterscheiden, und unsere Kenntnifs von den ersteren ist noch sehr unvollständig. Es erübrigt noch, sorgfältige Vergleiche in der ganzen Ausdehnung des Spectrums

1) Dem widersprechen indefs die sorgfältigen Beobachtungen des Prof. Magnus. F

Digitized by Go

zu machen, bevor wir die relative Absorptionskraft der verschiedenen Bestandtheile unserer Atmosphäre absolut bestimmen können.

Ehe ich schliefse, will ich noch einen Schluſs aus den angegebenen Thatsachen hervorheben. Man hat vor einiger Zeit vermuthet, daſs die blaue Farbe des Himmels einigermaaſsen von dem Wasserdampf der Atmosphäre abhänge, und in der That ist es eine bekannte Erfahrung, daſs diese Farbe intensiver ist bei feuchtem Sommerwetter als bei dem trockneren Winterwetter. Die Vertheilung der Wasserlinien im Sonnenspectrum bestätigt nicht nur diese Ansicht, sondern weist auch auf die Ursache der Farbe hin. So weit nämlich meine Beobachtungen reichen, sind die Wasserlinien fast ganz, wenn nicht vollständig, auf die brechbarere Region des Spectrums beschränkt. Hier finden sie sich in ungeheurer Anzahl, und ich bin nicht gewiſs, ob sie sonstwo existiren. Wenn nun der Wasserdampf die gelben und rothen Strahlen des Spectrums vorzugsweise absorbirt, so ist die blaue Farbe des Himmels ein nothwendiges Resultat. Die Farbe entspringt also bloſs aus Absorption und nicht, wie einige Physiker vermuthet haben, aus wiederholten Reflexionen an der Oberfläche von Wassertropfen.

Leicht ersichtlich ist, daſs die Wasserlinien des Sonnenspectrum ein weites Untersuchungsfeld darbieten, jedoch eins, welches nur unter besonderen atmosphärischen Umständen cultivirt werden kann. Dieser Aufsatz sollte nur das Feld aufschlieſsen; ich hoffe das Studium bei jeder günstigen Gelegenheit fortsetzen zu können [1]).

1) Es wären dabei auch wohl die Beobachtungen von J. Janssen zu berücksichtigen (Ann. Bd. 126, S. 480).

Digitized by Google

IX. *Ueber einen Apparat zur directen Messung der Schallgeschwindigkeit in der atmosphärischen Luft;*

von Dr. Ernst Carl Otto Neumann,
Director einer Privatschule in Dresden.

Am 19. April dieses Jahres hatte der Unterzeichnete die Ehre, in der naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis zu Dresden mit einem von ihm selbst construirten Apparate zu experimentiren, der zur directen Messung der Schallgeschwindigkeit und atmosphärischer Luft bestimmt ist, und dessen genaue Beschreibung wir hier folgen lassen wollen.

Jede von einem Punkte in die atmosphärische Luft ausgehende Schallwelle übt auf irgend einen ihr entgegenstehenden Körper einen Stofs aus, so dafs, wenn dieser Körper eine ausgespannte Membran ist, diese derart erschüttert wird, dafs die erste und stärkste Ausbiegung in die Richtung der Bewegung der Schallwelle erfolgen mufs. Eine zweite auf ähnliche Weise, aber in anderer Entfernung aufgespannte Membran von derselben Welle getroffen, wird auf gleiche Weise erschüttert, aber nach einem Zeitintervalle, dessen Gröfse von dem Unterschiede der Entfernungen beider Membranen von der Schallquelle abhängig ist. Mit Hülfe unseres Apparates gelingt es nun die Momente der ersten Ausbiegungen jener Membranen zu fixiren, und somit die Schallgeschwindigkeit in die Luft zu bestimmen.

Die Schallgeschwindigkeit ist in Röhren wie im Freien dieselbe. Auf Grund dieser Erfahrung wurde ein beiläufig 82^{cm} langer, 66^{cm} breiter und 7^{cm} hoher Holzkasten angefertigt, dessen innere Einrichtung Fig. 1. Taf. VIII. im Grundrifs andeutet. An einer der kürzeren Seiten befinden sich die beiden Ausmündungen *A* und *B*, auf dem Boden sind ferner Brettwände von ebenfalls 7^{cm} Höhe 7^{cm} weit ausein-

Digitized by Google

ander in der Anordnung aufgeleimt, wie sie Fig. 1. darstellt. Der Kasten wurde wieder mit einem Deckel vollständig geschlossen, der überall, auch auf den Zwischenwänden fest aufliegt. Es ist leicht zu erkennen, dafs das Ganze auf diese Weise ein gewundenes Rohr von quadratischem Querschnitte vorstellt, von welchem die beiden Enden *A* und *B* nebeneinander liegen. Auf dem Deckel wurde ferner ein rechtwinklig gebrochenes bei *D* offenes Rohr *CD* Fig. 2. von ebenfalls quadratischem Querschnitte, und zugleich ein in der Figur angedeutetes niedriges Leistenpaar angebracht, ersteres zur Aufnahme des Schalles, welcher sich von der Mündung eines kleinen als Schallerreger angewendeten Geschützes *E* ausbreitet, letzteres, um diesem Geschütze eine sichere und schnelle Führung geben zu können. Das Rohr *CD* nimmt also bei *D* den Schall auf, leitet ihn fort nach der im Deckel befindlichen Oeffnung *C*, durch diese hinab nach dem unteren Raume bei *F* Fig. 1., wo er sich in zwei einander entgegengesetzten Richtungen fortpflanzt, d. h. in der Richtung des Pfeiles *m* den kurzen Weg nach *A*, und in der Richtung der Pfeile *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *s* den um genau 6^{m} längeren Weg nach *B* zurücklegt. Der Schall wird also um ein Zeitintervall später nach *B* gelangen als nach *A*, dessen Gröfse von der Länge 6^{m} des Schallweges zwischen den Punkten *F* und *G* abhängig ist. Dieses Zeitintervall nun zu bestimmen, wurde eine mittelst einer Kurbel drehbare Scheibe *OP* Fig. 3. Taf. VIII. von 33^{cm} Durchmesser und ein aus dem Brette *MN* und den darauf befestigten kurzen Rohren *H* u. *I* und *K* u. *L* bestehendes Ansatzstück *KI* angewendet. Der letztere Theil wurde mit den Ansätzen *H* u. *I* in die Mündungen *A* u. *B* eingeschoben, und mit Schrauben befestigt. Die Blechrohre *K* und *L* von 65^{mm} Weite stehen genau in der Richtung von *A* und *B* auf dem durchbohrten Brette *MN*, so dafs der Schall ungehindert von *A* und *B* aus bis an die auf *K* und *L* durch Anstiften aufgespannten Kautschukmembrane *d* und *e* gelangen, und diese erschüttern kann. Genau in den Centris der Aufsenflächen der letzteren sind

Digitized by Google

Holzklötzchen geleimt, welche die eisernen 5^{mm} langen und 1^{mm} dicken Stifte *f* und *g* tragen.

Um zunächst einen ungefähren Begriff von der Art und Weise der Wirkung eines Schusses aus dem Geschütze *E* zu erhalten, wurde dasselbe mit 3^{0} Pulver geladen und abgeschossen, nachdem unmittelbar an die Stifte *f* und *g* ein 25^{mm} dickes Brett von circa 2 Pfd. Gewicht so gestellt worden war, dafs es nur die Stifte berührte, ohne sie einwärts zu drücken. Das Brett wurde beim ersten Schusse mit heftigem Stofse umgestürzt. Bei einem zweiten Versuche wurde dasselbe Brett mit weifsem Papiere überzogen und die am Ende mit ebenen Flächen versehenen Stifte an diesen Stellen mit Buchdruckerschwärze versehen. Das Brett, nun um 15^{mm} von den Stiften abgerückt, wurde nach einem zweiten gleich starken Schusse nicht getroffen, dagegen die Membran *d* in Folge der zu grofsen Erschütterung zersprengt, so dafs eine neue weniger straff als *e* aufgespannt werden mufste. Da offenbar die Ladung von 3^{0} zu stark war, so wurde dieselbe auf 2^{0} reducirt, und durch fortgesetzte Versuche, wobei ein allmäliges Nähern besagten Brettes an die Stifte *f* und *g* vorgenommen wurde, gefunden, dafs *f* resp. *d* gerade 10^{mm}, *d* dagegen 8^{mm} ausschlug. Nach Beendigung dieser Vorversuche kam es zunächst darauf an, die Aufschlagsentfernung der beiden Stifte *f* und *g* zu bestimmen, indem die Scheibe *OP*, deren vordere Fläche (Aufschlagsfläche) mit weifsem Papiere überzogen worden war, in 6^{mm} Abstand an die mit Schwärze versehenen Stifte herangerücckt, wurde, und zwar so, dafs letztere beim Aufschlagen ein und dieselbe Peripherie eines auf der Fläche *PQ* verzeichneten Kreises von 30^{cm} Durchmesser treffen mufsten. So lange, als die Scheibe nicht gedreht wurde, zeigten sich nach jedem Schusse auf derselben Peripherie immer 2 schwarze Punkte von gleicher Entfernung, welche demnach als die normale Aufschlagsentfernung anzunehmen war. Wurde aber die Scheibe um ihre Axe gedreht, so vergröfserte oder verminderte sich diese Entfernung, je nachdem die Scheibe die eine oder die andere Drehungsrichtung er-

hielt. Bekam aber die Scheibe eine bestimmte Rotationsgeschwindigkeit und zwar 1 Umdrehung in 1 Secunde, so wurde der Unterschied zwischen dem dadurch erreichten Aufschlagsabstande und der normalen Aufschlagsentfernung constant und betrug durchschnittlich $16\frac{1}{3}^{mm}$. Hieraus geht hervor, dafs bei der angegebenen Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe ein Punkt der Peripherie des oben genannten Kreises von 30^{cm} Durchmesser in derselben Zeit $16\frac{1}{3}^{mm}$ zurücklegt, in welcher der Schall den Weg von 6^{m} durcheilt. Setzen wir die Geschwindigkeit eines Peripheriepunktes dieses Kreises $= a$, und $b =$ der Länge des Weges eines Peripheriepunktes in der Zeit, welche der Schall zu seinem Wege in der Röhre des Apparates nöthig hat, deren Länge wir $= l$ setzen wollen, so ist dann offenbar die Geschwindigkeit c des Schalles bestimmt durch

$$c = \frac{a \cdot l}{b}.$$

Da al im Voraus bekannt, so hat man nur blos bei jedem Versuche die kurze Division mit b auszuführen, um c sogleich zu finden.

Die oben angegebenen Werthe substituirt, ergeben

$$c = 346{,}217^{m}$$

bei 22° C.

Dafs bei einem jeden Apparate der beschriebenen Art

1) vollkommene Unveränderlichkeit der Lage der Aufschlagsebene PQ während der Drehung der Scheibe,
2) vollständig gleichmäfsige Rotation derselben stattfinden, und
3) die Gröfse des Schallweges im Rohre genau bestimmt sein müsse, sind Bedingungen, die sich fast von selbst ergeben.

Bei unserem Apparate wird die Rotation der Scheibe nur aus freier Hand nach einem Secundenpendel bewirkt, was auch zum Unterrichte in Schulen genügen dürfte; allein, wenn man bedenkt, dafs diese Rotation viel schneller, sicherer und genauer durch ein gutes Uhrwerk geschehen, dafs dann auch die Rohrdimension um ein Bedeutendes geringer, fer-

Digitized by Google

ner die Schallquelle schwächer seyn könnte, so wird man einsehen, dafs unser Apparat einer Vervollkommnung fähig ist, in Folge deren die genauesten Resultate erlangt werden können.

Dresden, im April 1866.

X. *Ueber die Isomorphie der Lithionsalze mit den Kali- und Natronsalzen;* von *C. Rammelsberg.*

Schwefelsaurer Lithion.

Die einzige Form, in welcher ich dieses Salz erhalten habe, ist eine *zwei- und eingliedrige*. Die Krystalle (Fig. 6 und 7 Taf. VIII) sind meist sehr dünne Tafeln durch Vorherrschen der basischen Endfläche c, und stets nach der Verticalzone vorherrschend ausgedehnt.

Die beobachteten Flächen sind:

$p = a : b : \infty c$ $\quad$ $a = a : \infty b : \infty c$

$^2p = 2a : b : \infty c$ $\quad$ $c = c : \infty a : \infty b$

$r = a : c : \infty b$

$r' = a' : c : \infty b.$

$$a : b : c = 0{,}8278 : 1 : 1{,}2021$$

$$0 = 70^\circ\ 29'$$

	Berechnet	Beobachtet Rg.	Beobachtet Grailich
$p : p$ an a	$104^\circ\ 4'$		
b	$75\ 56$	$76^\circ\ 20'$	
$p : a$	$142\ 2$		
$p : c$	$105\ 16$	$104\ 45$	
$^2p : {}^2p$ an a	$65\ 18$		
b		$^*114\ 42$	$115^\circ\ 2'$
$^2p : a$	$122\ 39$	122 ung.	$122\ 33$
$^2p : p$	$160\ 37$	$160\ 35$	

Digitized by Google

	Berechnet	Beobachtet	
		Rg.	Grailich
$^2p : c$	= 100° 21′	100° 15′	99° 15′
$a : c$	= 109 31	109 ung.	107 36
$r : r'$ an c	= 113 16	113 45	
» a	= 66 44	67 0	
$a : r$	= 136 55	136 12	
$a : r'$	= 109 49	110 25	
$c : r$	=	*152 36	
$c : r'$	=	*140 40	140 50
$p : r$	= 125 9		
$p : r'$	= 105 30	106 ung.	
$^2p : r$	= 113 12		
$^2p : r'$	= 100 32	101 10	

Die Messungen sind zum Theil nur annähernd richtig, weil die Flächen a und p keine guten Bilder geben.

Die von Grailich gemessenen Winkel beweisen, dafs er dasselbe Salz untersucht hat, obwohl er die Natur desselben nicht genauer angeben konnte.

Die luftbeständigen Krystalle verloren durch Glühen 14,4 Proc. Wasser, übereinstimmend mit den Angaben von Arfvedson, C. Gmelin, Hermann und Hagen.

Sie sind mithin

$$Li^2SO^4 + aq.$$

	Berechnet	
2Li	= 14	= 10,94
S	= 32	= 25,00
4O	= 64	= 50,00
aq.	= 18	= 14,06
	128.	100.

Isomorphe Mischungen von schwefelsaurem Lithion mit schwefelsaurem Kali und Natron.

Aus dem steten Zusammenvorkommen von Lithium mit Kalium und Natrium darf man schliefsen, dafs seine Salze mit denen beider Alkalien isomorph sind. Dennoch hat man bisher kein Lithionsalz in der Form eines Kali- oder

Digitized by Google

Natronsalzes erhalten. Schabus hatte sechsgliedrige Krystalle gemessen, seiner Angabe nach wasserfreies schwefelsaures Lithion, und andere von derselben Form, welche angeblich aus 1 At. Lithionsulfat und 2 At. Kalisulfat bestanden. Andererseits erwähnte Mitscherlich eines Doppelsalzes von Lithion- und Natronsulfat, von dem er aber nur sagt, es sey $\dot{Na}\ddot{S} + x\dot{Li}\ddot{S} + 6$ aq., und krystallisire in Rhomboëdern, deren Endkantenwinkel $= 77° 32'$ sey.

Schwefelsaures Lithion und schwefelsaures Kali.

Aus der gemeinsamen Auflösung gleicher Mol. beider Salze erhält man zuerst die gewöhnlichen zweigliedrigen Krystalle des reinen Kalisalzes mit den Flächen *o*, *o*/2, *p*, *q*, q^2, *b*, *c*.

2,672 des dritten Anschusses, mit Chlorbaryum geschmolzen, gaben 3,568 $BaSO^4$, entsprechend 2,664 K^2SO^4 oder 99,7 Proc.

Die Krystallform der folgenden Anschüsse war dagegen *sechsgliedrig*, obgleich sie der früheren beim ersten Anblick gleich erschien. Es sind Dihexaëder *d* mit Abstumpfung der Seitenkanten durch das erste Prisma *p* und der Endecken durch die Endfläche *c*.

$$d = a : a : \infty a : c$$
$$p = a : a : \infty a : \infty c$$
$$c = c ; \infty a : \infty a : \infty a$$

Diese Krystalle sind identisch mit den von Schabus gemessenen.

$$a : c = 0{,}6006 : 1$$
$$(= 0{,}5953 : 1 \text{ Schabus})$$

		Berechnet	Beobachtet Rg.	Schabus	
d	$2A$	$= 127° 20'$	$127° 38'$	$127° 15'$	
	$2C$	$= 125\ 0$	$125\ 0$		
	a	$= 30\ 59$			
	$d:c$	$= 117\ 30$	$117\ 30$	$117\ 6$	$(117° 17')$
	$d:p$	$=$	$*152\ 30$		$(152\ 43)$

Digitized by

Die eingeklammerten Winkel sind die an dem Lithion-Kalisalz beobachteten, die übrigen beziehen sich auf angeblich reines Lithionsalz, was ich indessen vielfach vergeblich in wasserfreiem Zustande zu krystallisiren versucht habe.

Schabus fand die Krystalle nach *c* spaltbar und optisch einaxig.

Besonders durch Scacchi's genaue Beobachtungen wissen wir, dafs die isomorphen Mischungen von Kali- und Natronsulfat in geometrischer Beziehung dem Kalisalz gleich, in physikalischer verschieden sind. Die krystallographischen Differenzen der Flächen, welche der Axe *c* parallel, und derer, welche gegen sie geneigt sind, sind aufgehoben, die Krystalle sind sechsgliedrig, jene Axe ist zur Hauptaxe und zur optischen Axe geworden.

Da sich die Isomorphie der Lithionsalze weiterhin wird beweisen lassen, so hätte man erwarten dürfen, dafs die vorliegenden Krystalle nicht blofs in den allgemeinen Symmetriverhältnissen, sondern auch in den Axen- und Winkelverhältnissen mit dem Kali-Natronsulfat übereinstimmten. Dieſs ist aber doch nicht der Fall. Denn bei dem letztgenannten ist

$$d \begin{cases} 2A = 130^{\circ}\,55' \\ 2C = 112\;\;34 \end{cases}$$

$$d/2 \begin{cases} 2A = 145\;\;\;6 \\ 2C = \;\;73\;\;44 \end{cases}$$

$$d : c = 123\;\;43$$

$$d : p = 146\;\;17$$

$$d/2 : c = 143\;\;\;8$$

$$d/2 : p = 126\;\;52$$

$$\text{und } a : c = 0{,}7738 : 1$$

Die Axen *a* verhalten sich = 1 : 1,28 oder nahe = 3 : 4.

Von dieser Form wurden mehrere Anschüsse hinter einander erhalten

a) 2,52 des fünften Anschusses gaben 4,084 $BaSO^4$, 2,07 Alkalichloride, und diese hinterliefsen in Aetheralkohol 1,377 KCl ungelöst.

b) 2,444 des *sechsten* Anschusses = 4,02 $BaSO^4$.

c) 2,91 des *achten* Anschusses = 4,745 $BaSO^4$,

Digitized by Google

Also in 100:

	a		b	c
Kalium	28,61	(28,61)[1])	27,28	27,28
Lithium	4,53		4,98	4,98
Schwefel	22,26		22,59	22,50
Sauerstoff	44,51		45,15	45,15
	100.		100.	100.

Das Salz bestebt also aus gleichen Mol. der beiden einzelnen Salze,

$$\left.\begin{matrix}K^2\\SO^3\end{matrix}\right\} O^3. \quad \left.\begin{matrix}Li^2\\SO^3\end{matrix}\right\} O^3 = \left.\begin{matrix}K\\Li\\SO^3\end{matrix}\right\} O^3.$$

K	=	39	= 27,47
Li	=	7	= 4,93
S	=	32	= 22,54
4O	=	64	= 45,06
		142.	100.

Die später entstandenen sehr kleinen Krystalle hatten die Form des wasserhaltigen Lithionsalzes. Sie gaben

				Berechnet
Kalium		$\frac{2}{5}$K	= 15,6	= 11,08
Lithium		$\frac{2}{5}$Li	= 11,2	7,95
Schwefel	22,91	S	= 32	22,73
Sauerstoff		4O	= 64	45,46
Wasser	11,84	aq.	= 18	12,78
			140,8.	100.

Also

$$\left.\begin{matrix}K^2\\SO^3\end{matrix}\right\} O^3, \text{ aq. } 4 \left.\begin{matrix}Si^2\\SO^3\end{matrix}\right\} O^3, \text{ aq.} = \left.\begin{matrix}K^2\\Li^6\\5SO^3\end{matrix}\right\} O^{10}, 5 \text{ aq.}$$

Schwefelsaures Lithion und schwefelsaures Natron.

In der Auflösung je eines Mol. beider Salze entstehen zunächst sehr ansehnliche, theils farblose, theils weifse oder trübe Krystalle, welche dem *sechsgliedrigen* System angehören und durch einen Reichthum an Flächen, wie er

1) Direct gefunden.

Digitized by Google

bei künstlichen Krystallen nicht häufig ist, sehr interessant sind Fig. 8 und 9 Taf. VIII.

Im Allgemeinen sind es Combinationen eines Rhomboëders r, dessen Endkantenwinkel $= 102^{\circ}\,28'$ ist, und seines ersten schärferen $2r'$, bei dem jener Winkel $= 77^{\circ}\,20'$ ist. Hierzu tritt die Endfläche c und das zweite sechsseitige Prisma a, dieses als schmale Abstumpfung der Seitenkanten beider Rhomboëder.

Combinationen dieser Art, sehr symmetrisch ausgebildet und ganz durchsichtig, sind mit einer Fläche c aufgewachsen, hier ausgehöhlt, und erscheinen die unteren Rhomboëderflächen äufserst schmal.

An gröfseren Krystallen, die aber gewöhnlich weifs und trübe sind, wenigstens im Innern, beobachtet man aufser den genannten Flächen ein Dihexaëder zweiter Ordnung x, welches in die Diagonalzone des ersten schärferen Rhomboëders fällt, welches seine abwechselnden Endkanten abstumpft. Daraus folgt, dafs es $= \frac{3}{4}a : \frac{3}{5}a : \frac{3}{4}a : c = 2a : a : 2a : \frac{8}{3}c$ ist. Es erscheint als Dihexaëder, da bekanntlich die Dihexaëder zweiter Ordnung durch rhomboëdrische Hemiëdrie ihr Ansehen nicht ändern, wiewohl sie als Hälftflächner aufzufassen sind. Seine Flächen sind klein, aber glänzend.

Ferner finden sich an denselben Krystallen die Kanten zwischen dem Hauptrhomboëder und dem ersten schärferen abgestumpft durch ein anderes Dihexaëder zweiter Ordnung y, also aus der Diagonalzone des Hauptrhomboëders, und andererseits mit dem Dihexaëder x, mit einer Fläche des zweiten Prismas a und mit der Endfläche eine Zone bildend. Hieraus ergiebt sich sein Zeichen $\frac{3}{2}a : \frac{3}{4}a : \frac{3}{5}a : c = 2a : a : 2a : \frac{4}{3}c$.

Es hat dieses Dihexaëder die zweifach stumpfere Neigung gegen die Hauptaxe wie das vorige.

Endlich habe ich noch eines schärferen Rhomboëders erster Ordnung zu erwähnen, dessen Flächen also unter denen des Hauptrhomboëders liegen. Es ist das zweite schärfere, $4r$, denn seine Endkanten werden durch das erste

Digitized by Google

schärfere abgestumpft, und es liegt in der flächenreichen Zone a, ^4r, x, $^2r'$, x, ^4r.

Zwischen diesen Krystallen, deren sechsgliedrige Natur schon das Ansehen verräth und die durch die Messungen sich bestätigt, finden sich andere, die man geneigt ist, für zwei- und eingliedrig zu halten (Fig. 10 Taf. VIII). Es sind nämlich rhombische Prismen mit *gerader* Abstumpfung der Kanten; auf die der scharfen ist eine schiefe Endfläche so aufgesetzt, dafs sie gegen beide Prismenflächen gleich und gegen die Abstumpfung der stumpfen Kanten rechtwinklig geneigt ist. Aufserdem sieht man eine hintere Endfläche, ein hinteres Augitpaar, und wohl auch noch ein oder zwei andere. Als ich die Kantenwinkel in den Hauptzonen dieser Krystalle gemessen hatte, überzeugte ich mich indessen von der Identität dieser Krystalle und der sechsgliedrigen. Sie sind durch unsymmetrische Ausdehnung derselben in der Richtung der Diagonalzone einer der Flächen des Hauptrhomboëders entstanden, und die Fig. 10 bis 13 Taf. VIII werden dieſs leicht verständlich machen.

Die beobachteten Flächen sind:

$r = a : a : \infty a : c$ (Hauptrhomboëder)
$^2r' = a' : a' : \infty a : 2c$ (erstes schärferes)
$^4r = a : a : \infty a : 4c$ (zweites schärferes)
$x = 2a : a : 2a : \frac{8}{3}c$
$y = 2a : a : 2a : \frac{4}{3}c$
$a = 2a : a : 2a : \infty c$
$c = c : \infty a : \infty a : \infty a.$

Wenn an einem Rhomboëder der Winkel in den Endkanten $= 2A$, die Neigung der Endkanten zur Hauptaxe $= \alpha$, die der Flächen $= \gamma$ ist, so haben wir hier:

		Berechnet	Beobachtet
r	$2A$	$102^\circ\ 28'$	
	α	$62\ 23$	
	γ	$43\ 50$	
$^2r'$	$2A$	$77\ 20$	$77^\circ\ 25'$
	α	$43\ 50$	
	γ	$25\ 38$	

Digitized by Google

		Berechnet	Beobachtet
^4r	$2A$ =	65° 16′	
	α =	39 54	
	γ =	13 30	
x	$2A$ =	125 0	125° 10′
	$2C$ =	134 50 [1])	
	α =	25 38	
y	$2A$ =	134 16	
	$2C$ =	100 30	
	α =	43 50	
$r : c$ =			*133 50
$^2r' : c$ =		115 38	115 38
$^4r : c$ =		103 30	103 35
$x : c$ =		112 35	
$y : c$ =		129 45	
$r : {}^2r'$ =		110 32	110 30 (in d. Seitenkante)
=		69 28 (über c)	
=		128 40	128 40 (in d. Endkante)
$r : a$ =		128 46	128 8
$^2r' : a$ =		141 20	141 20
$^4r : r$ =		149 40	
$^4r : {}^2r'$ =		122 38	
$^4r : a$ =		147 22	147 15
$x : {}^2r'$ =		152 30	152 30
$x : a$ =		117 30	
$y : r$ =		157 23	158 ungef.
$y : {}^2r'$ =		151 17	151 »
$y : x$ =		162 50	162 30 »

Diese Krystalle sind es offenbar gewesen, welcher Mitscherlich gedacht hat, denn sein Salz bildete Rhomboëder von 77° 32′. Dieſs ist das zuvor als erstes schärferes bezeichnete.

Aus diesen Krystallen bestanden die drei ersten Anschüsse, die des dritten wenigstens zum Theil.

Der Wassergehalt wurde durch Glühen ermittelt, und hierauf der Rest mit Chlorbaryum geschmolzen. Durch

1) Für die Dihexaëder ist $2C$ der Winkel in den Seitenkanten.

Digitized by Google

Auskochen mit Wasser ergab sich der schwefelsaure Baryt und durch die directe Analyse die relative Menge der beiden Alkalimetalle.

	Erster Anschufs	direct	Zweiter Anschufs
Natrium	18,19	18,36	17,14
Lithium	1,75	1,58	2,40
Schwefel	16,81		17,49
Sauerstoff	33,59		34,93
Wasser	29,66		28,04
	100.		100.

Die diesen Mischungen bildenden Mol. sind also

Na^2SO^4, 3 aq.

und Li^2SO^4, 3 aq.

Ihr Mol.-Verhältnifs ist = 3 : 1 uud 2 : 1

$\left.\begin{matrix} Na^3 \\ Li \\ 2SO^2 \end{matrix}\right\} O^4$, 6 aq. $\left.\begin{matrix} Na^4 \\ Li^2 \\ 3SO^2 \end{matrix}\right\} O^6$, 9 aq.

3Na	= 69	= 18,35		4Na	= 92	= 16,37	
Li	= 7	= 1,87		2Li	= 14	= 2,49	
2S	= 64	= 17,02		3S	= 96	= 17,08	
8O	= 128	= 34,04		12O	= 192	= 34,16	
6aq	= 108	= 28,72		9aq	= 168	= 29,90	
	376.	100.			562.	100.	

Eine Probe des dritten Anschusses in sehr kleinen Krystallen gab 26,61 Proc. Wasser, 14,3 Natrium, 3,69 Lithium und 18,47 Schwefel, was ein Gemenge von R^2SO^4, 3 aq. und R^2SO^4, aq. anzeigt, insofern der letzte Anschufs aus Krystallen von der Form des Lithionsulfats Li^2SO^4, aq. bestand, die jedoch das entsprechende Natronsalz in isomorpher Mischung enthielten.

Sie gaben nämlich

Natrium	6,80
Lithium	7,80
Schwefel	23,84
Sauerstoff	47,00
Wasser	14,56
	100.

Digitized by Google

Dieſs entspricht ziemlich nahe 1 Mol. Natronsalz und 4 Mol. Lithionsalz

$$\left.\begin{matrix} Na^2 \\ Li^8 \\ 5SO^3 \end{matrix}\right\} O^{10},\ 5\ aq.$$

2 Na	=	46	= 6,85
8 Li	=	56	= 8,33
5 S	=	160	= 23,81
20 O	=	320	= 47,61
5 aq.	=	90	= 13,40
		672.	100.

Das Resultat ist also die Isomorphie der Lithionsalze mit den Kalisalzen sowohl als auch mit den Natronsalzen.

Ein Gemisch von Lithion- und Kalisulfat liefert zuerst sechsgliedrige Krystalle, welche beide Salze wasserfrei enthalten, sodann bei Ueberwiegen des Lithionsalzes zwei- und eingliedrige, 1 Mol. Wasser enthaltend und dem reinen Lithionsalze gleich. Ein Gemisch von Lithion- und Natronsulfat giebt zuerst rhomboëdrische Krystalle, in denen jedes der beiden Salze 3 Mol. Wasser enthält, und dann wie vorher zwei- und eingliedrige, an Lithion reichere, worin die Salze 1 Mol. Wasser enthalten.

Auch die Isomorphie des Kali- und Natronsulfats ist hier indirect nachgewiesen.

Unterschwefelsaures Lithion.

Dieses Salz scheint bisher noch niemals untersucht zu seyn. Zersetzt man unterschwefelsauren Baryt durch schwefelsaures Lithion und dampft die Flüssigkeit stark ein, so schliefst das Salz in zum Theil ziemlich ansehnlichen Krystallen an, die, weil sie an der Luft etwas feucht werden, nicht die Schönheit anderer Salze der Unterschwefelsäure zeigen. Sie lösen sich leicht in Wasser auf, verwittern in gelinder Wärme nicht und hinterlassen nach dem Glühen einen geschmolzenen neutralen Rückstand von schwefelsaurem Lithion.

3,265 gaben in dieser Art 1,725 Sulfat = 0,21954

Digitized by Google

Lithium = 6,72 Proc. Dieſs beweist, daſs das Salz 2 Mol. Wasser enthält, denn

$$\left.\begin{matrix} Li^2 \\ 2SO^3 \end{matrix}\right\} O^2,\ 2\ aq$$

2Li	= 14	= 6,66
2S	= 64	= 30,48
6O	= 96	= 45,72
2aq.	= 36	= 17,14
	210.	100.

Diese Krystalle gehören ins *zweigliedrige* System. Oefter sind es bloſs rhombische Prismen p mit vierflächiger Zuspitzung durch das Rhombenoctaëder o. Gewöhnlich findet man aber auſserdem das zweifach stumpfere Octaëder $o/2$, das zweite Paar q, das dreifach schärfere q^3 und die Hexaidflächen b und c. S. Fig. 14 Taf. VIII.

Zeichen der Flächen:

$o = a:b:c$	$p = a:b:\infty c$	$b = b:\infty a:\infty c$
$o/2 = a:b:\frac{1}{2}c$	$q = b:c:\infty a$	$c = c:\infty a:\infty b$
	$q^3 = b:3c:\infty a$	

		Berechnet	Beobachtet
o	$2A$ =	125° 12′	
	$2B$ =	79 30	
	$2C$ =	127 16	
$p : p$ an	a =	118 12	118° 20′
	b =	61 48	
$p : b$	=	120 54	120 33
$q : q$ an	c =	88 0	88 16
	b =	92 0	
$q : c$	=		*134 0
$q : b$	=	136 0	136 0
$o : b$	=	117 24	117 25
$o : c$	=	116 22	116 25
$o : p$	=		*153 38
$o : q$	=	129 45	129 52
$p : q$	=	111 41	111 46

Digitized by

		Berechnet	Beobachtet
0/2	$2A$ =	137° 14′	
	$2B$ =	104 56	
	$2C$ =	90 28	
$o/2 : b$ =		111 23	
$o/2 : c$ =		134 46	134° 55′
$o/2 : p$ =		135 14	135 25
$o/2 : o$ =		161 36	161 37
$q^3 : q^3$ an c =		35 42	
an b =		144 18	
$q^3 : c$ =		107 51	
$q^3 : b$ =		162 9	
$q^3 : q$ =		153 51	153 25

Sie sind immer prismatisch nach der Horizontalzone. Oefter herrscht q in der Endigung vor, und die Octaëder sind sehr klein.

Das Axenverhältnifs ist

$$a : b : c = 0{,}5985 : 1 : 1{,}0355.$$

Dieses Salz ist ein schönes Beispiel der Isomorphie der Lithion- und Natronsalze. Die Krystalle des unterschwefelsauren Natrons enthalten gleichfalls zwei Mol. Wasser. Bringt man sie in die entsprechende Stellung, nicht in die von Heeren gewählte [1]), so ist

	Heeren	Grailich und Lang
$p : p$ an a =	118° 0′	117° 38′
$q : q$ » c =	89 22	89 30
$2A$ von o =	125 18	
$2B$ » o =	80 18	80 14
$2C$ » o =	125 48	126 0
$o : o, 2$ =	161 23	

und

$$a : b : c = 0{,}6008 : 1 : 1{,}011 \text{ Heeren}$$

Chromsaures Lithion.

1. Einfach chromsaures Lithion.

Durch Sättigen von Chromsäure mit kohlensaurem Lithion und starkes Abdampfen erhält man oft sehr ansehnliche

1) S. mein Handb. d. kryst. Chem. S. 71.

Digitized by Google

rothbraune durchsichtige Krystalle. Es sind rhombische Prismen p mit schwacher Abstumpfung der beiden Kanten und einer auf die scharfen gerade aufgesetzten Zuschärfung q. Sie gehören mithin dem *zweigliedrigen* System an. In der Horizontalzone trifft man neben p auch das zweifach und dreifach schärfere Prisma. Selten ist das dritte Paar r.

$p = a : b : \infty c$ $\quad a = a : \infty b : \infty c$

$^2p = 2a : b : \infty c$ $\quad b = b : \infty a : \infty c$

$^3p = 3a : b : \infty c$

$q = b : c : \infty a$

$r = a : c : \infty b$

	Berechnet	Beobachtet
$p : p$ an a	113° 0′	
b	67 0	
$p : a$	146 30	
b		*123° 30′
$^2p : {}^2p$ an a	74 8	
b	105 52	
$^2p : a$	127 4	
b	142 56	143 20
p	160 34	160 30
$^3p : {}^3p$ an a	53 28	
b	126 32	
$^2p : a$	116 44	
b	153 16	153
p	150 14	151
$q : q$ an c		*130 0
b	50 0	
$q : b$	115 0	115 0
$p : q$	103 29	103 45
$r : r$ an c	109 40	
a	70 20	
$r : a$	125 10	
$p : r$	118 42	
$q : r$	137 48	138 ungef.

Digitized by Google

Es ist also

$$a : b : c = 0{,}6619 : 1 : 0{,}4663.$$

Die Krystalle sind zerfliefslich und deshalb nicht gut meſsbar. Die Flächen *a*, *b*, *r*, ^3p sind sehr klein. Ueber Schwefelsäure werden sie trübe und gelb an der Oberfläche. In Wasser sind sie sehr leicht löslich.

2,53 gaben 4,957 chromsaures Blei = 0,798 Chrom und 1,671 schwefelsaures Lithion = 0,21267 Lithium.

Sie enthalten folglich 2 Mol. Wasser

$$\left.\begin{matrix}Li^2\\CrO^2\end{matrix}\right\} O^2,\ 2\,aq.$$

			Gefunden
2 Li	= 14	= 8,43	8,40
Cr	= 52	= 31,33	31,54
4 O	= 64	= 38,56	
2 aq.	= 36	= 21,68	
	166.	100.	

II. Dichromsaures Lithion.

Durch Zusatz von Chromsäure oder von Salpetersäure zum vorigen. Aus der syrupdicken Flüssigkeit schiefst es in braunschwarzen Krystallen an, deren Flächen zum Theil gekrümmt, und die zerfliefslich sind.

1,9115 gaben 1,095 Chromoxyd = 0,7492 Chrom und 0,604 Chlorlithium = 0,09949 Lithium.

Auch dieses Salz enthält mithin 2 Mol. Wasser.

$$Li^2\,Cr^2\,O^7,\ 2\,aq$$

			Gefunden
2 Li	= 14	= 5,27	5,20
2 Cr	= 104	39,10	39,19
7 O	= 112	42,10	
2 aq	= 36	13,53	
	266	100.	

III. Chromsaures Ammoniak-Lithion.

Uebersättigt man eine Auflösung des vorigen mit Ammoniak, so wird sie heller und giebt beim Verdunsten ein

Digitized by Google

gelbbraunes Salz in feinen Nadeln, welches nicht zerfliefst und über Schwefelsäure getrocknet wurde.

2,496 gaben 1,062 Chromoxyd = 0,72663 Chrom und 0,589 Chlorlithium = 0,097 Lithium.

Ein Doppelsalz oder eine Mischung

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{Li}\\ \mathrm{Am}\\ \mathrm{Cr\,O^2}\end{matrix}\right\} \mathrm{O^2,\ 2\,aq}$$

			Gefunden
Li	= 7	= 4,00	3,89
Am	= 18	= 10,17	
Cr	= 52	= 29,33	29,11
4 O	= 64	= 36,16	
2 aq	= 36	= 20,34	
	177.	100.	

Arsensaures Lithion.

I. Normales arsensaures Lithion.

Trägt man in Arsensäure kohlensaures Lithion ein, so lange bis die Flüssigkeit nicht mehr sauer ist, so erhält man eine klare Auflösung, welche beim Abdampfen syrupdick wird und krystallinisch erstarrt. Versetzt man sie mit Ammoniak, so entsteht ein starker Niederschlag von normalem arsensaurem Lithion, der frei von Ammoniak ist, während die Flüssigkeit fast kein Lithion enthält.

Zur Analyse wurde das Salz in *a*, unter 100°, in *b*, über Schwefelsäure getrocknet.

a) 2,337 verloren beim Glühen 0,087 ohne ihren pulverigen Zustand zu verändern. Der Rest wurde in Chlorwasserstoffsäure gelöst, die Lösung mit schwefliger Säure reducirt, dann mit Schwefelwasserstoff gefällt. Das Schwefelarsen war getrocknet = 1,79. Als reines As^2S^3 betrachtet, würde es 1,09146 = 46,7 Proc. Arsen entsprechen, eine etwas zu grofse Menge, da es freien Schwefel enthielt. Die Menge des Lithions betrug als Sulfat 2,321 = 0,2954 Lithium.

b) 1,643 gaben 0,07 Wasser und nach Abscheidung

Digitized by Google

des Arsens 1,594 schwefelsaures Lithion = 0,20287 Lithium.

	Gefunden	
	a	*b*
Lithium	12,64	12,35
Wasser	3,72	4,26

$$2\begin{matrix}\mathrm{Li^3}\\ \mathrm{As\,O}\end{matrix}\Big\}\,\mathrm{O^3},\ \mathrm{aq}$$

erfordert

6 Li	= 42	= 12,42
2 As	= 150	= 41,38
8 O	= 128	= 37,88
aq	= 18	= 5,32
	338	100.

Lufttrocken, hätte die Probe *b* 5,7 Proc. Wasser gegeben.

II. Saures arsensaures Lithion.

Durch starkes Abdampfen einer Auflösung des vorigen in freier Arsensäure erhält man zuletzt durchsichtige Krystalle, so weit man sehen kann, rhombische Prismen von etwa 142°, mit starker Abstumpfung der scharfen Kanten und einer auf diese gerade aufgesetzten Zuschärfung von etwa 126°. Doch sind sie wegen ihrer Zerfliefslichkeit nicht eigentlich meſsbar. Sie werden von Wasser in das vorige Salz und in freie Säuren zersetzt.

Aus 5,697 wurden 5,09 $Mg^2As^2O^7$ = 2,463 Arsen und 2,026 Lithionsulfat = 0,2578 Lithium erhalten.

Hiernach ist das Salz

$$\begin{matrix}\mathrm{H^3}\\ 2\,\mathrm{Li}\\ \mathrm{As\,O}\end{matrix}\Big\}\,\mathrm{O^8},\ 3\,\mathrm{aq}$$

			Gefunden
4 H	= 4	= 1,14	
2 Li	= 14	= 4,00	4,53
2 As	= 150	= 42,86	43,23
8 O	= 128	= 36,57	
3 aq	= 54	= 15,33	
	350	100.	

Digitized by Google

Molybdänsaures Lithion.

Durch Erhitzen von Molybdänsäure mit kohlensaurem Lithion und Wasser entsteht eine Auflösung, welche beim Verdunsten ein Salz in kleinen warzenförmig gruppirten Krystallaggregaten liefert, die luftbeständig und ziemlich leicht löslich sind.

2,456 verloren beim Erhitzen 0,103 Wasser, beim Glühen nichts. In Ammoniak aufgelöst, und mit Salpetersäre fast neutralisirt, gaben sie mit salpetersaurem Quecksilberoxydul einen Niederschlag, der nach dem Glühen 1,953 Molybdänsäure = 1,2834 Molybdän hinterliefs. Das Filtrat, durch Schwefelwasserstoff vom Quecksilber befreit, lieferte 1,533 schwefelsaures Lithion = 0,19511 Lithium.

Es ist hiernach

$$5\,\left.\begin{matrix}Li^2\\Mo\end{matrix}\right\}O^4,\ 2\,aq.$$

10 Li	= 70	= 7,90	7,94
5 Mo	= 460	= 51,92	52,25
20 O	= 320	= 36,12	
2 aq	= 36	= 4,06	4,19
	886	100.	

XI. *Ueber das Selenbromür; von R. Schneider.*

Die Verbindungen des Selens mit dem Brom sind noch so gut wie unbekannt. Das Einzige, was die chemische Litteratur über diesen Gegenstand aufzuweisen hat, sind einige darauf bezügliche, aber sehr unvollständige Angaben von Serullas [1]).

Nach diesem Chemiker können sich Brom und Selen in verschiedenen Verhältnissen verbinden: die beständigste Verbindung scheint nach ihm diejenige zu sein, die auf

1) *Annal. chim. et phys.* 35, 349.

1 Theil Selen 5 Theile Brom enthält. Weiter giebt Serullas an: das Brom verbinde sich mit gepulvertem Selen unter Zischen und Wärmeentwickelung zu einer braunrothen, an einzelnen Stellen gelbgefärbten Masse, die an der Luft rauche und wie Chlorschwefel rieche. Beim Erhitzen zersetze sie sich zum Theil in die Elemente, zum Theil sublimire sie unzersetzt zu einer gelben Masse; mit Wasser zerlege sie sich unter Ausscheidung einiger Selenflocken in sich lösende selenige Säure und Bromwasserstoffsäure.

Nach den Beobachtungen des Verfassers bestehen zwischen Selen und Brom zwei wohlcharakterisirte Verbindungen nach einfachen Verhältnissen, in denen sich auf die gleiche Menge Selen die Brommengen verhalten = 1 : 4. Diese Verbindungen sind das *Selenbromür* = Se Br und das *Selenbromid* = $Se Br_4$ [1]). Hier soll zunächst vom Selenbromür die Rede seyn.

Das Selenbromür kann leicht durch directe Verbindung seiner Elemente erhalten werden. Fügt man in einem mit Glasstöpsel verschliefsbaren Glase zu Selen in Stücken allmählig Brom, so findet sofort unter starkem Zischen und beträchtlicher Temperaturerhöhung die Vereinigung beider Elemente statt. Die Wirkung ist, auch wenn man das Selen tropfenweise zufügt, so heftig, dafs ein Theil der Masse an die Wände des Gefäfses geschleudert wird. Wendet man auf 1 Theil Selen 1 Theil Brom, oder genauer auf 15,9 Theile Selen 16 Theile Brom an und überläfst den Inhalt des verschlossenen Gefäfses einige Zeit ruhig sich selbst, so vereinigt sich schliefslich Alles zu einer dunkelblutrothen, durchaus gleichmäfsigen Flüssigkeit, die all-

1) Diese Verbindung müfste in der älteren Schreibweise durch die Formel $Se Br_2$ (worin Se = 39,75) ausgedrückt und in der entsprechenden Nomenclatur als *Selensuperbromür* bezeichnet werden. Giebt man der Molecularformel $Se Br_4$ (worin Se = 79,5) den Vorzug, so erscheint die Bezeichnung *Selenbromid* um so mehr gerechtfertigt, als zwischen Selen und Brom eben nur zwei Verbindungen zu bestehen scheinen. Wird die bromärmere von beiden, mag man ihr nun die Formel $Se^2 Br$ oder Se Br ertheilen, *Selenbromür* genannt, so mufs consequenterweise die bromreichere als *Selenbromid* bezeichnet werden.

mählich vollständig auf dem Boden des Gefäfses zusammenfliefst. Diese ist das Selenbromür.

Anstatt so zu verfahren, kann man auch in einem dicht verschliefsbaren Glasgefäfs grobes Selenpulver mit etwa der dreifachen Menge von reinem, völlig trockenem Schwefelkohlenstoff übergiefsen und so lange vorsichtig Brom in kleinen Portionen zufügen, bis das Selen eben völlig oder doch bis auf einen ganz kleinen Rest verschwunden ist. Die dunkelbraune Lösung hinterläfst nach dem (möglichst schnellen) Verdunsten des Schwefelkohlenstoffs reines Selenbromür.

Ferner wird mit Leichtigkeit Selenbromür erhalten, wenn man in einem dicht verschliefsbaren Glasgefäfse 5 Theile des später zu beschreibenden, bei gewöhnlicher Temperatur festen Selenbromids mit 3 Theilen gepulverten Selens versetzt und durch Schütteln die Mengung beider Stoffe bewirkt. Das Gemenge beginnt bald zu erweichen und zerfliefst allmählig zu Selenbromür von ganz gleichmäfsiger Beschaffenheit.

Das Selenbromür ist bei gewöhnlicher Temperatur eine dunkelblutrothe Flüssigkeit, die in gröfseren Massen fast schwarz und ganz undurchsichtig, in dünnen Schichten dagegen bei durchfallendem Licht prachtvoll rubinroth erscheint. Es hat die Consistenz eines dünnen Oeles. Sein spec. Gewicht ist (bei 15° C.) = 3,604. Es besitzt einen unangenehmen, entfernt an den des Schwefelchlorürs erinnernden Geruch, ist aber bei gewöhnlicher Temperatur nur wenig flüchtig. Ueber sein Verhalten bei höherer Temperatur s. w. unten.

Auf die Haut gebracht, färbt es diese dauernd rothbraun. In einem unvollkommen verschlossenen Gefäfse längere Zeit sich überlassen, bedeckt es sich in Folge der Feuchtigkeitsanziehung allmählig mit einer wässerigen Flüssigkeitsschicht, die Bromwasserstoffsäure und selenige Säure enthält, während die Wände des Gefäfses sich mit einer dünnen Schicht von rothem Selen überkleiden.

Das Selenbromür löst sich ohne Zersetzung und in je-

Digitized by Go

dem Verhältnifs in Schwefelkohlenstoff mit schön rothbrauner Farbe. Auch in Chloroform ist es, wenngleich schwerer als in Schwefelkohlenstoff, doch vollständig und ohne Zersetzung löslich, denn es bleibt nach dem Verdampfen des Chloroforms von unveränderter Beschaffenheit zurück. Ganz ebenso verhält es sich gegen Bromäthyl. In Jodäthyl löst es sich gleichfalls, ohne sofort Zersetzung zu erfahren; wird aber ein Gemisch aus gleichen Aequivalenten Selenbromür und Jodäthyl einige Zeit in einem verschlossenen Gefäfse sich selbst überlassen, so tritt Zersetzung ein unter Bildung von Selenjodür (Se J) und Bromäthyl. Beim Erwärmen des Flüssigkeitsgemisches vollendet sich diese Reaction in weit kürzerer Zeit. — Auf dieses Verhalten des Selenbromürs sowie auf das Selenjodür werde ich bei einer späteren Gelegenheit ausführlicher zurückkommen.

Durch absoluten Alkohol wird das Selenbromür im Sinne der folgenden Gleichung zersetzt:

$$4\,Se\,Br = 3\,Se + Se\,Br_4;$$

(oder, wenn $Se = 39{,}75$: $2\,Se_2\,Br = 3\,Se + Se\,Br_2$).

Dabei scheidet sich Selen in rothen Flocken aus und der Alkohol färbt sich durch aufgelöstes Selenbromid mehr oder weniger intensiv gelbbraun. Es mufs indefs bemerkt werden, dafs die Zersetzung sich bald verlangsamt, indem sich das ausgeschiedene Selen mit etwas unzersetztem Selenbromür mengt, anfangs eine zähflüssige, bald eine ganz harte Masse bildend, die dem weiteren Angriff des Alkohols hartnäckig widersteht. — Dagegen ist die Zersetzung des Selenbromürs durch absoluten Alkohol im Sinne der angeführten Gleichung eine vollständige, wenn man jenes zunächst in wenig Schwefelkohlenstoff löst und dann eine gröfsere Menge von Alkohol zusetzt.

1,121 Grm. Selenbromür, auf diese Weise zersetzt, geben 0,425 Grm. = 37,91 Proc. Selen. Nach der obigen Zersetzungsgleichung sollten 37,38 Proc. erhalten werden.

Aehnlich wie gegen absoluten Alkohol scheint sich das Selenbromür gegen Benzol zu verhalten, wenigstens wird auf Zusatz desselben eine grofse Menge Selen in dunkelrothen

Flocken ausgeschieden und eine gelbbraune Lösung erhalten.

In Wasser gegossen, sinkt das Selenbromür in öligen Tropfen zu Boden und zersetzt sich mit den Elementen des Wassers, obwohl sehr langsam und unvollständig, im Sinne der Gleichung:

$$4\,SeBr + 2\,H_2\Theta = 3\,Se + Se\Theta_2 + 4\,HBr.$$

(oder $2\,Se_2Br + H_2O_2 = 3\,Se + SeO_2 + 2\,HBr$.)

Die beginnende Zersetzung macht sich dadurch bemerkbar, dafs sich die Tropfen des Selenbromürs mit einer Schicht von rothem Selen überkleiden. Diese eben hindert oder verlangsamt wenigstens die weitere Zersetzung.

Wird Selenbromür in der 3—5fachen Menge Schwefelkohlenstoff gelöst und die Lösung auf einmal mit einer gröfseren Menge von starkem (80prozentig.) Weingeist vermischt, so erfährt es gleichfalls eine vollständige Zersetzung im Sinne der Gleichung

$$4\,SeBr + 2\,H_2\Theta = 3\,Se + Se\Theta_2 + 4\,HBr.$$

Offenbar entsteht unter diesen Umständen zunächst Selenbromid, das sich aber mit dem im Weingeist enthaltenen Wasser sofort in selenige Säure und Bromwasserstoffsäure weiter zersetzt. Die über dem ausgeschiedenen Selen stehende Flüssigkeit erscheint, wenn sonst genug Weingeist angewandt wurde, vollkommen farblos, zum Beweise dafür, dafs die Zersetzung in der That eine vollständige war. — Es ist bemerkenswerth, dafs das bei der eben erwähnten Reaction in Form rother Flocken ausgeschiedene Selen, wenn es einige Zeit unter dem Gemische von Schwefelkohlenstoff und Weingeist verweilt, sich dunkelbraun färbt und sich unter bedeutender Volumsverminderung in ein dichtes, vollkommen krystallinisches Pulver verwandelt.

Dies Verhalten des in etwas Schwefelkohlenstoff gelösten Selenbromürs gegen wasserhaltigen Weingeist hat sich mit Vortheil zur Analyse der Verbindung benutzen lassen.

1) 1,173 Grm. Selenbromür wurden in einer mit Glasstöpsel verschliefsbaren Flasche in 4—5 CC. Schwe-

felkohlenstoff gelöst, darauf 40—50 CC. 80procentiger Weingeist zugesetzt und das Gemisch häufiger stark umgeschüttelt. Nach 12stündigem Stehen wurde die farblose Lösung vom Selen abfiltrirt und dieses Anfangs mit starkem Weingeist, dann mit alkoholhaltigem Wasser ausgewaschen. Das Gewicht desselben betrug (nach dem Trocknen bei 100°) 0,435 Grm. Aus dem Filtrat (das sich auf Wasserzusatz durch ausgeschiedenen Schwefelkohlenstoff etwas trübte) wurde zunächst durch Schwefelwasserstoff die selenige Säure als SeS_2 gefällt und aus der davon abfiltrirten (durch schwefelsaures Eisenoxyd vom Schwefelwasserstoff befreiten) Flüssigkeit das Brom durch Silberlösung niedergeschlagen. Es wurden erhalten 0,255 Grm. Zweifach-Schwefelselen (bei 100° getrocknet) und 1,362 Grm. Bromsilber.

2) 0,997 Grm., auf dieselbe Weise analysirt, gaben 0,373 Grm. Selen in Substanz, 0,218 Grm. Zweifach-Schwefelselen und 1,155 Grm. Bromsilber.

Diese Zahlen entsprechen in genügender Weise der Formel SeBr, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

Berechnet:		Gefunden:	
		I.	II.
Se = 79,5	49,84 Proc.	49,18	49,55
Br = 80	50,16 -	49,44	49,30
159,5	100,00 Proc.	98,62	98,85

Die vorstehenden Analysen zeigen zugleich, dafs die Zersetzung des Selenbromürs durch Wasser oder durch wasserhaltigen Weingeist in der That nach der Gleichung

$$4\,SeBr + 2\,H_2O = 3\,Se + SeO_2 + 4\,HBr$$

verläuft, denn die Menge des als solches abgeschiedenen Selens steht zu dem aus der Lösung als Schwefelselen gefällten sehr nahe in dem Verhältnifs = 3 : 1.

Es wurden erhalten

bei Anal. 1:	Se als solches	0,435 Grm.	= 37,08 Proc.	3,06
	Se als SeS_2	0,142 -	= 12,10 -	1;
bei Anal. 2:	Se als solches	0,373 Grm.	= 37,41 Proc.	3,08
	Se als SeS_2	0,121 -	= 12,13 -	1.

Digitized by Go

Während das Selenbromür durch wässerige Kali- und Ammoniaklösung nur sehr träge zersetzt wird, löst es sich unter Zersetzung in einem Gemisch von Kali (oder Ammoniak) und Schwefelammonium ziemlich leicht mit brauner Farbe; die Lösung enthält neben Brommetall Kalium- oder Ammoniumsulfoselenit. Aus dieser Lösung wird durch Salzsäure gelbes Zweifach-Schwefelselen gefällt.

Das Selenbromür vermag Selen in nicht unbedeutender Menge aufzulösen; dabei wird es etwas dickflüssiger, als es im reinen Zustande ist.

1,22 Grm. gröblich gepulvertes Selen, 8 Tage lang in einem verschlossenen Gefäfse mit 2 Grm. Selenbromür (unter bisweiligem Erwärmen auf 70—80° C.) in Berührung gelassen, hinterliefsen 0,780 Grm. und hatten folglich 0,440 Grm. an Gewicht verloren. Demnach hatte das Selenbromür 22 Proc. seines Gewichs Selen aufgenommen.

Es soll hiermit nicht behauptet werden, dafs die beobachtete Zahl das Maximum der Löslichkeit ausdrücke; es soll nur constatirt werden, dafs sich Selen in erheblicher Menge im Selenbromür auflöst. Gröfsere, gut ausgebildete Selenkrystalle aus einer solchen Lösung zu erhalten, ist mir übrigens nicht gelungen.

Wird selenhaltiges Selenbromür mit Schwefelkohlenstoff behandelt, so löst sich das Bromür (nebst einer Spur Selen) auf, während das Selen (durch wenig zurückgehaltenes Selenbromür von zähflüssiger Beschaffenheit) ungelöst bleibt. Dieses Verhalten gestattet freies Selen im Selenbromür mit Leichtigkeit nachzuweisen und es daraus abzuscheiden.

Enthält dagegen das Selenbromür überschüssiges Brom, so giebt dasselbe, wenn es in einem kurzen zugeschmolzenen Glasrohr einige Zeit auf etwa 80° C. erhitzt wird, ein Sublimat von Selenbromid, das sich in den kälteren Theilen des Rohrs in der Form kleiner, glänzender, brauner Krystalle ansetzt. Reines Selenbromür giebt unter diesen Umständen keine Spur von einem Sublimat.

Wird reines Selenbromür in einer Retorte einer lang-

Digitized by Google

sam gesteigerten Hitze ausgesetzt, so entweicht zuerst etwas Bromdampf, dann folgt in nicht erheblicher Menge ein Destillat, das im Retortenhalse zu einer dunkelbraunen krystallinischen, wesentlich aus Selenbromid bestehenden Masse erstarrt; später destillirt (bei etwa 225 — 230°) ein gröfserer Theil des Selenbromürs unzersetzt und schliefslich hinterbleibt in der Retorte etwas Selen, das erst bei bedeutend gesteigerter Hitze in die obere Wölbung der Retorte sublimirt. Es erfährt also das Selenbromür bei der Destillation eine partielle Zersetzung; der Umstand indefs, dafs ein grofser Theil desselben unzersetzt übergeht, beweist — wenn es dafür überhaupt noch der Beweise bedarf — dafs das Selenbromür wirklich eine chemische Verbindung nach einfachen stöchiometrischen Verhältnissen darstellt.

Fügt man zu reinem Selenbromür noch dreimal soviel Brom als bereits darin enthalten ist, so wird diefs letztere unter Zischen und Erwärmung begierig aufgenommen: es entsteht festes Selenbromid, eine Verbindung, die durch Sublimation in ziemlich grofsen blättrigen Krystallen erhalten werden kann.

Versetzt man dagegen eine Auflösung von Selenbromür in der doppelten oder dreifachen Menge Schwefelkohlenstoff mit Brom, so scheidet sich sofort ein gelbes Pulver von der Farbe des Pseudo-Schwefelcyans aus, das nach den bis jetzt damit angestellten Beobachtungen die Elemente des Selenbromids und des Schwefelkohlenstoffs enthält und das zu dem bekannten, von Berzelius und Marcet entdeckten schwefligsauren Kohlensuperchlorid (Chlorür der perchlormethylschwefligen Säure) in eine nahe und einfache Beziehung gestellt zu sein scheint.

Ueber diese interessante Verbindung sowie über das Selenbromid soll in einem der nächsten Hefte dieser Annalen Ausführlicheres mitgetheilt werden.

Berlin, im Juni 1866.

Digitized by Google

XII. *Spectralia; von J. Müller.*

Bei dem hohen Interesse, welches die Umkehrungserscheinungen der Spectra bieten, ist es wünschenswerth dieselben möglichst leicht zeigen und studiren zu können; es war deshalb sehr erwünscht im CXV. Bd. dieser Ann. S. 431 eine Notiz von Simmler zu finden, nach welcher das *Absorptionsspectrum* einer ziemlich verdünnten Lösung von »*Uebermangansäure*«[1]) die Umkehrung des Spectrums sey, welches die prismatische Zerlegung einer durch *Manganchlorür* grün gefärbten Gasflamme liefert.

Für eine Lösung von unzweifelhaft *übermangansaurem Kali* ist das jedenfalls nicht der Fall, wenn auch die dunklen Absorptionsstreifen dieser Flüssigkeit nahezu die gleiche Lage haben wie die hellen Spectrallinien der durch Manganchlorür gefärbten Flamme. Mit einem Steinheil'schen Spectralapparat beobachtete ich die hellsten der Manganlinien bei 155 bis 158 und bei 161 bis 164 der Millimeterscale. Die Mitte der beiden folgenden lichtschwächeren Streifen beobachtete ich ungefähr bei 170 und 179. Darnach bot das Spectrum der durch Manganchlorür gefärbten Flamme ungefähr den Anblick wie No. II der Fig. 12 Taf. IX.

Bei No. I derselben Figur ist zur besseren Orientirung angegeben, auf welche Theilstriche der Scale die helle Lithium-, Natrium-, Thallium- und die blaue Strontiumlinie fallen.

Wenn man aber nun das continuirliche Spectrum einer gewöhnlichen Lampenflamme beobachtet und dann zwischen parallelen Glasplatten eine entsprechend verdünnte Lösung von *übermangansaurem Kali* vor den Spalt bringt, so erscheint Gelb, Grün und ein Theil des Blau mit einem

1) Die Uebermangansäure läfst sich nicht isolirt darstellen, und wenn also Hr. Simmler von dem Absorptionsspectrum derselben spricht, so kann er nur das des übermangansauren Kalis gemeint haben, in welchem Salze freilich die Uebermangansäure das färbende Princip ist.

Schatten bedeckt (ungefähr 148 bis 190) und in diesen Schatten treten dann noch 5 dunkle Balken auf, nämlich von 151 bis 154, von 158,5 bis 162, von 168 bis 171, und zwei weitere dunkle Balken, deren Mitte ungefähr auf die Theilstriche 175,5 und 184,5 fällt. Von links nach rechts gezählt sind der zweite und dritte Streifen die dunkelsten, wie man aus Fig. 12 Taf. IX No. III sieht, wo das Absorptionsspectrum des übermangansauren Kalis dargestellt ist.

Zur Controle stellte ich die beiden fraglichen Spectra nach der Kirchhoff'schen Methode unmittelbar übereinander dar, wobei sich ergab, dafs dieselben in der That die in No. II und III der Fig. 12 abgebildete gegenseitige Stellung einnehmen, *dafs also das Absorptionsspectrum des übermangansauren Kalis keineswegs die Umkehrung des Manganspectrums ist.*

Der Umstand, dafs das Absorptionsspectrum einer kaum merklich rosenroth gefärbten Lösung von salpetersaurem *Didymoxyd* so scharfe dunkle Streifen zeigt, führte mich auf die Vermuthung, dafs solche Absorptionsstreifen wohl auch durch die schwach rosenrothe Lösung von *Manganchlorür* erzeugt werden könnten: der Versuch zeigte aber, dafs das nicht der Fall ist.

Freiburg den 5. Mai 1866.

Berichtigung. — Hr. E. Hartnack (Nachfolger des rühmlichst bekannten Optikers G. Oberhäuser, 21 Place Dauphine, Paris) hat mich ersucht, die im Bd. 127, S. 494 mitgetheilte, aus den *Compt. rend.* entlehnte Notiz dahin zu berichtigen, dafs an dem dort beschriebenen und von Hrn. Regnault der Pariser Akademie vorgelegten neuen Polarisationsprisma Hr Deleuil durchaus keinen Antheil hat, und dessen Name nur irrthümlich in jener Notiz genannt worden ist. P.

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

Digitized by Google

1866. ANNALEN No. 7.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXXVIII.

I. *Ueber die Erzeugung von Klangfiguren in Orgelpfeifen und über die Wirkung tönender Luftsäulen auf Flammen;* von Dr. *August Kundt.*

In der von mir in diesen Annalen (Band CXXVII, S. 497 bis 523 veröffentlichten Untersuchung: »*Ueber eine neue Art akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen*« habe ich gezeigt, dafs die von mir gefundenen und a. a. O. im Allgemeinen beschriebenen Staubfiguren sich mit Erfolg für eine genaue Bestimmung der Schallgeschwindigkeit anwenden lassen. Ich habe mich seitdem, da besonders die möglichst genaue Kenntnifs der Schallgeschwindigkeiten der Gase von Wichtigkeit ist, damit beschäftigt, solche Bestimmungen auszuführen und werde ich dieselben später mittheilen. In Folgendem möchte ich nur einige Beobachtungen und Versuche beschreiben, auf die ich bei dieser Gelegenheit geführt wurde, die für die Erklärung der Eigenthümlichkeiten der Staubfiguren und für das Studium der Bewegung einer tönenden Luftsäule im Allgemeinen von Interesse seyn dürften.

Da Semen Lycopodii, welches ich bisher zu den Staubfiguren angewandt hatte, mir für genaue Bestimmungen nicht geeignet schien, da man es nicht ausglühen kann, um es von allem an demselben condensirten Wasserdampf und anhaftenden Gasen zu befreien und ich ein Pulver haben wollte, welches durch starkwirkende Gase und Dämpfe nicht angegriffen würde, so bemühte ich mich eine unorganische Substanz zu finden, die die Staubfiguren mit derselben Leich-

Digitized by Google

tigkeit und Schärfe zeige, wie Lycopodium. Ein ganz fein ausgeschlemmter Quarzsand, wie er für Glasuren angewendet wird, erwies sich endlich als geeignet.

Aufserdem habe ich eine Menge anderer Pulver durchversucht; die meisten zeigten kleine Verschiedenheiten, die indessen über die Staubfiguren nichts Neues lehrten. Nur ganz feine Kieselsäure zeigte ein eigenthümliches Verhalten.

Als nämlich ganz fein zertheilte Kieselsäure [1]) in den Apparat, der a. a. O. S. 512 beschrieben ist, gebracht wurde, wanderte dieselbe, auch wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches der halben Welle war, bei horizontal gehaltenem Apparat nicht zu den Knotenpunkten, dieselbe wirbelte vielmehr ebenso, wie der Sand, zwischen 2 Knotenpunkten auf und bildete, wie es früher beim Sand beschrieben ist, feine parallele Rippen. Diese Rippen der Kieselsäure unterscheiden sich jedoch merklich von denen des Sandes. Während nämlich diejenigen des Sandes nur am Boden der Röhre vorhanden sind, und der Sand während des Tönens nur wenig vom Boden in die Höhe gehoben wird, bilden die Rippungen der Kieselsäure, so lange der Ton anhält, Querwände in der Röhre, deren Höhe oft über die Hälfte des Durchmessers der Röhre beträgt. Einzelne Schichten erstrecken sich sogar zuweilen über den ganzen Querschnitt der Röhre, so dafs es den Anschein hat, als seien in dieselbe lauter feine Membranen eingespannt. Diese Querwände von Kieselsäure sind aufserordentlich dünn, so dünn, wie ein dünnes Blatt Papier, und wenn der Apparat horizontal liegt, stehen sie oft in einer ganzen Aus-

1) Die Kieselsäure wurde auf bekannte Weise aus Flufsspath, Quarzsand und Schwefelsäure dargestellt, indem das entwickelte Kieselfluorgas unter Quecksilber in Wasser geleitet wurde, wobei sich die Kieselsäure in äufserst fein zertheiltem Zustande ausscheidet. Sie wurde alsdann getrocknet, ausgeglüht, in einer Reibschale nochmals gerieben und dann durch ein feines Gewebe durchgesiebt. Die so dargestellte Kieselsäure ist für die Versuche die bei weitem geeignetste Substanz. Weniger gut lassen sich die Versuche allerdings auch mit Kieselsäure, die aus einem Silicat ausgefällt ist, ja selbst mit anderen leichten Pulvern, wie fein geriebene Magnesia anstellen.

Digitized by Google

dehnung, so lange der Ton anhält, ganz still. Fig. I. Taf. X. giebt ein, wenn auch nur unvollkommenes Bild eines Stückes der tönenden Luftsäule, wenn Kieselsäure sich in derselben befindet. Neigt man den Apparat etwas, so fangen meist die sämmtlichen Querwände an zu wandern und wandern langsamer oder schneller zu den Knotenpunkten. Der Abstand der einzelnen Schichten von einander ist verschieden, im Allgemeinen läfst sich nur sagen, dafs der Abstand der Schichten von einander an den Stellen am gröfsten ist, an denen sich vor dem Tönen die gröfste Masse Kieselsäure befand. — Wenngleich die vollkommnere Erzeugung der Schichten mittelst Kieselsäure noch keinen Aufschlufs über das Zustandekommen derselben giebt, so folgt doch daraus, dafs die dünnen Schichten von Kieselsäure durch den ganzen Querschnitt der Röhre gehen, dafs die Ursache, durch die die Rippungen überhaupt, z. B. die von Sand und Semen Lycopodii, entstehen, im ganzen Querschnitt der tönenden Luftsäule in gleicher Weise vorhanden ist.

Die aufserordentliche Schärfe und Regelmäfsigkeit der Erscheinung bei Kieselsäure läfst auch keinen Zweifel, dafs dieselbe durch eine eigenthümliche complicirte Bewegung der Luft bedingt seyn mufs und nicht durch ein Mitnehmen der Theilchen des Staubes beim einfachen pendelartigen Hin- und Hergang der Luft erzeugt werden kann.

Das eigenthümliche Verhalten und die aufserordentlich leichte Beweglichkeit der Kieselsäure veranlafsten mich indefs, nochmals die früher mifslungenen Bemühungen wieder aufzunehmen, in Orgelpfeifen den beschriebenen ähnliche Klangfiguren zu erhalten. Als demzufolge auf den unteren Theil einer runden Orgelpfeife ein Glasrohr gesetzt wurde, etwas Kieselsäure in die Röhre geschüttet und das Rohr oben mit einem Kork verschlossen war, so bildete in der That, als die Pfeife auf ihren Grundton angeblasen wurde, die Kieselsäure zarte aufrechtstehende Querwände, die, so lange der Ton anhielt, still standen oder langsam wanderten. Wurde die Pfeife so angeblasen, dafs mehrere Knotenpunkte in derselben waren, so marquirten sich diese

Digitized by Google

durch die Kieselsäure ebenfalls sehr gut. Zu dem Ende mufste die Kieselsäure durch Schütteln möglichst gleichmäfsig in der Pfeife vertheilt, diese horizontal gehalten und der entsprechende Ton kurz und bestimmt angeblasen werden. Alsdann entstand in der Pfeife eine Figur, die derjenigen von Semen Lycopodii ähnlich ist, wie sie in der oben angeführten Untersuchung S. 514 beschrieben und Fig. 2 abgebildet ist. Zwischen zwei Knotenpunkten legt sich die Kieselsäure in lauter parallele Rippen, nach den Knotenpunkten selbst wandert dieselbe nicht. An diesen bleibt der wenige Staub, der dort gelegen, ruhig liegen und dieselben sind von einem Ring von Kieselsäure umgeben. Fig. 2*a* Taf. X. zeigt ungefähr die Anordnung der Kieselsäure in einer Pfeife, die mit drei Knotenpunkten tönt.

Ich wendete zu meinen Versuchen 2 Orgelpfeifen an, die ursprünglich *C* und *c* gaben. Von diesen wurden die Röhren, die aus Pappe bestanden, abgenommen und mittelst Kork Glasröhren aufgesetzt, deren Länge zwischen 1 und 5 Fufs variirte und deren Durchmesser $\frac{1}{2}$—2 Zoll betrug. Waren die aufgesetzten Röhren über $1\frac{1}{2}$ Fufs lang, so war es schon schwer, den Grundton zu erhalten, die Pfeifen gaben mit Leichtigkeit und Stärke meist nur die Obertöne an, etwa den 3ten bis 7ten, alsdann war es aber sehr leicht die beschriebene Figur von Kieselsäure zu erhalten. [1])

Die Viertelwelle, die zunächst dem Labium lag, zeigte selten scharfe Lagerung des Staubes, derselbe wirbelt dort allzusehr auf. Die späteren Wellen werden jedoch alle gleichmäfsig gut ausgebildet. Man kann die Länge dieser

1) Die Figuren entstehen aufserordentlich scharf, wenn die Kieselsäure richtig in der Pfeife vertheilt ist und der betreffende Ton kurz und klar angeblasen wird. Am vollständigsten werden dieselben, wenn die Kieselsäure durch Schütteln so vertheilt ist, dafs sie überall an der Röhre haftet. Leichter jedoch erhält man die Figur, wenn man durch Klopfen die Kieselsäure an den Boden der Pfeife bringt, dann dieselbe etwas dreht, so jedoch, dafs die Kieselsäure am Glase haften bleibt. Tönt nun die Pfeife, so fällt der Staub von der Seite an den Boden und zeigt meist die Figur sehr klar.

Digitized by Google

Halbwellen [1]) mit ziemlicher Genauigkeit messen, da sich die Mitte eines Knotenpunktes in der Kieselsäurefigur ganz wohl angeben läfst.

Bei Messungen, die ich bei verschiedenen Pfeifenlängen angestellt habe, ergaben sich alle diese Wellen, wie nothwendig, als von durchaus gleicher Länge; die Länge der ersten Viertelwelle, die dem Labium zunächst liegt, war, wie vorauszusehen, verschieden von der der späteren Wellen. Oft war es indessen nicht möglich, den ersten Knotenpunkt, der zunächst dem Labium lag, scharf zu bestimmen, die Bewegung der Luft und daher die Anordnung der Kieselsteine ist hier nicht immer schon regelmäfsig genug.

Wie gut sich aber die Wellenlänge des Tons aus der Länge der entfernteren Wellen bestimmen läfst; mögen folgende Messungen zeigen.

Auf den unteren Theil der Pfeife, die *c* gab und einen Durchmesser von 28^{mm} hatte, war ein Glasrohr von etwa 1040^{mm} Länge und 20^{mm} Durchmesser gesetzt.

Die Pfeife wurde gedeckt angeblasen, so dafs dieselbe 7 halbe und 1 Viertelwelle enthielt, also ihren 8ten Ton gab, — die Länge der Pfeife von ihrem gedeckten Ende bis zum Labium betrug 1090^{mm}.

Es wurde nun in vier Versuchen gefunden:

I. Versuch:

Die erste Halbwelle vom gedeckten Ende aus gerechnet

$= 153.3$

die 2te . . . $= 149.3$

die 3te . . . $= 151.4$

die 4te . . . $= 148.3$

die 5te . . . $= 152.8$

die 6te . . . $= 151.6$

1) Der Raum zwischen zwei Knotenpunkten ist auch hier, wie früher, als Halbwelle genommen, wo jedoch kein Irrthum möglich war, ist zuweilen der Kürze wegen, statt Halbwelle, einfach Welle geschrieben.

Digitized by Google

II. Versuch:

1ste Halbwelle	. . .	= 151 . 6
2te -	. . .	= 153 . 6
3te -	. . .	= 150 . 2
4te -	. . .	= 152 . 1
5te -	. . .	= 154 . 2
6te -	. . .	= 152 . 2.

III. Versuch:

Gesammtlänge der 3 ersten Halbwellen	= 450 . 1
der 4ten bis 6ten	= 455 . 4.

IV. Versuch:

Gesammtlänge der 3 ersten Halbwellen	= 453 . 6
der 4ten bis 6ten	= 453 . 8.

Daraus findet man im Mittel die Länge der Halbwelle für die angewandte Pfeife von 1090^{mm} Länge bei ihrem 8ten Ton.

1) 150 . 9
2) 152 . 3
3) 150 . 9
4) 151 . 2

Also das Gesammtmittel 151 . 3.

Die Länge der 8ten Halbwelle plus der letzten Viertelwelle am Labium beträgt demnach

$$1090 - 6 \,.\, 151{,}3 = 182{,}2^{mm}.$$

Rechnet man die 8te Halbwelle, die ich nicht gut messen konnte, da der unterste Theil der Pfeife aus Holz war und den letzten Knoten halb verdeckte, ebenfalls zu 151 . 3, so bleibt für die letzte Viertelwelle nur 30 . 9, also ein bedeutend zu kleiner Werth. Da der hölzerne Theil der Pfeife einen 8^{mm} gröfseren Durchmesser hatte, als das aufgesetzte Glasrohr, so darf diese bedeutende Abweichung nicht wundern.

Mit einer anderen Pfeife von ganz kleinem Durchmesser wurde die Wellenlänge ihres 8ten Tones in zwei Versuchen zu 58 . 4 und 58 . 8 bestimmt, die des 7ten Tones ergab sich zu 66 . 5. Berechnet man aber aus der Länge des 8ten

Digitized by Google

Tons die Wellenlänge des 7ten, so ergiebt sich $58{,}6 . \frac{17}{15} = 66{,}2$. Man sieht also, dafs man aus den Staubfiguren die Wellenlänge des Tons einer gedeckten Pfeife, wenn sie einen Oberton giebt, gut bestimmen kann. Ueberdies werden die Staubfiguren dazu dienen können, die Länge der ersten, dem Labium zunächst liegenden Viertelwelle und deren Verhältnifs zu der wirklichen Viertelwelle des Tones zu bestimmen. Man erhält übrigens die Staubfiguren nicht nur in *gedeckten*, sondern auch in *offenen* Orgelpfeifen, sie entstehen nur in den ersteren leichter und schärfer, da der durchgehende Luftstrom bei den offenen Pfeifen die Lagerung der Kieselsäure etwas stört.

Mit grofser Schärfe erhäft man die Staubfiguren nicht blofs in Pfeifen mit tieferen Tönen, sondern auch in Pfeifen, die so construirt sind, dafs sie eine ganze Reihe höherer Töne geben können. Ich verschaffte mir solche, indem ich kleine Pfeifen, wie man sie als Signal- oder Lockpfeifen oder als Spielzeug für Kinder überall findet, etwa 1 Zoll über dem Labium abschnitt und dann mittelst Kautschuckröhren Glasröhren von geringerem Querschnitt und verschiedener Länge auf dieselbe aufsetzte. Wird in eine solche Pfeife etwas Kieselsäure gestreut, das Glasrohr dann am oberen Ende mit einem Kork geschlossen und die Pfeife angeblasen, so bildet die Kieselsäure in derselben die oben beschriebenen Querwände in grofser Anzahl. Aus der Gruppirung derselben läfst sich schon die Zahl der Wellen in den Röhren erkennen. Neigt man alsdann die Pfeife etwas, so fangen die Schichten an zu wandern und die Kieselsäure legt sich in lauter kleinen Häufchen auf die Knotenpunkte. In dem Rohre bildet sich die, Bd. CXXVII, S. 513 beschriebene und dort Fig 3. Taf. V. abgebildete Punktfigur. Giebt man einen andern Ton der Pfeife an, so beginnen die früheren Staubhäufchen sich zu bewegen und legen sich in anderer Anzahl und an anderen Stellen wieder nieder. Eine kleine gedeckte Pfeife dieser Art von etwas über 1 Fufs Länge bildete 3—9 Knotenpunkte mit Leichtigkeit; eine andere von

Digitized by Google

etwa 4 Fufs Länge und $\frac{1}{4}$ Zoll Breite bildete 8—30 Knotenpunkte. Auch in ungedeckten Pfeifen dieser Art erhält man mit Vorsicht die Knoten hinreichend scharf. — Die Staubhäufchen entstehen, wie angegeben, nur wenn die Pfeife etwas geneigt wird; liegt dieselbe ganz horizontal, so bilden sich nur in der ganzen Länge des Rohrs die Querschichten. Dasselbe findet nun auch in den oben angewandten Pfeifen mit tieferen Tönen statt. Hat man in einer Orgelpfeife die Staubfigur erzeugt, wie sie in Fig. 2 gezeichnet, und neigt dann das gedeckte Ende derselben, während man die Pfeife constant anbläst, etwas nach unten, so fangen die Schichten der Kieselsäure an nach unten zu wandern und begeben sich nach den Knotenpunkten. Der Staub wandert jedoch nicht bis in die Mitte der Löcher, die in Figur 2*a* die Knotenpunkte bezeichnen, an welcher Stelle man doch den eigentlichen Knotenpunkt, d. i. die geringste Bewegung vermuthen sollte. Der Staub wandert nun bis an den Staubring, der anfangs die Knotenstelle umgab. In Fig. 2*b* ist die Lage der Staubhäufchen gezeichnet, wenn das gedeckte Ende während des Tönens nach unten geneigt war; in Fig. 2*c* sind die Staubhäufchen gezeichnet, wie sie sich bilden, wenn das gedeckte Ende während des Tönens in die Höhe gehalten war. Es ergiebt sich also, dafs der Staub zwar von beiden Seiten zu den Knotenpunkten hingeführt wird, derselbe selbst aber frei vom Staube bleibt. Welche eigenthümliche Bewegung der Luft in den Knotenpunkten den Staub hindert, sich dort anzusammeln, mufs für den Augenblick unerörtert bleiben.

Ich unterlasse es auch, die Messungen hier mitzutheilen, die ich bisher über die Gröfse des Raumes ausgeführt, in den hinein der Staub sich bei verschiedenen Pfeifen nicht bewegte, da sich ein Zusammenhang dieser Gröfsen mit der Wellenlänge des Tons bisher nicht ergeben hat. Nur das läfst sich mit Bestimmtheit sagen, dafs, je gröfser die Wellenlänge ist, um so gröfser ist auch die Stelle am Knotenpunkt, in die hinein der Staub nicht bewegt wird.

Als z. B. eine der oben angewandten gedeckten Orgel-

Digitized by Google

pfeifen ihren 5ten Ton gab, war die Länge dieses Raumes etwa 95^{mm}, als dieselbe ihren 7ten Ton gab, war der Raum 25^{mm}; als sie ihren 8ten Ton gab, nur 14^{mm}.

Die bei Pfeifen sehr augenfällige Erscheinung, dafs sich der Staub von beiden Seiten an die Knotenstellen nur heranbewegt, nicht auf dieselben, zeigt sich auch bei dem früheren Apparat zur Erzeugung der Staubwellen. Ist die Länge der Luftsäule gleich $\frac{n}{4}$ der entstehenden Luftwelle, so dafs also die Figur mit den Löchern entsteht, so wandert der Staub beim Neigen des Apparats nach oben oder unten, von der einen oder anderen Seite an die Knotenpunkte heran, ohne jedoch sich auf dieselben zu bewegen. Sehr schön sieht man aber, dafs das Semen Lycopodii sich nicht auf den Knotenpunkten selbst ansammelt, wenn die Länge der Luftsäule $= \frac{n}{2}$ der entstehenden Welle ist und man *sehr wenig* Semen Lycopodii in den Apparat bringt. Alsdann bildet sich nicht, wie früher abgebildet, ein Staubhäufchen auf dem Knotenpunkt, sondern es erscheint eine Anordnung des Staubes, wie sie in Fig. 3 Taf. X gezeichnet. Das Semen Lycopodii hat sich von beiden Seiten in einer scharfen Linie an den Knotenpunkten heranbewegt, zwischen diesen Linien ist jedoch die Stelle staubfrei.

Aufser den Erscheinungen in den Knotenpunkten ist in den Orgelpfeifen besonders die Bewegung der Luft zunächst dem Labium von Interesse. Mit Kieselsäure läfst sich wenigstens Einiges dieser Bewegung erkennen. Bekanntlich hat Fermond[1]), als er eine Pfeife mit Tabaksrauch anblies, beobachtet, dafs dieser sich in einer Spirale in der Pfeife bewegte. Schüttet man in eine gedeckte Pfeife mit Glasrohr etwas Kieselsäure, hält die Pfeife anfangs horizontal und richtet sie dann während des Tönens allmählig auf, so dafs der Kieselsäurestaub nach unten fällt, so bleibt derselbe zum grofsen Theil oberhalb des Labiums in der Pfeife schweben und bewegt sich hier in spiralförmiger Bahn. Man kann

1) Diese Ann. Bd. LXII. S. 576 u. 580.

Digitized by Google

oft zwei, auch mehr Umgänge der Spirale erkennen. Nach oben hin erweitern sich die Umgänge derselben. Der Sinn, in welchem die Spirale gewunden ist, hängt ab von der Beschaffenheit des Labiums. Entfernt man während des Tönens den die Pfeife oben deckenden Kork, so zieht sich die Spirale bedeutend in der Pfeife in die Höhe. In den oberen Theilen des Pfeifenrohrs ist aber weder bei offenen, noch bei gedeckten Pfeifen von Spiralbewegung Etwas zu erkennen. Diese Erscheinungen bedürfen noch einer genaueren Untersuchung.

Was übrigens die Bewegung in den vom Labium entfernten Theilen der Pfeife anlangt, so zeigt schon der Umstand, dafs dort die Schichten von Kieselsäure ganz regelmäfsig sind und als ebene Flächen durch den Querschnitt gehen, dafs die Bewegung dort im ganzen Querschnitt eine ziemlich gleichmäfsige seyn mufs. —

Ich habe es oft versucht, die Abstände dieser Querrippungen von einander zu messen, und oft sind auch wirklich in einer Halbwelle die Abstände der einzelnen Schichten von einander sehr nahe gleich, aber sobald man etwas mehr, etwas weniger Kieselsäure in die Pfeife schüttet, so oft der Staub anders in derselben vertheilt ist, so oft ändern sich die Abstände und Anordnungen der Schichten. Nur ein Umstand ist bemerkenswerth: Wenn eine Pfeife so angeblasen wird, dafs sie neben dem Grundtone auch noch die Octave schwach angiebt, so zeigen sich in der Mitte zwischen den gröfseren Schichten, die offenbar durch den Grundton hervorgebracht werden, kleinere Schichten, die anscheinend der Octave zugehören. [1])

Da ich durch Messungen also keinen Aufschlufs über die Natur und Entstehung der Schichten erhalten konnte,

1) Alle bisher angegebenen Versuche wurden mit runden Pfeifen angestellt, ich habe dieselben zum Theil mit Pfeifen von quadratischem Querschnitt wiederholt. Die Erscheinungen waren den obigen sehr ähnlich. Genauere Vergleichungen werden mir erst mit geeigneten quadratischen Pfeifen, die ich mir zu dem Ende anfertigen lasse, möglich seyn.

Digitized by Google

so suchte ich sie mit anderen verschiedenen Körpern darzustellen, um dadurch vielleicht neue Gesichtspunkte zu gewinnen. Besonders kam es mir darauf an, eine noch leicht beweglichere Materie als die Kieselsäure anzuwenden, die doch andererseits möglichst gleichmäfsig, wenigstens an einem Orte der Pfeife beharre. Als solcher Körper schien mir eine leuchtende Gasflamme geeignet und ich versuchte demgemäfs innerhalb einer aufrechtstehenden Orgelpfeife eine Gasflamme anzubringen. Um die Bewegungen der Luft einer tönenden Pfeife sichtbar zu machen, hat bekanntlich König schon die Gasflammen angewandt. Sie dienen ihm jedoch nur dazu, die Oscillationen des Tons der Pfeife im rotirenden Spiegel sichtbar zu machen und durch die Flammen die Stellen der Knotenpunkte nachzuweisen. Mein Zweck war, durch die Flamme die kleinen, in den Schichten der Pulver sich kundgebenden Bewegungen der Luft zu studiren und ich brachte daher nicht, wie König, die Flammen aufserhalb der Pfeife an, sondern führte Flammen direckt in die Pfeife ein. Die Resultate waren folgende:

Bringt man eine Gafsflamme auf irgend eine Weise in eine vertical stehende Pfeife, läfst dieselbe etwa 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll hoch brennen und die Pfeife tönen, so zeigt die Flamme während des Tönens die in Fig. 4 Taf. X gezeichnete Form.

Man erkennt in der Figur bereits deutlich eine schichtenweise Abtheilung der Flamme. Bringt man dieselbe alsdann aus der Mitte der Pfeife mehr an die Wandungen derselben, so tritt die Schichtung noch viel klarer hervor. Die Flamme theilt sich vollständig in über einander liegende helle und dunkle Schichten, wenn sie die Wandungen des Pfeifenrohres direckt berührte. Um die Flamme bequem an jede Stelle der Pfeife bringen zu können und das Springen des gläsernen Pfeifenrohrs zu verhüten, habe ich dieselbe folgender Mafsen eingerichtet.

Auf den untern hölzernen Theil *aa* der Pfeife (Taf. X, Fig. 5), der etwa 50^{mm} im Durchmesser hat, ist ein etwa 430^{mm} langes starkes Glasrohr *bb* gesetzt. Die Hälfte der inne-

ren Wandung dieses Glasrohres ist der ganzen Länge nach mit einem rund gebogenen dünnen Messingblech *cc*, bedeckt, das oben und unten durch kreisrunde angeniethete Blechstreifen, die etwas federn, an die Glaswand angedrückt wird. Bringt man eine Flamme dicht an dies Blech oder läfst sie direckt gegen dasselbe brennen, so springt die Glasröhre nicht, da das Blech das Glas nicht vollkommen berührt.

Oben auf das Rohr *bb* ist ein Ring von Messing *d* aufgesetzt, der mit einem kleinen vorstehenden Rand auf den Rand des Glasrohrs pafst und mit kleinen Federn, die innerhalb desselben angebracht sind, auf dem Glasrohr festgehalten ist.

Oben an der innern Seite dieses Ringes ist eine kleine Hülse *e* angelöthet. Durch diese geht mit Friction ein dünnes Gasleitungsrohr *ff'*. Bei *f* ist der Schlauch, der das Gas zuführt, angebracht, bei *f'* ist das Kniestück *g* auf das Rohr gesetzt und auf dieses ist mit einem Kautschuckröhrchen die eigentliche Brennspitze *h* aufgesetzt. Diese Spitze ist aus Glas gefertigt und in der in der Figur gezeichneten Weise gebogen. Auf die Beschaffenheit dieser Spitze kommt sehr viel an, und habe ich daher die Form derselben noch besonders in Fig. 6 gezeichnet. Man kann sich sehr leicht eine Anzahl solcher Spitzen aus Glasrohr verfertigen und dann die passendste aussuchen. Die ganze Pfeife ist der Bequemlichkeit wegen von einem Stativ gehalten. Indem man nun das Rohr *ff'* in der Hülse *e* bewegen, ferner den ganzen Ring *d* drehen und endlich noch das Kniestück *g* drehen kann, ist man im Stande die Flamme an jede beliebige Stelle der Pfeife zu bringen. Stellt man sie an irgend einer Stelle so ein, dafs, wie es in der Figur gezeichnet, die etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll hohe Flamme direct gegen das Blech *cc* brennt, bläst dann die Pfeife durch den Schlauch *h* mit dem Munde oder mit einem Blasetisch an, so wird man die Schichtung der Flamme sehr deutlich sehen. Fig. 7*a* giebt ein Bild ihrer Erscheinung. Ist die Flamme richtig eingestellt und die Gröfse derselben passend abgeglichen, so kann man es erreichen, dafs die dunk-

leren Stellen zwischen zwei hellen Schichten in der That beinahe vollständig schwarz erscheinen und die hellen Schichten ganz isolirt von einander, eine über der andern, stehen. Eine genauere Untersuchung des Verhaltens der Schichten hat folgendes ergeben:

a) Die übereinander liegenden hellen Schichten der Flamme stehen, so lange der Ton anhält, vollkommen still; man erhält die Schichten in jeder Höhe der Pfeife, sowohl in Knotenpunkten, wie zwischen denselben, nur zunächst dem Labium werden sie unregelmäfsig, undeutlich und zeigen sich zuweilen dort gar nicht.

b) Der Abstand der einzelnen Schichten unter einander ist ziemlich gleich, im obern Theil der Flamme liegen sie etwas enger als im untern und in der Mitte. Giebt man bei ein und derselben Pfeife den Grundton und dann die Octave an, so sind die Schichten bei der Octave etwa halb so grofs als beim Grundton. Bei Pfeifen von verschiedener Länge nimmt der Abstand der hellen Schichten von einander mit der Länge der Pfeifen zu. Genaue Messungen anzustellen ist nicht leicht, das Gesagte erhellt aber aus folgenden Zahlen, die die Mittel einer Reihe von Bestimmungen sind.

Länge der Pfeife.	Abstand der hellen Schichten von einander.
1) 385^{mm}	5^{mm}
2) 595^{mm}	8^{mm}
3) 800^{mm}	11^{mm}

Daraus ergiebt sich die Zahl der Schichten für die ganzen Pfeifenlängen

im ersten Fall . . . = 77,5
im zweiten - . . . = 71,7
im dritten - . . . = 68,4

Die Gröfse der Schichten hängt übrigens in einer Pfeife und an einer und derselben Stelle etwas von der Gröfse der Flamme ab.

c) Beobachtet man, während die Pfeife tönt, die ge-

Digitized by Google

schichtete Flamme in einem rotirenden Spiegel, so sieht man, ebenso wie bei der chemischen Harmonika und wie bei den von König an Orgelpfeifen angebrachten Flammen ein Alterniren der ganzen geschichteten Flamme. Während man jedoch in jenen Fällen eine Anzahl neben einander liegender, etwas nach der Richtung der Drehung schief gezogener Flammenbilder sieht, ist hier die Erscheinung eine etwas andere. Stellt Fig. 7 *a* die geschichtete Flamme dar, so sieht man im rotirenden Spiegel die Flammenbilder *b*, *c*, *d* u. s. w.

Aus dem Alterniren der Erscheinung und der eigenthümlichen treppenartigen Form der einzelnen Bilder ergiebt sich, dafs einmal die Flamme abwechselnd erlischt und in die Höhe brennt, wobei diefs in die Höhebrennen in der Art vor sich geht, dafs die Flamme durch die dunklen Stellen $\alpha\alpha'$ aufserordentlich schnell geht, so dafs die Intensität derselben hier gar nicht vom Auge wahrgenommen wird. Man könnte meinen, es trete auf dieser Strecke durch einen stärkeren Zug eine Verbrennung des Kohlenstoffs ein, so dafs die Flamme an dieser Stelle überhaupt weniger leuchtet. Ist die Spitze der Flamme aber nach α' gekommen, so bleibt sie hier, wie man aus dem Bilde *b* sieht, bei β' eine Zeit lang in gleicher Höhe: es mufs also ein Gegendruck gegen dieselbe vorhanden sein, der das schnelle in die Höhebrennen für einen Augenblick hindert; dabei könnte vielleicht eine weniger vollständige Verbrennung eintreten und die Flamme in Folge dessen intensiver leuchten. Diefs wiederholt sich so lange, bis eine halbe Oscillation des Tones der Pfeife beendet, indem alsdann durch die eintretende Verdichtung oder den Druck der bewegten Lufttheilchen die Flamme plötzlich fast ganz erlischt.

Der Raum $\beta\beta'$ ist aber in dem Spiegelbild ziemlich hell leuchtend und diefs zeigt, dafs die dunklen Stellen der geschichteten Flamme doch nicht allein dadurch entstehen, dafs durch stärkeren Zug eine sehr vollständige Verbrennung eintritt, sondern dafs nur das in die Höhebrennen der Flamme hier so schnell geschieht, dafs der Lichteindruck

Digitized by Go

auf unser Auge gegenüber den länger leuchtenden Stellen $\beta'\beta''$ verschwindet.

d) Statt mit dem rotirenden Spiegel kann man die geschichtete Flamme auch mit einer rotirenden Scheibe, in der einige enge Schlitze eingeschnitten sind, beobachten. Man sieht dann bei dieser momentanen Beobachtung die Flamme in den verschiedenen Stadien des in die Höhe Brennens, und der Erfolg ist, dafs die hellen Schichten nicht ruhen, sondern auf und ab hüpfen.

Mit der rotirenden Scheibe und mit dem rotirenden Spiegel kann man sich auch noch überzeugen, dafs in der Nähe des Labiums, wo man die Schichten nur sehr undeutlich und oft gar nicht beobachtet, dieselben doch vorhanden sind. Dadurch dafs sie aber hier, wo, wie schon oben gesagt, die Bewegung der Luft eine sehr unregelmäfsige ist, immerwährend ihren Ort wechseln, entziehen sie sich dem bloſsen Auge.

e) Man erhält die Flammenschichten nicht bloſs in Orgelpfeifen, sondern auch in Luftsäulen, die auf andere Weise ins Tönen gebracht sind. In einem Glasrohr, in dem die Luft durch eine kleine aufschlagende Zunge ertönte, zeigten sich die Schichten sehr gut, ebenso in der chemischen Harmonika. Ich werde überdiefs in einem im nächsten Heft dieser Annalen erscheinenden Aufsatz einige Arten der Erzeugung von Tönen mittheilen, bei denen sich die Flammenschichten sehr schön zeigen.

Dafs die Schichten in der Flamme den Rippungen des Sandes und der Kieselsäure analog sind, dafs beide Erscheinungen auf denselben oder wenigstens sehr ähnlichen Ursachen beruhen müssen, kann nicht bezweifelt werden. Gelingt es, eine Erklärung der Schichten der Flamme zu gewinnen, bei welcher die Erscheinung regelmäfsig ist und genauer untersucht werden kann, so mufs damit auch wenigstens ein Theil der Erklärung der Rippungen des Staubes gegeben sein.

Die Ansicht aber, die ich mir aus den mitgetheilten Ver-

Digitized by

suchen über die Entstehung der Flammenschichten gebildet habe, ist folgende: Wenn eine Luftsäule einen bestimmten Ton giebt, so ist im Allgemeinen die Bewegung eines Lufttheilchens nicht eine einfach pendelnde, dieselbe ist vielmehr eine sehr complicirte, da fast immer neben dem Hauptton noch eine ganze Menge Obertöne vorhanden sind. Gesetzt alle die diesen Tönen zugehörigen Oscillationen gingen zu gleicher Zeit durch, ihre Gleichgewichtslage und die Wellenlängen und Amplituden derselben wären gegeben, so könnte man sich die Bewegung eines einzelnen Lufttheilchens — seine Schwingungsform — construiren. Sind eine ganze Menge Obertöne von nicht allzu geringer Intensität vorhanden, so stellt die Schwingungsform, in bekannter Weise geometrisch construirt, eine grofse Welle dar, auf der sich eine Anzahl kleiner sekundärer Wellen befinden. Diese secundären Wellen können sich auf der ganzen Hauptwelle befinden oder es kann der aufsteigende Theil der Welle eine gerade Linie bilden und sämmtliche kleinen Ein- und Ausbiegungen nur auf dem abwärts gehenden Theil vorhanden sein, darauf kommt es jedoch hier nicht an.

Wenn nun eine solche Wellenbewegung in einer Pfeife auf eine Flamme innerhalb derselben wirkt, so ist klar, dafs die Hauptwelle, als Ganzes betrachtet, die Flamme wird erlöschen und in die Höhe brennen lassen, je nachdem die Bewegung der Luft von oben nach unten oder von unten nach oben gerichtet ist, oder je nachdem Verdichtung oder Verdünnung stattfindet. Aufserdem werden aber auch die secundären Wellen die Flammen bewegen, und wenn für eine Zeit lang das Erlöschen durch die Hauptwelle aufhörte, so würden sie die Flamme in stehende Schwingungen versetzen müssen, ebenso wie eine Luftsäule durch die Oscillationen einer longitudinal tönenden Röhre in stehende Schwingungen geräth. In der Flamme müfsten sich Knotenpunkte bilden und an diesen würde sich der leuchtende Kohlenstoff anhäufen, ebenso wie der Staub in den tönenden Luftsäulen. Der Abstand der Knotenpunkte von einander wäre

Digitized by Google

bedingt durch die Oscillationsdauer der kleinen Wellen und durch die Schallgeschwindigkeit in der Flamme.

Dadurch aber, dafs die ganze Flamme durch die Hauptwelle abwechselnd erlischt, kann nur die Hälfte dieser Bewegungen zu Stande kommen. Nur während die Flamme in die Höhe brennt, wirken auch zugleich die kleinen Wellen und zwar, wenn die Bewegung in den kleinen Wellen nach oben gerichtet ist oder eine Verdünnung stattfindet, brennt die Flamme schnell in die Höhe, wir sehen eine dunkle Stelle; wenn die Bewegung in den kleinen Wellen von oben nach unten gerichtet ist oder eine Verdichtung stattfindet, kann die Spitze der Flamme für einen Moment nicht höher brennen, sie steht still, der glühende Kohlenstoff sammelt sich an und wir sehen eine helle Schicht.

Die geschichtete Flamme giebt uns also gewissermafsen ein Bild der Klangfarbe der Pfeife und kennten wir die Schallgeschwindigkeit in der Flamme, so würden wir den Abstand zweier Schichten auf die Luft reduciren können, und danach die Schwingungsform der Luft in der Pfeife, wenigstens zur Hälfte, construiren können. Dafs die Schichten durch die Schwingungsform der Luft in den Pfeifen bedingt sind, dafür spricht auch der Umstand, dafs der Abstand derselben nahezu den Pfeifenlängen proportional ist, und bei der Octave die Hälfte von demjenigen beim Grundton ist. Die Schwingungsform ist bei verschieden langen Pfeifen von gleicher Bauart dieselbe, nur die sämmtlichen Obertöne haben im Verhältnifs zu der Pfeife an Wellenlänge zugenommen, daher auch die secundären Wellen auf der Hauptwelle, und mithin müssen auch die Schichten eben so an Gröfse zunehmen.

Eigenthümlich ist es, dafs die Schichten so sehr viel deutlicher an den Wandungen der Pfeife als in der Mitte derselben sich zeigen. Es wäre indefs wohl möglich, dafs an den Wänden die Schwingungsform der Luft zusammengesetzter, oder wenigstens die Amplituden der Obertöne dort gröfser wären als in der Mitte.

Digitized by G

Dafs die gegebene Erklärung der Flammenschichten sich wenigstens im Wesentlichen bei weiteren Untersuchungen bewähren wird, glaube ich, für die Querschichten von Kieselsäure und Sand bietet die Anwendung derselben aber manche Schwierigkeit. Vor Allem ist schwer einzusehen, wie nach derselben die Abstände zwischen den einzelnen Rippungen so variabel sein können, und wie diese Abstände von der Menge des vorhandenen Staubes abhängen können.

Erst mannigfach angestellte Versuche und eingehende theoretische Betrachtungen werden über die Rippungen und über die andern eigenthümlichen Bewegungszustände tönender Luftsäulen, wie sie sich in den feinen Pulvern und in den Flammen aufzeichnen, Aufschlufs geben können.

Das Ergebnifs der bisher angestellten Beobachtungen läfst sich folgendermafsen zusammenstellen.

1) Ebenso wie Semen Lycopodii in den Luftsäulen, die durch longitudinal tönende Stäbe in stehende Schwingung versetzt sind, Staubfiguren bildet, bildet feine Kieselsäure in horizontalen Orgelpfeifen, gedeckten oder offenen, Figuren, die die Knotenpunkte der Pfeifen deutlich erkennen lassen.

2) Zwischen zwei Knotenpunkten bildet während des Tönens die Kieselsäure dünne Querwände, die bei geneigter Pfeife zu den Knotenpunkten wandern.

3) An den Knotenpunkten selbst bleibt eine Stelle von bestimmter Gröfse immer frei vom Staub, und selbst bei geneigter Pfeife wandern die Rippungen nicht in diesen Raum hinein, sondern nur an denselben heran. Die Gröfse dieses Raumes, in den hinein sich der Staub nicht bewegt, nimmt mit der Wellenlänge des Tones im Allgemeinen zu.

4) Aus den in einer Pfeife gebildeten Figuren von Kieselsäure kann man die Wellenlänge des angeblasenen Tones bestimmen. Die Figuren werden sich daher besonders eignen für eine Aufsuchung der Knotenpunkte bei Pfeifen mit verschiedener Art des Anblasens und mit Röhren von verschiedenem Querschnitt und mit Seitenöffnungen.

5) Mit Kieselsäure läfst sich die, von Fermond zuerst

Digitized by Google

beobachtete Spiralbewegung der Luft in Pfeifen in der Nähe des Labiums beobachten; in offenen Pfeifen erstreckt sich die durch Kieselsäure sichtbare Spiralbewegung weiter in das Rohr der Pfeife hinein, als bei gedeckten.

6) Eine in eine Orgelpfeife auf geeignete Art eingeführte leuchtende Gasflamme zeigt ebenso wie der Staub eine Schichtung. Die Gröfse der hellen und dunklen Schichten ist bei verschieden langen Pfeifen nahezu proportional der Länge der Pfeifen.

7) Die Schichtung der Flamme ist wahrscheinlich bedingt durch die aus der Gesammtheit der Obertöne resultirende Schwingungsform der tönenden Luftsäule. *)

*) Siehe die Note am Schlufs des Hefts.

II. *Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke.*

(Fortsetzung von Bd. 127, S. 1—29 und S. 199—237.)

III. Ueber die elliptische Polarisation des Lichtes bei gewöhnlicher Reflexion.

26.

Schon Brewster [1]) hat darauf aufmerksam gemacht, dafs das Licht durch Reflexion unter dem sogenannten Polarisationswinkel nicht vollständig polarisirt wird. Diese unvollständige Polarisation des Lichtes ist besonders bei stark brechenden Substanzen zu bemerken. Brewster sieht jedoch den Grund nicht sowohl in der stärkeren Brechung als in der stärkeren Zerstreuung (Dispersion) des Lichtes. Biot [2]) schlofs aus Versuchen von Arago über das Auftreten oder Ausbleiben von Farben, wenn Licht unter einem Winkel reflectirt wurde, der nahezu gleich dem Pola-

1) *Phil. trans.* 1815 *p.* 125 *sqq. Abr. I, p.* 15.
2) Biot, *traité de physique IV, p.* 292, 1816.

Digitized by Google

risationswinkel war, dafs die Erscheinungen in einer besonderen Art Polarisation ihren Grund hätten, wie sie allgemein bei Metall-Oberflächen aufträte. Arago [1]) selbst war der Ansicht von Brewster. Aug. Seebeck [2]) spricht keine bestimmte Meinung aus, da seine Versuche die unvollkommene Polarisation des vom Diamant und der Zinkblende unter dem Polarisationswinkel reflectirten Lichtes nachwiesen, und bei der letzteren die Polarisation besonders unvollkommen war, obwohl der Brechungsexponent kleiner als der des Diamants ist.

Zwei Jahre später schlofs Airy [3]) aus den Erscheinungen, welche Newton'sche Farbenringe in der Luftschicht zwischen einer Glaslinse und einer Diamantfläche zeigten, dafs das vom Diamant nahezu unter dem Polarisationswinkel reflectirte Licht elliptisch polarisirt ist, dafs in der Nähe dieses sogenannten Polarisationswinkels (für welchen reflectirter und gebrochener Strahl auf einander senkrecht stehen) für senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Strahlen sich die Phase der reflectirten Strahlen um eine Gröfse ändert, die mit wachsendem Einfallswinkel von o bis nahezu π abnimmt. Er spricht gleichzeitig die Ansicht aus, dafs auch bei der Reflexion an Glasflächen eine ähnliche allmählige Aenderung der Phase in der Nähe des Polarisationswinkels stattfände. Die Reflexion an der Oberfläche des Diamants hätte Aehnlichkeit mit der metallischen Reflexion, jedoch träte die Verzögerung der Phase beim Diamant ein, wenn sich der Einfallswinkel um 3 oder 4 Grade änderte, geschähe also mit wachsendem Einfallswinkel später und schneller als bei den Metallen.

Diese Airy'schen Ansichten bestätigten sich vollkom-

1) Arago's Werke, deutsch von Hankel, VII, S. 264 aus der *Encyclopaedia britannica XVIII*, 1824.

2) A. Seebeck, *Observationes de corporum lucem simpliciter refringentium angulis polarisationis. Diss. Berolini*, 1830, *p.* 46; auch angedeutet Pogg. Ann. Bd. 20, 1830, S. 35.

3) *Phil. Mag.* (3), 1833. *I. p.* 25—29; auch Pogg. Ann. Bd. 28, 1833, S. 83 sqq.

Digitized by Google

men, als im Jahre 1850 Jamin[1]) zeigte, dafs nicht blofs beim Diamant, sondern auch bei der Blende, durchsichtigem Schwefelarsenik, Flintglafs, Crownglafs, Fluorin und einer grofsen Reihe anderer Körper ganz allgemein durch Reflexion an der Oberfläche dieser Körper die Phase des Lichtes senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirt in verschiedener Weise geändert wird. Diese Thatsache läfst sich auch so ausdrücken: linear polarisirtes Licht wird durch Reflexion an der Oberfläche eines Körpers im Allgemeinen in elliptisch polarisirtes Licht verwandelt. In der Nähe des sogenannten Polarisationswinkels ist aber für Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt die Amplitude oder Lichtintensität des reflectirten Lichtes nur sehr klein, im Vergleich mit der Amplitude der Lichtintensität des einfallenden Lichtes. Man mufste daher intensives Lampenlicht oder Sonnenlicht anwenden, um die Erscheinung deutlich wahrzunehmen.

Fiel Licht nahezu im Azimuth 90° (senkrecht zur Einfallsebene) polarisirt auf eine reflectirende Fläche und nach der Reflexion durch eine Gypsplatte (vergl. §. 13.) auf ein analysirendes Nicol'sches Prisma, so änderte sich die Farbe der Gypsplatte in derselben Weise mit dem Reflexionswinkel, wie bei der Reflexion von einer Metallfläche.

Jamin untersuchte die Erscheinung näher mit dem von ihm modificirten Babinet'schen Compensator in einer Weise, die der oben (§. 14—16) beschriebenen sehr ähnlich war. Er zeigte, dafs der Phasenunterschied der beiden Strahlencomponenten $\perp$ und $\parallel$ zur Einfallsebene polarisirt, in welche man das auffallende im Azimuth α linear polarisirte Lichtbündel zerlegen kann, sich um π ändert, wenn der Einfallswinkel von 0° bis 90° wächst; dafs für den sogenannten Polarisationswinkel, den er Haupt-Einfallswinkel nennt, der Phasenunterschied sich um $\frac{\pi}{2}$ geändert hat, und dafs für diesen Haupt-Einfallswinkel das Verhältnifs der

1) *Ann. d. chim.* 1850, *t.* 29, *p.* 263 *sqq.*

Digitized by Google

Amplituden des Lichtes ⊥ und ∓ zur Einfallsebene polarisirt ein Minimum ist.

Gleichzeitig zeigte sich, dafs die Strahlencomponente ∓ der Einfallsebene polarisirt gegen die andere Strahlencomponente ⊥ zur Einfallsebene polarisirt für *eine* Klasse von Substanzen beschleunigt, für eine 2te Klasse von Substanzen dagegen verzögert ist. Jamin theilt darnach die Körper in 2 Klassen mit *positiver* und *negativer* Reflexion. Zu der ersten Klasse gehören aufser den Metallen im Allgemeinen alle Körper mit einem Brechungsexponenten $> 1{,}46$, zu der 2ten Klasse die Körper mit einem Brechungsexponenten $< 1{,}46$. Je gröfser der Brechungsexponent einer Substanz, um so langsamer scheint sich in der Nähe des Haupt-Einfallswinkels mit wachsendem Einfallswinkel der Phasenunterschied der beiden Strahlencomponenten zu ändern. Einige wenige sogenannte *neutrale* Substanzen (Alaun und Menilit) sind so beschaffen, dafs bei ihnen die Aenderung des Phasenunterschiedes plötzlich vor sich zu gehen scheint, und dafs sich deshalb nicht feststellen läfst ob die Componente ∓ der Einfallsebene polarisirt gegen die ⊥ zur Einfallsebene polarisirte Componente beschleunigt oder verzögert ist.

In einem späteren Aufsatz wies Jamin[1]) die Eigenschaften des von festen Körpern reflectirten Lichtes auch bei dem von Flüssigkeiten reflectirten Lichte nach, und suchte dadurch zu zeigen, dafs nicht etwa in einer Ungleichartigkeit der Substanz des reflectirenden Körpers die elliptische Polarisation des reflectirten Lichtes ihren Grund habe.

Später hat Kurz[2]) bei der Reflexion von Flintglas mit derselben Untersuchungs-Methode wie Jamin ähnliche Resultate wie dieser erhalten.

Aufser den angeführten Versuchen sind noch die Erscheinungen zu erwähnen, welche Jamin[3]) an den Newton'schen Farbenringen zwischen der ebenen und convexen

1) *Ann. d. chim.* (3), *t.* 31, 1851, *p.* 165.
2) Pogg. Ann. Bd. 108, 1859, S. 588.
3) *Ann. d. chim.* (3), *t.* 36, 1852, *p.* 158.

Digitized by Google

Hypotenusenfläche zweier Flintglas-Prismen bei gewöhnlicher Reflexion oder Brechung beobachtet hat. Diese Versuche hängen jedoch mehr indirect mit der eben erwähnten elliptischen Polarisation des Lichtes durch Reflexion zusammen, und werde ich auf dieselben noch weiter unten zurückkommen.

27.

Jamin hat die Resultate seiner Versuche mit der Cauchy'schen Theorie [1]) der Reflexion des Lichtes verglichen, welche die optischen Eigenschaften einer Substanz aufser durch den Brechungsexponenten noch durch eine andere Gröfse den sogenannten Ellipticitäts-Coëfficienten bestimmt. Jamin hält dabei die Uebereinstimmung der Theorie mit den Versuchen, und damit die Richtigkeit der ersteren für erwiesen. Wiewohl ich nun glaube, dafs sehr Viele ihm hierin beistimmen werden, so halte ich selbst die Cauchy'sche Theorie dadurch noch nicht für bewiesen.

Einmal besitzt die von Jamin angewandte Methode, wie ich das schon früher (§. 14 und 15) auseinandergesetzt habe, trotz ihrer Vorzüge grofse Mängel. Vor allen Dingen ist es nicht möglich die Einfallswinkel genauer, als bis auf 10', im günstigsten Falle bis auf 5' genau zu bestimmen.

Ferner haben aber auch die Versuche von Jamin [2]) selbst in einem meiner Ansicht nach sehr wichtigen Punkte die Cauchy'sche Theorie nicht bestätigt, was jedoch unbeachtet geblieben zu seyn scheint. Aus den Beobachtungen über die Reflexion des Lichtes an der Gränze von Luft und Glas oder von Luft und einer Flüssigkeit läfst sich der Ellipticitätscoëfficient dieser Substanzen gegen Luft berechnen, und daraus durch Subtraction der Ellipticitätscoëfficient für die Gränze des Glases und der Flüssigkeit. Der berechnete Werth stimmt aber durchaus nicht mit demjenigen, der sich aus den directen Beobachtungen der Reflexion des

1) *Compt. rend.* IX, 1839, *p.* 729. — *Ann. d. chim.* (3), *t.* 29, 1850, *p.* 286 *sqq.*

2) *Ann. d. chim.* (3), *t.* 31, 1851, *p.* 182.

Digitized by Go

Lichtes an der Gränze von Glas und Flüssigkeit ergiebt. Jamin sucht diesen Mangel an Uebereinstimmung in einer »Complication, die die Cauchy'sche Theorie nicht hätte vorhersehen können.«

Aufserdem ist zu berücksichtigen, dafs, wie Kurz [1]) gezeigt hat, die von Green aufgestellte Theorie zu Ausdrücken führt, die den Erscheinungen sich wo möglich noch besser anpassen, als die Cauchy'schen Formeln, und es ist sehr wahrscheinlich, dafs andere Theorien sich werden aufstellen lassen, die ebenfalls mit den Beobachtungsresultaten auf befriedigende Weise übereinstimmen. Die bis jetzt benutzten Beobachtungs-Methoden genügen aber nicht, um für die eine oder die andere dieser Theorien zu entscheiden.

Alles diefs hat mich bewogen, zunächst um mir ein selbstständiges Urtheil über die Erscheinungen zu bilden, die Untersuchungen von Jamin wieder aufzunehmen und zu versuchen, theilweise mit denselben, theilweise mit neuen Beobachtungs-Methoden eine nähere Einsicht in den Vorgang der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Gränze zweier Medien zu gewinnen.

Um eine Uebersicht der Erscheinungen zu erhalten, ist der von Jamin benutzte Babinet'sche Compensator sehr geeignet. Bei Anwendung desselben in der (§. 14—16) beschriebenen Weise bin ich jedoch trotz vieler Bemühungen nicht im Stande gewesen, denselben Grad von Genauigkeit, wie meine Vorgänger zu erreichen, ohne dafs ich einen besonderen Grund dafür anzugeben wüfste. Ich habe ältere und frisch polirte Flächen benutzt, theilweise Gläser, die Hr. Steinheil in München in gewohnter ausgezeichneter Vollkommenheit hergestellt hatte. Freilich habe ich nur durch Reiben mit einem reinen leinenen Tuche, Erwärmen und Abwaschen mit Terpenthinöl, Alkohol und Wasser die Flächen zu reinigen gesucht, da ich, durch die Erfahrung belehrt, fürchtete, mit anderen Mitteln, wie etwa Säuren, die Vollkommenheit der Flächen zu verderben. Auch verhindern die schon früher von mir (§. 16) erwähnten Ober-

1) Pogg. Ann. Bd. 108, 1859, S. 594.

Digitized by Google

flächen Aenderungen, die sich in freier Luft nie vermeiden lassen, genauere Messungen, da sich bei längeren Versuchsreihen schwer feststellen läfst, ob die beobachteten kleinen Unterschiede der Messungen durch Beobachtungsfehler oder eine Aenderung der Oberfläche hervorgerufen worden sind.

Es schien mir dieser Aenderungen wegen daher zunächst nothwendig für dieselbe Gränzfläche die Reflexion in dem einen und in dem andern Medium mit einander zu vergleichen.

Die angewandte Beobachtungsmethode bestimmt durch die am Babinet'schen Compensator abgelesenen Schraubengänge den Phasenunterschied der beiden Componenten $\shortparallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt in Bruchtheilen von π, läfst aber positive oder negative ganze Vielfache dieser Gröfse unberücksichtigt. Man mufs also durch besondere Betrachtungen diese ganzen Vielfachen festzustellen suchen. Jamin [1]) nahm früher mit Cauchy an, dafs für senkrecht auffallende Strahlen ($J = 0°$) die beiden Strahlencomponenten einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ hätten. Beer [2]), und wie es scheint auch der Berichterstatter in den Fortschritten der Physik für 1851 stimmen dem bei. Diese Ansicht, welche übrigens Jamin [3]) selbst später aufgegeben hat, während sie Cauchy [4]) beibehalten zu haben scheint, ist aber entschieden unrichtig, denn für senkrechten Einfall ist die Lage der Einfallsebene vollkommen unbestimmt und es müssen sich $\shortparallel$ und $\perp$ der Einfallsebene polarisirte Strahlen vollkommen gleich verhalten.

Man hat also für $J = 0$ den Phasenunterschied $\frac{\delta}{\lambda} 2\pi$ der beiden Strahlencomponenten ebenfalls $= 0$ zu setzen.

Natürlich ist es eine ganz andere Frage, wie und ob überhaupt durch Reflexion die Phase jeder einzelnen Strahlencomponente geändert wird. Das läfst sich durch den

1) *Ann. d. chim. et d. phys. t.* 29, 1850, *p.* 276.
2) Beer, Einleitung in die höhere Optik 1853, S. 138.
3) *Ann. d. chim. et d. phys. t.* 36, 1852, *p.* 165.
4) *Compt. rend.* 28, 1849, *p.* 124.

Digitized by Google

Babinet'schen Compensator nie entscheiden. Man kann, wenn eine solche Phasenänderung bei der Reflexion eintritt, aus dem eben angeführten Grunde nur sagen, dafs sie bei senkrechtem Einfall dieselbe seyn mufs für Licht ∓ und ⊥ zur Einfallsebene polarisirt.

Der durch den Babinet'schen Compensator gemessene Phasenunterschied kann nun positiv oder negativ seyn, wie diefs schon §. 16 angedeutet wurde. Bei der oben (§. 14—16) beschriebenen Anordnung entspricht negativen Revolutionen des Compensators ein positiver Phasenunterschied, es ist die ∓ der Einfallsebene polarisirte Strahlencomponente gegen die ⊥ zur Einfallsebene polarisirte Strahlencomponente voraus, der Körper zeigt sogenannte positive Reflexion, wie die Metalle in Luft, und die meisten von Jamin untersuchten durchsichtigen Substanzen.

In Folge der Jamin'schen Versuche hat Cauchy seine theoretischen Betrachtungen etwas modificirt, und aus dieser modificirten Theorie[1]) ergiebt sich, dafs wenn ein Lichtstrahl an der Gränze zweier durchsichtigen Medien reflectirt wird, er bei der Zurückwerfung in das eine Medium positive, bei der Zurückwerfung in das andere Medium negative Reflexion zeigen mufs. Für correspondirende Einfallswinkel, d. h. solche, deren Sinus sich wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien verhalten, mufs der Phasenunterschied entgegengesetzt und nahezu gleich seyn.

Messende Versuche über diesen aus den Cauchy'schen Formeln folgenden Satz sind, soviel mir bekannt, nicht angestellt worden; auch habe ich denselben nirgends so scharf ausgesprochen gefunden. In einigen Bemerkungen von Jamin ist er implicite enthalten, doch scheint man diese Bemerkungen nicht in ihrer vollen Allgemeinheit verstanden zu haben, wozu wohl die Jamin'sche Eintheilung der Körper in solche mit positiver, negativer und neutraler Reflexion beigetragen hat. Diese Eintheilung, die in al-

1) *Compt. rend.* 1849, *t.* 28, *p.* 124. — *Ann. d. chim. et d. phys. t.* 36, 1852, *p.* 164.

len neueren Aufsätzen und Schriften über diesen Gegenstand beibehalten worden ist, bezieht sich nach dem eben Gesagten jedoch nur auf die Reflexion in Luft. Für die Reflexion an der Gränze von Luft und der betreffenden Substanz in die letztere zurück ist die Reflexion die umgekehrte, wie die Jamin'sche Eintheilung angiebt. So ist z. B., wie ich gleich zeigen werde, für die Gränze von Glas und Luft die Reflexion in Luft positiv, die Reflexion in Glas negativ.

28.

An der Axe des Goniometers, der in der früher §. 14 bis 16 beschriebenen Weise mit zwei Nicol'schen Prismen und Babinet'schem Compensator versehen war, wurde mit Wachs das rechtwinklige Flintglasprisma mit ebener Hypotenusenfläche befestigt, welches zu den oben (§. 16) beschriebenen Versuchen über totale Reflexion gedient hatte.

Die durch das polarisirende Nicol'sche Prisma im Azimuth α polarisirten Sonnenstrahlen fielen unter einem Winkel J auf die Hypotenusenfläche auf. Bei der Reflexion in Luft wurde die Hypotenusenfläche zunächst senkrecht gegen die einfallenden Sonnenstrahlen gestellt und die am Goniometer abgelesene Drehung gab direct den Winkel J. Die an der Hypotenusenfläche reflectirten Strahlen gelangten durch den Babinet'schen Compensator und das analysirende Nicol'sche Prisma ins Auge. Der Compensator wurde um r Schraubengänge und das analysirende Nicol'sche Prisma um den Winkel β gedreht, bis der schwarze Streifen zwischen den Parallelfäden des Compensators erschien. Nennt man wie früher a die Anzahl der Schraubenumdrehungen des Compensators, die den in der Mitte zwischen den Parallelfäden hindurchgehenden Strahlen einen Phasenunterschied $\frac{\pi}{2}$ (entsprechend einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{4}$) ertheilen würde, so ergiebt sich das Verhältnifs k der Amplituden S und P der beiden Strahlen-Compo-

nenten $\perp$ und $\parallel$ zur Einfallsebene polarisirt, sowie der Gangunterschied δ derselben aus den Gll. (vergl. § 15)

$$k = \frac{S}{P} = \frac{\text{tang}\,\beta}{\text{tang}\,\alpha} \quad . \quad (1) \qquad \delta = -\frac{r}{a} \quad . \quad (2).$$

Dabei ist δ in Bruchtheilen einer Viertel-Wellenlänge ausgedrückt, und positiv gerechnet, wenn die $\parallel$ zur Einfallsebene polarisirte Componente gegen die $\perp$ zur Einfallsebene polarisirte Componente voraus ist.

Darauf wurde die Reflexion im Glas an derselben Hypotenusenfläche untersucht, indem das Licht durch das polarisirende Nicol'sche Prisma auf die erste Kathetenfläche des Flintglasprismas unter einem am Goniometer direct gemessenen Winkel i auffiel, mit dem Brechungswinkel i_1 in das Prisma eintrat, unter dem Winkel J_1 auf die Hypotenusenfläche auffiel, und von dieser unter demselben Winkel reflectirt wurde. Der durch die zweite Kathetenfläche des Flintglasprismas austretende Strahl bildete wieder die Winkel i_1 und i mit der Normale dieser zweiten Kathetenfläche, und gelangte durch den Babinet'schen Compensator und das analysirende Nicol'sche Prisma ins Auge.

Der Einfallswinkel J_1 ist dann nach §. 4 durch die Gleichung

$$J_1 = 45^\circ + \text{arc}\left(\sin = \frac{\sin i}{\mu}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

gegeben, indem für das hier benutzte Prisma die Neigung der Katheten- und Hypotenusenfläche 45° war. Der Brechungsexponent μ des Flintglases betrug nach Bestimmungen der Minimal-Ablenkung eines Lichtstrahls von der Farbe der Fraunhofer'schen Linien D durch das Prisma von 45° brechendem Winkel 1,6160.

Das Verhältniſs der Amplituden k_1 und der Phasenunterschied δ_1 der beiden Strahlencomponenten $\perp$ und $\parallel$ der Einfallsebene polarisirt, sind nach §. 16 durch die Gll. bestimmt

$$k_1 = \frac{S}{P} = \frac{\text{tg}\,\beta}{\text{tg}\,\alpha}\cos^2(i - i_1) \quad (4) \qquad \delta_1 = -\frac{r}{a} \quad (5),$$

Digitized by Google

wo wie früher β und r am analysirenden Nicol'schen Prisma und am Babinet'schen Compensator beobachtet werden.

Der Einfluſs der Brechung durch die Kathetenflächen auf den Werth des Phasenunterschiedes ist unmerklich, wie aus weiter unten (§. 36) beschriebenen Versuchen hervorgeht.

Die folgenden Tabellen XX*a* und XX*b* enthalten die Beobachtungen für die erwähnten beiden Fälle, wenn die Reflexion in Luft oder in Glas stattfand. Die Bezeichnung ist dieselbe wie früher.

Neben den beobachteten Werthen von δ und k sind zugleich die Werthe angegeben, welche für Reflexion in Luft aus den Gleichungen

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{\lambda}2\pi = \varepsilon \,.\, \sin J \,.\, \operatorname{tg}(J + J_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$k^2 = \frac{\cos^2(J+J_1)}{\cos^2(J-J_1)}\left(1+\varepsilon^2 \sin^2 J \,.\, \operatorname{tg}^2(J+J_1)\right) \quad (7).$$

Für Reflexion in Glas aus den Gleichungen

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{\lambda}2\pi = \varepsilon_1 \,.\, \sin J_1 \,.\, \operatorname{tg}(J + J_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$k_1^2 = \frac{\cos^2(J+J_1)}{\cos^2(J-J_1)}\left(1+\varepsilon_1^2 \sin^2 J_1 \,.\, \operatorname{tg}^2(J+J_1)\right) \quad (9)$$

folgen, wo

$$\sin J = n \sin J_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

n bedeutet den Brechungsexponenten für den Uebergang aus Luft in Glas. Die Gröſsen, welche sich auf die Reflexion in Glas beziehen, sind durch einen Index von denselben Gröſsen für die Reflexion in Luft unterschieden. J_1 ist der zu J gehörige Brechungswinkel und umgekehrt.

Die vorstehenden Gleichungen sind die der modificirten Cauchy'schen Theorie, wenn man die Gröſsen vernachlässigt, die sich durch unsere jetzigen Beobachtungsmittel nicht feststellen lassen. Für die Ellipticitäts-Coëfficienten ergiebt sich aus der Theorie die Relation

$$\varepsilon_1 = -n\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Bei der Rechnung wurde mit Hülfe der Gl. 6 oder 8 aus

den beobachteten Werthen δ oder δ_1 und dem aus dem beobachteten Haupt-Einfallswinkel abgeleiteten Brechungsexponenten n der Werth von ε oder ε_1 für verschiedene Einfallswinkel J oder J_1 berechnet. Das Mittel aus den, beiläufig bemerkt oft ziemlich bedeutend verschiedenen, Werthen ε oder ε_1 wurde dann benutzt um die Gröfsen δ und k oder δ_1 und k_1 zu bestimmen, die unter der mit ber. überschriebenen Spalte aufgeführt sind.

Unter jeder Tabelle sind aufser dem Haupt-Einfallswinkel H und dem zugehörigen Werth $B = \text{arc}\,(\text{tg} = k)$, dem sogenannten Azimuth der wiederhergestellten Polarisation, wie sie die Beobachtungen ergaben, auch noch die zur Berechnung benutzten Werthe von n und ε angegeben.

Der aus der Reflexion folgende Brechungsexponent n ist von dem durch das Minimum der Ablenkung mit einem Prisma bestimmten Brechungsexponenten μ wesentlich verschieden, und ich mufste deshalb für die Rechnung mit den Gll. 8 und 9 andere als die in den Tabellen aufgeführten Werthe J anwenden.

Der Unterschied der Werthe von n und μ erklärt sich durch eine Oberflächen-Aenderung der Hypotenusenfläche des Flintglasprismas, da ich, obwohl das Prisma in der oben angegebenen Weise so sorgfältig wie möglich gereinigt worden war, nicht unmittelbar nach der Herstellung des Prismas, sondern erst $\frac{1}{2}$ Jahr später die Versuche anstellen konnte. Bei Flintglas-Prismen, die noch längere Zeit nach dem Schleifen und Poliren ihrer Oberflächen (vielleicht 20 Jahr später) untersucht wurden, war der Unterschied von n und μ noch gröfser.

Digitized by Go

(Gewöhnliche Reflexion in Luft.)

$\mu = 1{,}6160$ $\quad \operatorname{arc}(\operatorname{tg} = \mu) = 58^\circ\ 15'$

$a = -\ 7'{,}141$ $\quad \alpha = 80^\circ$ *)

J	r	β*	k	δ*			arc (tg = k)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	′			λ	λ	λ			
30°	— 0,142	75° 36′	0,687	0,020	0,010	0,010	34° 30′	34° 19′	0° 11′
40	— 0,267	69 27	0,470	0,037	0,024	0,013	25 12	24 56	0 16
50	— 0,490	48 25	0,199	0,069	0,069	0.000	11 14	12 14	— 1
52	— 0,700	41	0,156	0,098	0,095	0,003	8 59	9 23	— 0 24
54	— 0,993	29 34	0,100	0,139	0,144	0,005	5 43	6 28	— 0 45
56	— 1,956	15 44	0,050	0,274	0,275	—0,001	2 51	3 37	— 0 46
56 30′	— 2,498	14 15	0,045	0,350	0,347	0,003	2 34	2 56	— 0 22
57	— 3,400	12 21	0,039	0,476	0,459	0,017	2 12	2 20	— 0 8
57 20	— 4,066	10 25	0,032	0,569	0,571	—0,002	1 52	1 59	— 0 7
57 40	— 5,128	8 50	0,027	0,718	0,724	—0,006	1 34	1 43	— 0 9
58 7	— 7,120	7 11	0,022	0,997	0,985	0,012	1 16	1 34	— 0 18
58 30	— 9,000	10 1	0,031	1,260	1,216	0,044	1 47	1 41	0 6
59	—10,581	12 35	0,039	1,481	1,441	0,040	2 16	2 4	0 12
59 30	—11,236	16 18	0,052	1,573	1,584	—0.011	2 57	2 39	0 18
60	—11,962	16 44	0,053	1,675	1,675	0.000	3 2	3 19	— 0 17
61	—12,723	21 12	0,079	1,781	1,775	0,006	4 32	4 44	— 0 12
62	—13,288	30 31	0,104	1,861	1,832	0,029	5 56	6 13	— 0 17
64	—13,614	41 55	0,158	1,905	1,883	0,022	9	9 15	— 0 15
70	—13,804	61 41	0,327	1,932	1,939	—0,007	18 7	18 15	— 0 8

$H = 58^\circ\ 8'$ $\quad B = 1^\circ\ 16'$ $\quad n = 1{,}609$ $\quad \varepsilon = 0{,}0290$

*) Nach Anm. §. 15 Seite 208 ist α positiv, wenn das polarisirende Nicol'sche Prisma auf $-\alpha$ steht. Die angegebenen Werthe von α und β sind das Mittel aus den Ablesungen von positiven und negativen Azimuthen.

Digitized by Go

XX*b*. Flintglas-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Glas.)

$\mu = 1{,}6160$ $\quad \text{arc}\,(\text{cotg} = \mu) = 31^\circ\,45'$

$a = 6'{,}986$ $\quad \alpha = 80^\circ$

J_1	r	β	k_1	δ_1 beob.	δ_1 ber.	δ_1 Diff.	arc. ($\text{tg} = k_1$) beob.	arc. ($\text{tg} = k_1$) ber.	arc. ($\text{tg} = k_1$) Diff.	J
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
28° 41′	0,274	55° 10′	0,245	−0,039	−0,081	0,042	13° 45′	11° 28′	2° 17′	50° 52′
29 16	0,278	48 30	0,193	−0,040	−0,100	0,060	10 55	9 35	1 20	52 11
29 50	0,390	43 56	0,165	−0,056	−0,129	0,073	9 22	7 42	1 40	53 31
30 25	0,903	31 16	0,104	−0,129	−0,180	0,051	5 57	5 43	0 14	54 54
30 43	1,155	24 47	0,079	−0,165	−0,224	0,059	4 32	4 42	−0 10	55 38
31	1,700	19 46	0,062	−0,243	−0,290	0,047	3 32	3 43	−0 11	56 20
31 18	3,396	14 25	0,044	−0,486	−0,413	−0,073	2 32	2 45	−0 13	57 6
31 36	4,020	10 8	0,031	−0,575	−0,619	0,074	1 46	1 59	−0 13	57 52
31 48	6,351	6 51	0,021	−0,909	−0,910	0,001	1 11	1 43	−0 32	58 21
31 51	6,960	6 19	0,019	−0,996	−0,986	−0,010	1 6	1 43	−0 37	58 30
31 59	8,582	9 5	0,028	−1,228	−1,182	−0,046	1 35	1 47	−0 12	58 52
32 12	10,200	13 2	0,040	−1,460	−1,430	−0,030	2 17	2 13	0 4	59 26
32 29	11,310	17 30	0,054	−1,619	−1,618	−0,001	3 7	3 5	0 2	60 13
32 47	12,100	24 41	0,080	−1,732	−1,724	−0,008	4 33	4 12	0 21	61 3
33 22	12,624	34 12	0,118	−1,810	−1,820	0,010	6 43	6 39	0 4	62 44
33 58	12,814	45 21	0,176	−1,838	−1,874	0,036	9 59	9 17	0 42	64 32

$H_1 = 31^\circ\,52'$ $\quad B_1 = 1^\circ\,6'$ $\quad \frac{1}{n_1} = 1{,}609$ $\quad \varepsilon_1 = -0{,}0505$

Digitized by Google

Aus der Vergleichung der beobachteten und berechneten Werthe von δ und k folgt, dafs innerhalb der Genauigkeit der Beobachtungen die obigen Gleichungen (6 bis 9) wirklich die Erscheinungen wiedergeben. Die Werthe ε und ε_1 haben nicht die von der Theorie geforderte Relation (Vergl. Gl. 11), da

$$-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 1{,}741$$

d. h. gröfser als der Brechungsexponent n oder μ ist. Diese Abweichung läfst sich durch Beobachtungsfehler und Ungleichartigkeit des Glases und der reflectirenden Fläche erklären.

Jedenfalls folgt aus vorstehenden Versuchen, dafs innerhalb der Genauigkeit der Beobachtungsmethode *bei derselben reflectirenden Fläche für correspondirende Einfallswinkel bei der Reflexion in dem einen oder dem anderen Medium die beobachteten Werthe der Phasendifferenz der beiden Strahlencomponenten $\parallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt, gleich und entgegengesetzt sind und die Amplituden der beiden Strahlencomponenten in demselben Verhältnifs stehen.*

Ist die Reflexion nach der oben gegebenen Definition positiv in dem einen Medium, so ist sie negativ in dem anderen, und umgekehrt.

Die Schwierigkeit der Beobachtung, welche hauptsächlich darin beruht, dafs sich die Werthe δ sehr schnell mit dem Einfallswinkel ändern, tritt noch deutlicher hervor, wenn man Fig. 1 Taf. XI vergleicht, wo beobachtete und berechnete Werthe von δ für die Reflexion in Luft als Ordinaten einer Curve aufgetragen sind, deren Abscisse der Einfallswinkel ist. Fig. 2 Taf. XI giebt dasselbe für δ_1 bei der Reflexion in Glas. Die stark ausgezogenen Curven entsprechen den berechneten, die schwach gezeichneten den beobachteten Werthen δ und δ_1. Die punktirte Curve in Fig. 1 Taf. XI ist dadurch erhalten, dafs die bei Reflexion in Glas beobachteten Werthe δ_1 als positive Ordinaten für corre-

spondirende Einfallswinkel J als Abscissen aufgetragen wurden. Man sieht wie diese Curve nur wenig von der ausgezogenen abweicht, entsprechend dem eben erwähnten Satze.

29.

Um auch die Reflexion an der Gränze von Flintglas und Wasser untersuchen zu können, wurde aus Platten von sehr reinem Spiegelglas mit Siegellack ein gleichseitiges Hohlprisma geklebt. Auf der offenen Basis dieses Hohlprismas wurde die Hypotenusenfläche des Flintglasprismas in der Art befestigt (Vergl. Fig. 13 Taf. XI), dafs eine schmale Oeffnung O zwischen dem Flintglas- und dem Hohlprisma blieb. Die Weite dieser schmalen Oeffnung war so gewählt, dafs man durch dieselbe mit Hülfe eines hohlen Glasfadens das Hohlprisma vollständig mit Wasser füllen konnte, und doch durch die Capillarität des Wassermeniskus in der schmalen Oeffnung O das Wasser am Ausfliefsen beim Drehen des Prismas verhindert war.

Die Seitenflächen des Hohlprismas standen nahezu senkrecht gegen die Strahlen, welche auf die Gränze von Wasser und Flintglas unter dem Polarisationswinkel auffielen, und bildeten etwa einen Winkel von 60° 37′ mit der Hypotenusenfläche des Flintglasprismas. Dadurch war die in Gleichung 4 enthaltene Correction $\cos^2(i - i_1)$ unbedeutend, und habe ich dieselben so berechnet, als ob die Lichtstrahlen direct aus Luft in Wasser übergegangen wären. Die Flächen der Seitenwände des Hohlprismas waren nicht genau parallel; der Winkel von 60° 37′ ist daher aus dem Haupteinfallswinkel berechnet, der sich aus den Beobachtungen der Reflexion in Glas ergeben hatte. Der dadurch bei der Bestimmung der verschiedenen Einfallswinkel J begangene Fehler kann bei der immerhin beschränkten Genauigkeit der Beobachtungen vernachlässigt werden.

Die Beobachtung wird schwierig, sobald sich der Phasenunterschied δ schnell mit wachsendem Einfallswinkel ändert, da man bei zu grofsem Abstande der Streifen des Babinet'schen Compensators leicht in den Fehler verfällt, das

analysirende Nicol'sche Prisma in ein negatives statt in ein positives Azimuth zu drehen, und also auch eine falsche Compensatorstellung abzulesen. Für die folgenden Beobachtungen wurde deshalb in manchen Fällen der alte Babinet'sche Compensator mit einem anderen weniger empfindlichen vertauscht, bei dem der Abstand der Streifen oder die Gröfse a kleiner und die Winkel der Quarzprismen gröfser war. Abgesehen von den Schiebern s, die das seitliche Licht abblenden (Vergl. Fig. 4 und 5 Taf. I. Pogg. Ann. 127), war der neue Compensator, dessen Benutzung ich der Güte des Herrn G. Magnus verdanke, im wesentlichen ebenso eingerichtet, wie der oben beschriebene.

Die Anordnung der Tabellen XXIa und b, in welchen die Beobachtungen zusammengestellt sind, ist dieselbe wie im vorigen §. Der zu J_1 gehörige Winkel J in Tabelle XXIb. ist mit Hülfe des Brechungsexponenten n berechnet.

XXIa. Flintglas-Wasser.

(Gewöhnliche Reflexion in Wasser.)

$\mu = 1{,}2096$ $\quad \text{arc}\,(\text{tg} = \mu) = 50^\circ\,25'$

$a = -0',970$ $\quad \alpha = 80^\circ$

J	r	β	k	δ beob.	δ ber.	δ Diff.	arc (tg = k) beob.	arc (tg = k) ber.	arc (tg = k) Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
45° 47′	— 0,138	45° 10′	0,176	0,142	0,122	0,020	9° 59′	8° 49′	1° 1′
47 58	— 0,246	30 6	0,102	0,254	0,216	0,038	5 49	5 18	0 31
48 27	— 0,406	19 43	0,063	0,418	0,256	0,162	3 36	4 33	0 57
50 11	— 0,581	15 8	0,047	0,599	0,622	— 0,023	2 43	2 13	0 30
50 55	— 0,970	10 17	0,032	1	1		1 50	1 52	— 0 2
51 10	— 1,074	10 55	0,034	1,111	1,142	— 0,031	1 56	1 55	0 1
51 25	— 1,285	11 48	0,037	1,324	1,271	0,053	2 6	2 4	0 2
51 40	— 1,375	10 28	0,032	1,418	1,379	0,039	1 51	2 17	— 0 34
52 2	— 1,526	14 16	0,045	1,573	1,547	0,026	2 34	2 54	— 0 20
52 25	— 1,600	16 35	0,052	1,649	1,591	0,058	3	3 10	0 10
53 9	— 1,744	21 19	0,069	1,798	1,689	0,109	3 56	4 13	— 0 17
53 54	— 1,765	29 17	0,099	1,820	1,766	0,054	5 38	5 23	0 15
54 39	— 1,826	35 20	0,125	1,882	1,808	0,074	7 7	6 34	0 33
56 8	— 1,826	43 2	0,164	1,882	1,858	0,024	9 20	8 54	0 26

$H = 50^\circ\,55'$ $\quad B = 1^\circ\,50'$ $\quad n = 1{,}2372$ $\quad \varepsilon = 0{,}041$

Digitized by Google

XXI*b*. Flintglas - Wasser.

(Gewöhnliche Reflexion in Glas.)

$\mu = 1{,}2096$ arc (cotg = μ) = 39° 38′

$a = 0'{,}951$ $\alpha = 80°$.

J_1	r	β	k_1	δ_1			arc (tg = k_1)			J
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	
				$\frac{\lambda}{\lambda}$	$\frac{\lambda}{\lambda}$					
35° 47′	— 0,009	38° 3′	0,137	0,009	— 0,133	0,142	7° 47′	8° 24′	0° 37′	46° 3′
36 23	— 0,009	32 3	0,109	0,009	— 0,174	0,183	6 15	6 36	— 0 21	47 19
37	0,028	26 30	0,087	— 0,029	— 0,211	0,182	4 59	5 34	— 0 35	47 49
37 36	0,048	21 51	0,070	— 0,050	— 0,290	0,240	4 1	4 1	— 0 10	48 48
38 13	0,212	16 24	0,052	— 0,223	— 0,449	0,226	2 57	2 54	0 3	48 37
38 50	0,522	8 54	0,027	— 0,549	— 0,792	0,243	1 34	2 11	— 0 27	50 32
39 2	0,849	8 31	0,026	— 0,893	— 0,955	0,062	1 30	1 55	— 0 25	50 50
39 15	0,992	7 55	0,024	— 1,043	— 1,138	0,095	1 24	1 59	— 0 35	51 10
39 27	1,204	9 40	0,030	— 1,266	— 1,287	0,021	1 43	2 9	— 0 26	51 28
39 45	1,367	15 39	0,049	— 1,437	— 1,461	0,024	2 50	2 36	0 14	51 56
40 3	1,496	19 58	0,064	— 1,573	— 1,579	0,006	3 39	3 11	0 28	52 24
40 40	1,580	28 15	0,094	— 1,662	— 1,714	0,052	5 24	4 34	0 50	53 21
41 18	1,580	32 24	0,112	— 1,662	— 1,788	0,126	6 23	6 7	0 16	54 21
41 55	1,580	40 19	0,149	— 1,662	— 1,830	0,168	8 30	7 40	0 50	55 20

$H_1 = 39° 5'$ $B_1 = 1° 24'$ $\frac{1}{n_1} = 1{,}2312$ $s_1 = -0{,}052$

In Fig. 3 Taf. XI sind für Reflexion in Wasser, in Fig. 4 für Reflexion in Glas die beobachteten Werthe δ als Ordinaten einer Curve zu dem zugehörigen Einfallswinkel als Abscisse aufgetragen. Die punktirte Curve Fig. 3 ist erhalten, indem die beobachteten Werthe von δ_1 für Reflexion in Glas als positive Ordinaten zu dem correspondirenden Brechungswinkel in Wasser als Abscisse aufgetragen sind. Beobachtete und berechnete Curven fallen zum Theil wieder nahe zusammen. Dafs die beobachteten Werthe von δ und $\text{arc}\,(\text{tg} = k)$, besonders bei der Reflexion in Glas, schlechter mit den berechneten stimmen, wie früher, mag zum Theil an der schwierigeren und deshalb ungenaueren Beobachtung liegen.

30.

Beobachtungen an einem Crownglasprisma in Luft, welches zu den Versuchen in §. 20 gedient hatte, ergaben folgendes.

Digitized by Google

XXII a. Crownglas-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Luft.)

$\mu = 1{,}5149$ $\quad \operatorname{arc}(\operatorname{tg} = \mu) = 56^\circ\ 34'$

$a = -1'{,}342$ $\quad \alpha = 80^\circ$

J	r	β	k	δ			arc (tg = k)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{\pi}$	$\frac{\lambda}{\pi}$				
50°	+ 0,009	44° 48′	0,175	— 0,007	0,015	— 0,022	9° 56	9° 57′	— 0° 1′
52	— 0,069	31 58	0,110	+ 0,051	0,022	0,029	6 17	6 57	— 0 40
54	— 0,076	18 56	0,060	0,057	0,041	0,016	3 28	3 52	— 0 4
55	— 0,094	11 9	0,035	0,070	0,069	0,001	1 59	2 19	— 0 20
55 30′	— 0,133	8 33	0,026	0,099	0,105	— 0,006	1 31	1 33	— 0 2
56	— 0,170	5 2	0,015	0,127	0,209	— 0,082	0 53	0 48	0 5
56 10	— 0,435	2 30	0,008	0,324	0,311	0,013	0 27	0 33	— 0 6
56 20	— 0,861	2 42	0,008	0,642	0,532	0,110	0 29	0 21	0 8
56 30	— 1,524	2 11	0,007	1,136	1,088	0,048	0 23	0 16	0 7
56 40	— 2,085	3 38	0,011	1,554	1,533	0,021	0 39	0 23	0 16
57	— 2,334	6 9	0,019	1,740	1,797	— 0,057	1 6	0 50	0 16
57 30	— 2,355	9 34	0,030	1,755	1,895	— 0,140	1 42	1 37	0 5
58	— 2,385	14 36	0,046	1,777	1,929	— 0,152	2 38	2 23	0 15
60	— 2,409	26 51	0,089	1,795	1,968	— 0,173	5 6	5 30	— 0 24
80	— 2,531	74 50	0,651	1,887	1,995	— 0,108	33 3	33 25	— 0 22

$H = 56^\circ\ 29'$ $\quad B = 0^\circ\ 23'$ $\quad n = 1{,}510$ $\quad \varepsilon = 0{,}00502$

XXIIb. Crownglas-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Glas.)

$\mu = 1{,}5149$ arc (cotg $= \mu$) $= 33^\circ\ 26'$

$a = 1{,}292$ $\alpha = 80^\circ$

J_1	r	β	k_1	δ_1 beob.	δ_1 ber.	δ_1 Diff.	arc ($\lg = k_1$) beob.	arc ($\lg = k_1$) ber.	arc ($\lg = k_1$) Diff.	J
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$				
25° 34′	0,200	67° 4′	0,403	— 0,155	— 0,011	— 0,144	21° 57′	22° 29′	— 0° 32′	40° 50′
27 34	0,167	62 5	0,324	— 0,129	— 0,016	— 0,113	17 56	17 40	0 16	44 31
31 57	0,167	26 1	0,085	— 0,129	— 0,074	— 0,055	4 51	4 50	0 1	53 17
32 35	0,200	12 20	0,038	— 0,155	— 0,136	— 0,019	2 11	2 42	— 0 31	54 40
32 54	0,261	7 41	0,023	— 0,202	— 0,231	0,029	1 21	1 38	— 0 17	55 22
33 14	0,726	3 21	0,010	— 0,562	— 0,650	0,088	0 35	0 41	— 0 6	56 8
33 20	1,264	2 28	0,008	— 0,979	— 1	0,021	0 26	0 36	— 0 10	56 21
33 27	1,965	4 14	0,013	— 1,521	— 1,389	— 0,132	0 44	0 43	0 1	56 38
33 33	2,384	7 18	0,022	— 1,845	— 1,585	— 0,260	1 16	0 59	0 17	56 51
33 52	2,404	14 6	0,044	— 1,861	— 1,809	— 0,052	2 31	2 3	0 28	57 35
34 12	2,450	17 23	0,055	— 1,896	— 1,880	— 0,016	3 8	3 15	— 0 7	58 22
34 31	2,420	28 43	0,096	— 1,873	— 1,911	0,038	5 28	4 27	1 1	59 8

$H_1 = 33^\circ\ 20'$ $B_1 = 0^\circ\ 26'$ $\frac{1}{n} = 1{,}520$ $\varepsilon_1 = -\ 0{,}0173$

Digitized by Google

In Fig. 5 Taf. XI sind für Reflexion in Luft, in Fig. 6 für Reflexion in Glas die beobachteten und berechneten Werthe δ als Ordinaten einer Curve zu dem Einfallswinkel als Abscisse aufgetragen. Die stark gezeichneten Curven entsprechen wieder den berechneten, die schwach gezeichneten den beobachteten Werthen δ. Die punktirte Curve Fig. 5. ist erhalten, indem die beobachteten Werthe von δ_1 für Reflexion in Glas als positive Ordinaten zu dem betreffenden correspondirenden Brechungswinkel in Luft als Abscisse aufgetragen sind. Beobachtete und berechnete Curven fallen wieder nahe zusammen; ebenso die punktirte und ausgezogene Curve. Für die Reflexion in Luft und Glas sind Brechungsexponent und Ellipticitätscoëfficient nicht in der von der Theorie geforderten Relation

$$nn_1 = 1 \qquad -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = n$$

da aus den Beobachtungen folgt

$$nn_1 = 1{,}007 \qquad -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 3{,}446.$$

Der Grund dieser Abweichungen kann in der Ungenauigkeit der Beobachtungsmethode und der Unvollkommenheit des Glases und der reflectirenden Flächen liegen, zumal die Beobachtungen erst ein Jahr nach Anfertigung der Prismen angestellt werden konnten.

31.

Auf der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas wurde ein gleichseitiges Hohlprisma befestigt, ähnlich wie es §. 29 bei Flintglas beschrieben worden ist. Die Seitenflächen schlossen nahezu Winkel von 48° 18′ mit der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas ein. Beobachtung und Berechnung der folgenden Tabellen sind wie in §. 29.

Digitized by Google

XXIII*a*. Crownglas-Wasser.

(Gewöhnliche Reflexion in Wasser.)

$\mu = 1{,}1339$ arc $(\mathrm{tg} = \mu) = 48^\circ\ 35'$

$a = -0'{,}970$ $\alpha = 80^\circ$

J	r	β	k	δ			arc $(\mathrm{tg} = k)$		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
47° 38′	−0,139	17° 29′	0,056	0,143	0,077	0,066	3° 11′	2° 43′	0° 18′
48 18	−0,196	9 4	0,028	0,202	0,133	0,069	1 37	1 34	0 3
48 38	−0,286	7 35	0,023	0,295	0,217	0,078	1 21	0 59	0 22
48 58	−0,384	5 45	0,018	0,396	0,493	−0,097	1 1	0 28	0 34
49 11	−1,034	1 51	0,006	1,066	1,061	0,005	0 19	0 20	−0 1
49 18	−1,388	1 59	0,006	1,431	1,394	0,037	0 21	0 25	0 4
49 25	−1,560	2 54	0,009	1,608	1,598	0,010	0 31	0 34	−0 3
50 17	−1,974	11 32	0,036	2,040	1,892	0,148	2 4	2	0 4
50 56	−1,974	15 53	0,050	2,040	1,931	0,109	2 52	3 9	−0 17
51 36	−1,974	25	0,082	2,040	1,949	0,091	4 42	4 18	0 14

$H = 49^\circ\ 10'$ $B = 0^\circ\ 19'$ $n = 1{,}157$ $\varepsilon = 0{,}00755$

Digitized by Google

XXIIIb. Crownglas-Wasser.

(Gewöhnliche Reflexion in Glas.)

$\mu = 1{,}1339$ arc $(\cot g = \mu) = 41° 25'$

$a = 0'{,}951$ $\alpha = 80°$

J_1	r	β	k_1	δ_1			arc $(tg = k_1)$			J
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	
				$\frac{\lambda}{\pi}$	$\frac{\lambda}{\pi}$					
40° 23′	0,051	6° 48′	0,021	— 0,054	— 0,195	0,141	1° 12′	1° 11′	0° 1′	48° 33′
40 43	0,336	3 52	0,012	— 0,353	— 0,571	0,218	0 41	0 28	0 12	49
40 50	1,118	2 10	0,007	— 1,175	— 1	— 0,175	0 23	0 22	0 1	49 10
41 3	1,490	5 48	0,018	— 1,567	— 1,605	— 0,038	1 2	0 37	0 25	49 27
41 42	1,626	15 19	0,048	— 1,710	— 1,777	— 0,067	2 46	2 5	0 41	50 20

$H_1 = 40° 50'$ $B_1 = 0° 23'$ $\frac{1}{n} = 1{,}157$ $\varepsilon_1 = — 0{,}00949$

Digitized by Google

Die Curven Fig. 7 und 8 Taf. XI geben in der früheren Weise für die Reflexion in Wasser und in Glas durch ihre Ordinaten den Phasenunterschied δ zu dem entsprechenden Einfallswinkel als Abscisse.

32.

Bisher wurden nur solche Substanzen untersucht, bei denen die Reflexion an der Gränzfläche in das dünnere Medium zurück positiv war. Um auch andere Substanzen mit negativer Reflexion im dünneren Medium untersuchen zu können, mufste ich Flüssigkeiten anwenden, da mir feste Körper von genügender Gleichmäfsigkeit nicht zur Verfügung standen.

Um auf die ebene Gränze von einer Flüssigkeit und Luft, die natürlich horizontal stand, Lichtstrahlen unter beliebigem Winkel auffallen lassen zu können, wurde an dem das polarisirende Nicol'sche Prisma tragenden Messingrohr eine drehbare Hülse mit Arm befestigt. In einer Oeffnung dieses Armes war um eine Axe senkrecht zu der der Messinghülse ein kleiner Silberspiegel drehbar. Bei passender Stellung reflectirte dieser die auf ihn vom Heliostaten her auffallenden Sonnenstrahlen genau in der Axe des Messingrohres, wenn die mit einer matten Glasplatte aufgefangenen Schatten der Fadenkreuze im Messingrohr sich deckten.

Diese Einrichtung hat schon Jamin [1]) angewandt, den übrigen Theil des Jamin'schen Apparates für Reflexion an Flüssigkeitsoberflächen konnte ich, da ich auch die Reflexion in der Flüssigkeit selbst untersuchen wollte, nicht benutzen.

An der Axe des Goniometers wurde ein prismatischer Glastrog befestigt (Fig. 14 Taf. XI), der mit Siegellack aus vier sehr reinen Spiegelplatten geklebt war. Das Prisma wurde mit einer Lösung von 0,0707 Theilen reinem Eisenchlorid in 1 Theil Wasser gefüllt, bis die Flüssigkeit

1) *Ann. d. chim. et d. phys. t.* 31, 1851, *p.* 171 u. *Pl. II.*

Digitized by Google

in der Oeffnung BC des Prismas auf einer Fläche von $11^{mm},5$ Breite und 64^{mm} Länge an Luft gränzte. Durch Zugiefsen von Eisenchloridlösung konnte man die wegen der Capillarität gekrümmte Oberfläche nahezu eben machen.

Sollen die unter dem Haupteinfallswinkel H_1 auf die Oberfläche der Flüssigkeit auffallenden Strahlen gegen die Seitenflächen AB und AC des Hohlprismas senkrecht stehen, so mufs der Winkel des Hohlprismas BAC oder P

$$P = 180^0 - 2H_1$$

seyn. Für Eisenchlorid hätte dieser Winkel 107° 6′ seyn müssen statt des wirklichen Werthes 105° 16′. Der Einfluſs der Brechung durch diese Seitenflächen konnte daher bei der Bestimmung von k vernachlässigt werden.

Der Einfallswinkel wurde aus dem am Goniometer durch die Neigung der Axen der Messingröhren gegebenen Winkel berechnet, den einfallende und reflectirte Strahlen mit einander bildeten. Die Beobachtungen sind in folgenden Tabellen zusammengestellt.

XXIV *a*. Eisenchlorid - Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Luft.)

$\mu = 1{,}361$ arc $(\mathrm{tg} = \mu) = 53° 42'$

$a = 1',292$ $\alpha = 80°$

J	r	β	k	δ			arc $(\mathrm{tg} = k)$		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
53° 14′	0,163	4° 2′	0,012	— 0,126	— 0,166	0,040	0° 43′	0° 52′	— 0° 9′
53 37	0,661	3 9	0,010	— 0,512	— 0,545	0,033	0 34	0 19	0 15
53 45	1,292	2 25	0,007	— 1	— 1		0 26	0 15	0 11
54 18	2,091	4 50	0,015	— 1,618	— 1,823	0,205	0 51	0 54	— 0 3
55 13	2,548	11 48	0,037	— 1,972	— 1,933	— 0,039	2 7	2 23	— 0 16
55 28	2,530	13 32	0,042	— 1,958	— 1,943	— 0,015	2 26	2 46	— 0 20

$H = 53° 45'$ $B = 0° 26'$ $n = 1{,}364$ $\varepsilon = - 0{,}005$

Digitized by Google

XXIV *b*. Eisenchlorid-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Eisenchlorid.)

$\mu = 1{,}361$ arc (cotg $= \mu$) $= 36° 18'$

$a = -1',342$ $\alpha = 80°$

J_1	r	β	k_1	δ_1 beob.	δ_1 ber.	δ_1 Diff.	arc ($tg = k_1$) beob.	arc ($tg = k_1$) ber.	arc ($tg = k_1$) Diff.	J
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$					
35° 29'	— 0,651	15° 23'	0,048	0,038	0,095	— 0,057	2° 47'	2° 50'	— 0° 3'	51° 49'
36 20	— 0,108	8 4	0,025	0,233	0,244	— 0,011	0 57	1 9	— 0 12	53 21
36 26	— 1,221	3 1	0,009	0,910	0,949	— 0,039	0 32	0 26	0 6	53 32
36 46	— 2,183	6 6	0,019	1,628	1,727	— 0,099	1 5	1 2	0 3	54 8
37 58	— 2,337	17 12	0,052	1,742	1,915	— 0,173	2 59	4 36	— 1 37	56 24
38 57	— 2,359	26 13	0,087	1,759	1,962	— 0,203	4 58	7 40	— 2 42	58 20

$H_1 = 36° 27'$ $B_1 = 0° 26'$ $\frac{1}{n} = 1{,}354$ $s_1 = 0{,}01217$

Digitized by Google

Die Curven Fig. 9 nnd 10 Taf. XI geben wie früher den Phasenunterschied.

33.

Endlich habe ich auch noch Beobachtungen über die Reflexion in Wasser an der Gränze von Luft und Wasser angestellt, in der im vorigen §. beschriebenen Weise, indem das Hohlprisma mit destillirtem Wasser, statt mit Eisenchloridlösung gefüllt ward. Die Resultate dieser Beobachtung sind in Tab. XXV *b.* enthalten. Der Vergleichung wegen habe ich in Tab. XXV *a.* Beobachtungen von Jamin [1]) über die Reflexion in Luft an der Gränze von Luft und Wasser angeführt. Meine eigenen Versuche ergeben ebenfalls negative Reflexion in Luft, aber eine geringere Uebereinstimmung untereinander und mit den Cauchy'schen Formeln.

Die Curven Fig. 11 und 12 Taf. XI geben wie früher den Phasenunterschied.

1) *Ann. de chim. t.* 31, 1851, *p.* 174.

Digitized by Go

XXV*a*. Wasser-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Luft.)

$\mu = 1{,}336$ arc $(\mathrm{tg} = \mu) = 52^\circ\ 38'$

$a = 6',38$ $\alpha = 85^\circ$

J	r	β	k	δ			arc $(\mathrm{tg} = k)$		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	′			$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
52° 16′	0,89	15° 54′	0,025	− 0,140	− 0,124	− 0,016	1° 25′	1° 24′	0° 1′
52 31	1,11	13 15	0,019	− 0,174	− 0,174	0	1 5	1	0 5
52 55	3,19	5 4	0,008	− 0,500	− 0,448	− 0,002	0 27	0 25	0 2
53 7	6,38	3	0,005	− 1	− 1		0 16	0 16	0
53 19	9,27	5 30	0,008	− 1,454	− 1,552	+ 0,098	0 29	0 28	0 1
53 30	10,89	7 30	0,012	− 1,708	− 1,720	0,012	0 40	0 41	− 0 1
53 42	11,46	10 37	0,016	− 1,798	− 1,818	0,020	0 56	0 59	− 0 3
53 50	11,69	12 30	0,019	− 1,834	− 1,850	0,016	1 7	1 14	− 0 7
54 3	11,95	12 30	0,019	− 1,874	− 1,884	0,010	1 7	1 34	− 0 27
54 30	12,21	16	0,025	− 1,914	− 1,922	0,008	1 26	2 16	− 0 50
54 54	12,46	23	0,037	− 1,954	− 1,938	− 0,016	2 7	2 55	− 0 48

$H = 53^\circ\ 7'$ $B = 0^\circ\ 16'$ $n = 1{,}333$ $\varepsilon = -0{,}00577$

XXV *b*. Wasser-Luft.

(Gewöhnliche Reflexion in Wasser.)

$\mu = 1{,}336$ arc $(\mathrm{ctg} = \mu) = 37^\circ\ 22'$

$a = -\ 6'{,}8$ $\alpha = 80^\circ$

J_1	r	β	k_1	δ			arc $(\mathrm{tg} = k_1)$			J
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$					
36° 14′	— 0,784	— 25° 22′	0,083	0,115	0,193	— 0,078	4° 47′	3° 3′	1° 44′	50° 57′
36 53	— 1,300	— 7 20	0,022	0,191	0,444	— 0,253	1 17	1 27	— 0 10	52 3
37	— 2,648	— 6 48	0,021	0,389	0,565	— 0,176	1 12	1 13	— 0 1	52 15
37 6	— 3,540	— 5 26	0,017	0,521	6,695	— 0,174	0 58	1 3	— 0 5	52 26
37 16	— 6,8	— 2 18	0,007	1	1		0 24	0 56	— 0 32	52 44
37 38	— 9,006	— 3 54	0,012	1,324	1,525	— 0,201	0 41	1 23	— 0 42	53 21
37 58	— 10,354	— 5 8	0,016	1,522	1,716	— 0,194	0 54	2 13	— 1 19	53 57

$H_1 = 37^\circ\ 16'$ $B_1 = 0^\circ\ 24'$ $\frac{1}{n_1} = 1{,}314$ $\varepsilon = 0{,}026$

Digitized by Google

34.

An der Gränze von Terpenthinöl (Brechungsexponent gegen Luft $\mu = 1{,}4815$) und Flintglas oder Crownglas nach der in §. 29 angegebenen Methode habe ich Messungen nicht anstellen können, wegen des zu kleinen Azimuths β für den Haupteinfallswinkel. Bei *Flintglas-Terpenthin* liefs sich noch feststellen, dafs die Reflexion in Flintglas negativ, im Terpenthin positiv war. Bei *Crownglas-Terpenthin* war mir auch diese Bestimmung nicht mehr möglich, so dafs man diese Reflexion als neutrale zu bezeichnen hätte.

35.

Wir wollen nun sehen in wie weit die Beobachtungen mit den theoretisch abgeleiteten Formeln übereinstimmen.

Es seyen Beispielsweise die beiden an einander gränzenden Medien Luft und Glas. In beiden soll die Reflexion untersucht werden.

Die modificirten Cauchy'schen Formeln [1]) geben für den Phasenunterschied der beiden Strahlenbündel $\fdg$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt den Ausdruck

$$\text{bei Reflexion in Luft } \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \Delta_1 + \Delta_{11} \quad \ldots \quad (12)$$

$$\text{bei Reflexion in Glas } \frac{\delta_1}{\lambda} 2\pi = -\Delta_1 + \Delta_{11} \quad . \quad (13)$$

wo

$$\operatorname{tg} \Delta_1 = \varepsilon \sin J \operatorname{tg} (J + J_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \Delta_{11} = \varepsilon \sin J \operatorname{tg} (J - J_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und für das Verhältnifs k der Amplituden S und P der Strahlen $\perp$ und $\fdg$ zur Einfallsebene polarisirt hat man

$$k^2 = \frac{S^2}{P^2} = \frac{\cos^2 (J+J_1) + \varepsilon^2 \sin^2 J \sin^2 (J+J_1)}{\cos^2 (J-J_1) + \varepsilon^2 \sin^2 J \sin^2 (J-J_1)} \quad . \quad . \quad (16)$$

Nennt man

ε den Ellipticitäts-Coëfficienten in Luft

ε_1 » » » in Glas

n den Brechungsexponenten, so ist

$$-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = n \qquad \sin J = n \sin J_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

1) *Compt. rend.* 1849, *t.* 28, *p.* 124 und *Ann. d. chim. et d. phys.* 1852. *t.* 36, *p.* 164.

Digitized by

Die Gröfse $\varepsilon \sin J$ ist für correspondirende Einfallswinkel, die als Einfalls- und Brechungswinkel in beiden Medien zusammengehören, eine constante Gröfse abgesehen vom Vorzeichen. Ferner hat k^2 denselben Werth für correspondirende Einfallswinkel, mag die Reflexion in Luft oder in Glas stattfinden.

Man kann, da ε und ε_1 stets nur kleine Gröfsen sind, mit grofser Annäherung die mit ε multiplicirte $\operatorname{tg}(J - J_1)$ vernachlässigen und $J_1 = 0$ setzen. Nach den strengeren Cauchy'schen Formeln dürften δ und δ_1 für correspondirende Einfallswinkel eigentlich nicht gleich und entgegengesetzt seyn, wie es die Beobachtungen ergaben. Die Beobachtungen lassen sich aber bei reflectirtem Licht meiner Meinung nach nicht so genau anstellen, dafs man diesen Unterschied an δ und δ_1 bemerken kann.

Man kann demnach angenähert schreiben

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \varepsilon \sin J \,.\, \operatorname{tg}(J + J_1)$$

$$k^2 = \frac{\cos^2(J + J_1)}{\cos^2(J - J_1)} \left(1 + \varepsilon^2 \sin^2 J \operatorname{tg}^2(J + J_1)\right).$$

Aus diesen beiden Gleichungen, welche zur Berechnung der Beobachtungen angewandt worden sind (Vergl. §. 28), folgt, dafs für correspondirende Einfallswinkel die Gröfsen δ und δ_1 gleich und entgegengesetzt, k und k_1 oder die Azimuthe B und B_1 dieselben seyn müssen. Für den Haupteinfallswinkel ist

$$J = H \qquad J_1 = H_1$$

$$\frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \frac{\pi}{2} \qquad J + J_1 = H + H_1 = \frac{\pi}{2} \quad . \quad (18),$$

d. h. einfallender und gebrochener Strahl stehen auf einander senkrecht, der sogenannte Polarisationswinkel ist mit dem Haupteinfallswinkel identisch. Ferner ist für den Haupteinfallswinkel

$$k^2 = \operatorname{tg}^2 B = \frac{\varepsilon^2 \sin^2 H}{\cos^2(H - H_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

und aus dieser Gleichung läfst sich, wenn B und H durch die Beobachung gegeben sind, ε finden, oder umgekehrt B, wenn n und ε bekannt sind.

Digitized by Google

Um die Genauigkeit der Beobachtungen beurtheilen zu können, mag hier eine Zusammenstellung der Beobachtungen aus §§. 28—34 folgen. Unter H und B sind die direct aus den Beobachtungen abgeleiteten Werthe vom Hauptcinfallswinkel und zugehörigem Azimuth der wiederhergestellten Polarisation gegeben, unter n und η die daraus mit den Gleichungen 18 und 19 abgeleiteten Werthe des Brechungsexponenten und des Ellipticitätscoëfficienten. Die mit ε überschriebene Spalte enthält die bei der Berechnung der Tabellen XX.—XXV. benutzten Werthe des Ellipticitätscoëfficienten.

XXVI.

Reflexion an der Gränze von	H	B	n	η	ε	μ
Luft-	58° 8′	1 16′	1,609	0,0233	0,0290	1,6160
Flintglas	31 52	1 6	$\frac{1}{1,609}$	—0,0327	—0,0505	
Wasser-	50 55	1 50	1,2312	0,0404	0,041	1,2096
Flintglas	39 5	1 24	$\frac{1}{1,2312}$	—0,0379	—0,052	
Luft-	56 29	0 23	1,510	0,0074	0,005	1,5149
Crownglas	33 20	0 26	$\frac{1}{1,520}$	—0,0126	—0,0173	
Wasser-	49 10	0 19	1,157	0,0072	0,0075	1,1339
Crownglas	40 50	0 23	$\frac{1}{1,157}$	—0,0101	—0,0095	
Luft-	53 45	0 26	1,364	—0,0089	—0,005	1,361
Eisenchlorid	36 27	0 26	$\frac{1}{1,354}$		0,0122	
Luft-	53 7	0 16	1,333	—0,0056	—0,0057	1,336
Wasser	37 16	0 24	$\frac{1}{1,314}$	0,0116	0,026	

Die Differenz der Werthe η und ε erklärt sich durch die Ungenauigkeit der Beobachtungen. Die Ellipticitätscoëfficienten ε für die Reflexion im dünneren Medium sind alle kleiner und von entgegengesetztem Vorzeichen, wie die im dichteren Medium, verhalten sich jedoch nicht in der

Digitized by Google

von der Cauchy'schen Theorie vorausgesehenen Weise wie die Brechungsexponenten n. Der durch die Reflexion gefundene Werth n dieses Brechungsexponenten weicht zum Theil von dem durch Brechung bestimmten Werthe desselben erheblich ab.

Die bisher angeführten Beobachtungen bestätigen also im Ganzen die zu ihrer Berechnung angewandten Formeln.

Ich glaube nicht, dafs man mit der hier benutzten Methode zu genaueren Resultaten kommen kann, ja es ist sehr fraglich, ob man überhaupt eine gröfsere Uebereinstimmung erwarten darf. Ohne Frage ändert sich die Gränzschicht zweier Medien mit der Zeit; diese Aenderungen treten oft langsam, oft aber auch, ohne dafs man einen bestimmten Grund dafür anzugeben wüfste, sehr schnell ein, und dadurch wird der Brechungsexponent der sich berührenden Substanzen und wahrscheinlich auch der sogenannte Ellipticitätscoëfficient ε ein anderer. Je länger die Versuchsreihen dauern, um so wahrscheinlicher ist eine Aenderung der Gränzfläche und damit eine Abweichung der beobachteten Werthe von den berechneten zu erwarten. Bei einem scheinbar vollkommenen Flintglasprisma fand ich durch Reflexion in Luft an derselben Hypotenusenfläche einen Polarisationswinkel, der von dem aus der Reflexion in Glas abgeleiteten einen vollen Grad verschieden war, und zu verschiedenen Zeiten waren die Werthe von H und B unter scheinbar gleichen Umständen ganz andere. Die Reflexion in den beiden Medien wurde zwar bei den §. 28—34 beschriebenen Versuchen möglichst schnell hinter einander untersucht, jedoch kann sehr wohl eine Aenderung derselben stattgefunden haben, da ich bei zwei Beobachtungsreihen, die an derselben Fläche in Luft unmittelbar hintereinander angestellt wurden, etwas verschiedene Werthe fand.

Die Abweichungen der beobachteten und berechneten Werthe von einander sind daher um so gröfser, je schwieriger die Beobachtungen waren, je länger sie dauerten.

Ein grofser Uebelstand liegt bei den Substanzen mit kleinem Ellipticitäts-Coëfficienten darin, dafs mit der Dre-

Digitized by Google

hung der Nicol'schen Prismen sich der Einfallswinkel ändert, da diese die einfallenden Strahlen nicht vollkommen parallel wieder austreten lassen. Der Fehler braucht nur wenige Minuten zu betragen; diese geringe Verschiedenheit des Einfallswinkels genügt, den Phasenunterschied bedeutend zu ändern.

Bei Flüssigkeiten, wo die Oberfläche durch Erschütterungen des Hauses leicht schwankt, wird die Beobachtung auch hierdurch noch erschwert und ungenau.

Ich habe deshalb noch eine andere, als die §. 32 beschriebene Beobachtungsmethode angewandt, indem ich aus Holzkohle senkrecht zur Faserrichtung eine dünne Platte schliff, diese an der Goniometeraxe wie eine feste Glasplatte befestigte, und mit der zu untersuchenden Flüssigkeit benetzte. Dadurch bildete sich an der Oberfläche der porösen Platte eine ebene Flüssigkeitsschicht die ich nun ebenso wie eine feste reflectirende Platte behandeln konnte, indem sie bei verschiedener Neigung gegen den Horizont hinreichend eben blieb und durch leichte Erschütterungen nicht verändert wurde. Aber einmal hat diese Methode den Nachtheil, dafs man die Reflexion im Innern der Flüssigkeit selbst nicht untersuchen kann, und dann glanbe ich auch bemerkt zu haben, dafs die Natur der Flüssigkeit selbst in Berührung mit der Holzkohle eine andere ist, als in frei beweglichem Zustande.

Diese Molecular-Aenderungen treten übrigens nicht nur bei Flüssigkeiten, sondern auch bei festen Körpern auf. Selbst im Innern der vollkommensten Gläser, die Herr Steinheil die Güte hatte, für mich anfertigen zu lassen, habe ich dieselben wahrgenommen, und bei Metallen sind sie nicht blofs mit optischen, sondern auch mit anderen Hülfsmitteln wahrzunehmen. Diese Molecular-Aenderungen stellen in allen Gebieten der Physik genaueren Messungen Schwierigkeiten entgegen, die sich oft nur auf grofsen Umwegen überwinden lassen, und ich glaube nicht, dafs man einen Theil der Fragen über Reflexion und Brechung des Lichtes an der Gränze zweier Medien wird lösen können, ehe man

Digitized by

die Oberflächenänderungen kennt, die an der Berührungsstelle fester, flüssiger und gasförmiger Körper vor sich gehen. Aus diesem Grunde habe ich diese Untersuchungen auch nicht weiter ausgedehnt, da der aus ihnen hervorgehende Werth von n und ε immer mit sehr grofsen Fehlern behaftet seyn, und die Richtigkeit der von Cauchy aufgestellten Theorie sich daher auf diesem Wege schwer entscheiden lassen wird.

Beiläufig mag hier noch erwähnt werden, dafs ich zuweilen mit der Zunahme der Intensität der auffallenden Sonnenstrahlen auch eine Zunahme des beobachteten Azimuth β bemerkt zu haben glaube. Die Beobachtungen sind aber so schwierig, dafs diese Aenderung des Azimuths auch eine zufällige gewesen seyn kann.

36.

Die Cauchy'sche Theorie [1]) giebt nicht blofs für die reflectirten, sondern auch für die gebrochenen Strahlen die Phasendifferenz $\frac{\delta_u}{\lambda} 2\pi$, und das Amplituden-Verhältnifs k_u, indem

$$\operatorname{tang} \frac{\delta_u}{\lambda} 2\pi = \varepsilon \sin J \operatorname{tang} (J - J_1) \quad . \quad (20),$$

$$k_u^2 = \frac{1}{\cos^2(J - J_1)\left(1 + \varepsilon^2 \sin^2 J \operatorname{tg}^2 (J - J_1)\right)} \quad . \quad (21).$$

Wächst J von 0^0 bis 90^0, so wachsen auch $\sin J$ und $\operatorname{tg}(J - J_1)$ und es wird die Phasendifferenz den gröfsten Werth haben für $J = 90^0$, nämlich

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_u}{\lambda} 2\pi = \varepsilon \,.\, \operatorname{cotg}\left(\arcsin = \frac{1}{n}\right).$$

Je kleiner der Ellipticitätscoëfficient ε ist, um so kleiner wird auch δ_u unter sonst gleichen Umständen seyn, und in den früheren Betrachtungen habe ich diese Gröfse ausdrücklich als unerheblich vernachlässigt.

Der Ausdruck 20 zeigt dabei, dafs δ_u für den Uebergang aus Glas in Luft denselben Werth hat, wie für den Uebergang aus Luft in Glas, da $\varepsilon \sin J$ und $\operatorname{tg}(J - J_1)$ gleichzeitig mit der Richtung des Strahles ihr Vorzeichen ändern und dabei denselben absoluten Werth behalten. *Der*

1) *Compt. rend. IX*, 1839 *p.* 729. *XXVIII*, 1849, *p.* 125.

Digitized by Goog

Phasenunterschied der durchgegangenen Strahlen ist also immer positiv, wenn ε oder die Reflexion im dünneren Medium positiv ist, und immer negativ, wenn ε oder die Reflexion im dünneren Medium negativ ist.

Auffallender Weise hatte ich früher trotz der gröfsten Sorgfalt keine elliptische Polarisation der durchgegangenen Strahlen bei sehr vollkommenen planparallelen Glasplatten nachweisen können [1]). Freilich ist der Werth δ_{μ}, den die oben bestimmten Werthe ε erwarten lassen, so gering, dafs man trotz aller Vorsicht leicht Gefahr laufen kann, eine Spur Doppelbrechung durch Ungleichartigkeit der Glasmasse für die gesuchte Phasendifferenz $\frac{\delta_{\mu}}{\lambda} 2\pi$ zu nehmen.

Ich habe nun die aus Glas oder Flüssigkeit in Luft parallel der Gränzfläche austretenden Strahlen mit dem Babinet'schen Compensator theilweise bei Flintglasprismen, theilweise bei Hohlprismen, die mit Flüssigkeit gefüllt waren, untersucht.

Die durch das polarisirende Nicol'sche Prisma im Azimuth α polarisirten Sonnenstrahlen fielen auf die Seitenfläche AB (Fig. 15 Taf. XI) eines gleichseitigen Flintglasprismas unter dem am Goniometer gemessenen Winkel i auf, traten mit dem Brechungswinkel i_1 in das Glas ein, trafen die Basis BC des Glasprismas unter dem Winkel J_1, der nahezu der Gränzwinkel der totalen Reflexion war, und traten mit einem Brechungswinkel J in die umgebende Luft aus. Durch den Babinet'schen Compensator, das analysirende Nicol'sche Prisma und ein rothes Glas gelangten sie dann ins Auge.

Nennt man A den der Basis des Prismas gegenüberliegenden und B den von Seitenfläche und Basis eingeschlossenen Prismenwinkel, so ist

$$i_1 = J_1 - B = J_1 + \frac{A}{2} - 90^{\circ}$$

$$\sin i = n \sin i_1$$

und es folgt für das Verhältnifs der Amplituden $\perp$ und $\parallel$

1) Monatsber. d. Berl. Acad. 1863, 16. März, S. 134.

Digitized by Google

der Einfallsebene polarisirt, die streifend aus der Prismenbasis ausgetreten sind (vergl. §. 16)

$$k_{\prime\prime} = \frac{S}{P} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}\cos(i - i_1).$$

Die Cauchy'sche Theorie ergiebt nach Gl. 21

$$k_{\prime\prime} = \frac{1}{\cos(J-J_1)\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2 J\operatorname{tg}^2(J-J_1)}}$$

welche Gl. für $J = 90^0$ wird

$$k_{\prime\prime} = \frac{n}{\sqrt{1+\varepsilon^2(n^2-1)}}.$$

Man übersieht, dafs die Wurzelgröfse wegen der Kleinheit von ε^2 nicht merklich von 1 verschieden sein wird.

Der Theorie nach müfste β = dem Polarisationswinkel der Substanz des Prismas gegen Luft seyn, wenn die einfallenden Strahlen, im Azimuth 45^0 polarisirt, senkrecht auf die Seitenfläche AB des Prismas auffallen.

Für ein Flintglasprisma No. 174., dessen Winkel $A = 88^0\,44'$ betrug, ergaben die Beobachtungen folgende in Tab. XXVII. zusammengestellte Resultate.

XXVII. Luft-Flintglas No. 174.

(Reflectirtes Licht.)

Reflexion	H	B	n	ε
in Luft	57° 26′	4°	1,566	0,07528
in Flintglas	31 30	3 18′	$\frac{1}{1,632}$	—0,09832
		Mittel	1,599	0,06776

(Durchgehendes Licht.)

$a = -7'',6$ $\quad \alpha = 45^0$

J_1	r	β	$k_{\prime\prime}$	$\delta_{\prime\prime}$ beob.	$\delta_{\prime\prime}$ ber.	arc (tg = $k_{\prime\prime}$) beob.	arc (tg = $k_{\prime\prime}$) ber.
38° 43′	−0,281	54° 19′	1,389	$\frac{\lambda}{4}$ 0,037	$\frac{\lambda}{4}$ 0,054	54° 15′	57° 58′

Digitized by Google

Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher. Natürlich mufste das aus der Hypotenusenfläche des Prismas ausgetretene Strahlenbündel noch eine merkliche Dicke haben, um mit dem Babinet'schen Compensator untersucht werden zu können. Es war also J_1 in Wirklichkeit kleiner als der angegebene, aus dem Brechungsexponenten berechnete Werth $38^0\,43' = \text{arc}\left(\sin = \frac{1}{n}\right)$, und daraus erklärt sich auch der kleinere Werth des beobachteten arc $(\text{tg} = k_{''})$, verglichen mit dem berechneten.

Die Beobachtungen über reflectirtes Licht zeigen dabei eine grofse Verschiedenheit der Polarisationswinkel für Reflexion in Glas und in Luft, die weit aufserhalb der Beobachtungsfehler liegt, so dafs man nicht sicher ist, ob der kleine beobachtete Werth $\delta_{''}$ nicht der elliptischen Polarisation durch Doppelbrechung in der nicht vollkommen homogenen Flintglasmasse zugeschrieben werden mufs.

Beobachtungen an einem anderen vollkommen gleichartigen Flintglas-Prisma No. 354 (dasselbe, welches zu den Versuchen §. 5 — 7, §. 16 und §. 28 — 29 gedient hatte) ergaben folgende Resultate, wenn der Strahl auf die Hypotenusenfläche in Glas ($J = 38^0\,25'$) oder in Luft ($J = 90^0$) auffiel, so dafs er in beiden Fällen einen möglichst kleinen Winkel mit der Hypotenusenfläche des Flintglasprismas bildete. Die wirklichen Werthe von J waren natürlich wieder kleiner, als die in Tabelle XXVIII. aufgeführten Werthe.

XXVIII. Luft-Flintglas No. 354.

(Durchgehendes Licht.)

$a = -7'{,}177$ $\quad \alpha = 45^0$

J	r	β	$k_{''}$	$\delta_{''}$ beob.	$\delta_{''}$ ber.	arc $(\text{tg} = k_{''})$ beob.	arc $(\text{tg} = k_{''})$ ber.
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$		
$38^0\,25'$	$-0{,}234$	$55^0\,17'$	1,440	0,033	0,023	$55^0\,14'$	$58^0\,8'$
90	$-0{,}383$	55 47	1,468	0,052	0,023	55 44	58 8

$n = 1{,}609$ $\quad \varepsilon = 0{,}029$

Digitized by Google

Um von der elliptischen Polarisation durch Ungleichartigkeit der brechenden Substanzen unabhängig zu sein, wurden auch noch Versuche mit Flüssigkeiten angestellt.

Ein gleichseitiges Hohlprisma mit dem der Basis gegenüberliegenden Winkel A von 105° 16′ wurde mit Wasser oder wässrigen Lösungen von Eisenchlorid oder Kaliumeisencyanid gefüllt. Die aus der horizontalen Oberfläche in Luft übergetretenen Strahlen, die einen möglichst kleinen Winkel mit der Oberfläche bildeten, wurden in der oben beschriebenen Weise mit dem Babinet'schen Compensator untersucht. Der Brechungsexponent des Glases des Hohlprismas war 1,51.

Nennt man n den Brechungsexponenten der betreffenden Flüssigkeit gegen Luft, i und j den Einfalls- und Brechungswinkel für den Uebergang aus Luft in Glas, j_1 und i_1 für den Uebergang aus Glas in die Flüssigkeit, so ist

$$\sin i = 1{,}51 \sin j \qquad \sin i_1 = \frac{1{,}51}{n} \sin j_1$$

$$i_1 = J_1 - 46^0\,58' \qquad J_1 = \operatorname{arc}\left(\sin = \frac{1}{n}\right)$$

$$k_{''} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot \cos(i - j)\cos(i_1^1 - j_1).$$

Die von der Brechung durch die Seitenflächen des Hohlprismas herrührenden Factoren $\cos(i-j)$ und $\cos(i_1 - j_1)$ sind so wenig von 1 verschieden, dafs ich sie bei der folgenden Rechnung vernachlässigt habe.

XXIX. Streifend in Luft ausgetretenes Licht.

$$a = -6'{,}8 \qquad \alpha = 45^0$$

J_1	r	$\delta_{''}$ beob.	$\delta_{''}$ ber.	arc (tg = $k_{''}$) beob.	arc (tg = $k_{''}$) ber.	$k_{''}$ beob.	n	ε
			Wasser.					
48° 27′	−0,055	$\frac{\lambda}{4}$ 0,008	$\frac{\lambda}{4}$ −0,011 −0,003	51° 17′	53° 11′	1,247	1,336	−0,0195 −0,0058
			Eisenchlorid.					
47° 36′	−0,129	0,019	−0,007	51° 22′	53° 33′	1,251	1,351	−0,0122
			Kaliumeisencyanid.					
46° 58′	−0,786	0,115	−0,006	51° 1′	53° 50′	1,236	1,368	−0,9300

Digitized by Google

Die für Kaliumeisencyanid angegebenen Werthe von n und ε ergaben sich aus der Beobachtung des in Luft zurückgeworfenen Lichtes, wobei die Reflexion in Luft negativ, $H = 53^\circ\ 50'$ und $B = 0^\circ\ 27'$ gefunden wurde. Die Reflexion in der Kaliumeisencyanidlösung selbst konnte wegen der starken Absorption des Lichtes durch diese Flüssigkeit nicht beobachtet werden.

Faſst man die Resultate der Versuche über die elliptische Polarisation des durchgegangenen Lichtes zusammen, so ist nicht zu läugnen, daſs die beobachteten Werthe von δ_a auſserordentlich klein sind, und der Mangel an Uebereinstimmung mit den berechneten Werthen in Beobachtungsfehlern seinen Grund haben kann. Jedoch bleibt es sehr auffallend, daſs die beobachteten Werthe von δ_a sowohl bei Substanzen mit positiver wie mit negativer Reflexion im dünneren Medium alle positiv sind, das Vorzeichen von δ_a zum Theil also demjenigen entgegengesetzt ist, welches die Theorie nach den Ergebnissen der übrigen Versuchen erwarten läſst.

37.

Aus den von Cauchy gegebenen Formeln (vgl. §. 35 Gl. 12—16) folgt, daſs senkrecht oder streifend auf die Gränze zweier durchsichtiger Medien auffallende linear polarisirte Strahlen auch nach der Reflexion linear polarisirt bleiben. Die Amplituden der beiden Componenten $\parallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt, müssen ferner einander gleich oder k muſs $= 1$ seyn für senkrecht oder streifend auffallende Strahlen.

Dies zeigt nun freilich der Versuch, so weit ich es irgend habe beobachten können, und zwar nicht bloſs für gewöhnliche, sondern auch für metallische und totale Reflexion. Für den Einfallswinkel $J = 0$ und $J = 90^\circ$ läſst sich mit dem Babinet'sche Compensator und Nicol'schen Prismen kein Unterschied zwischen gewöhnlicher, metallischer und totaler Reflexion finden.

Die Versuche wurden in der Weise angestellt, daſs eine zur Hälfte mit polirtem Metall (Silber, Gold, Quecksilber

Digitized by Google

oder Spiegelfolie) belegte Glasplatte in verschiedene Flüssigkeiten (Wasser, Terpenthin, Luft) gebracht wurde. Die Gränzlinie des belegten und unbelegten Theiles stand senkrecht zu den Parallelfäden des Compensators und wurde der eine Theil des dunklen Streifens im Compensator durch Licht, vom Metall reflectirt, der andere Theil durch Licht, vom Glas reflectirt, gebildet. Die im Azimuth α polarisirten streifend auffallenden und reflectirten Sonnenstrahlen gelangten durch den Babinet'schen Compensator und das analysirende Nicol'sche Prisma ins Auge. Der dunkle Streifen im Compensator erschien an der Gränzlinie beider Reflexionen ungebrochen und von derselben Intensität, mochten die Strahlen in Glas oder in Flüssigkeit zurückgeworfen worden seyn, mochten sie gewöhnliche, metallische oder totale Reflexion erlitten haben, sobald J nahe genug 90° war.

Zu den Versuchen über Reflexion in Glas diente eine Crownglasplatte von 106^{mm} Dicke und 5,5^{mm} Breite mit planparallelen Flächen, die Herr Steinheil die Güte hatte, für mich anfertigen zu lassen, und die wohl das vollkommenste ist, was in dieser Beziehung bisher geleistet worden. Nichts desto weniger hat diese Platte im Laufe mehrerer Jahre eine geringe Ungleichartigkeit angenommen, die sich durch blofses Liegen verändert hat. Strahlen verschiedener Reflexion mufsten unmittelbar benachbarte Stellen der Glasmasse durchlaufen und wurden in gleicher Weise durch diese Ungleichartigkeit der Glasmasse verändert. Man konnte daher sehr scharf wahrnehmen, ob Phasenunterschied und Azimuth für beide Reflexionen identisch waren.

Durch besondere Versuche über totale Reflexion an der Gränze von Wasser und Luft habe ich mich ferner überzeugt, dafs δ_1 bei wachsendem Einfallswinkel von $J_1 = 0$ bis $J_1 = \text{arc}\left(\sin = \frac{1}{1{,}336}\right)$ zunimmt von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ und von hier an beim Beginne der totalen Reflexion abnimmt bis zu einem Maximum-Werth bei $J_1 = 57°\ 56'$, wo es den durch die Fresnel'sche Formel (Gl. 3 §. 16) gegebenen Werth $1^{\lambda},637$

Digitized by Google

hat. Wächst J_1 weiter, so nimmt δ_1 allmählig wieder zu und erreicht für $J_1 = 90^0$ wieder den Werth $\frac{\lambda}{2}$.

Die Fig. 16 Taf. XI giebt ein übersichtliches Bild von diesen Vorgängen bei gewöhnlicher und totaler Reflexion, indem die Gröfsen δ als Ordinaten einer Curve zu dem betreffenden Einfallswinkel als Abscisse eingetragen sind. Die Curven beziehen sich auf Flintglas-Luft, Crownglas-Luft und auf Wasser-Luft, wo also in den ersten beiden Fällen die Reflexion im dünneren, im letzteren Falle dagegen die Reflexion im dichteren Medium positiv ist.

Auf die übrigen Curven für den Phasenunterschied bei metallischer Reflexion, welche diese Fig. 16 ebenfalls enthält, komme ich später noch zurück.

Fig. 17 Taf. XI enthält ferner als Ordinaten einer Curve, deren Abscissen die Einfallswinkel sind, die Werthe von k oder das Verhältnifs der Amplituden $\perp$ und $\fallingdotseq$ zur Einfallsebene polarisirt nach der Reflexion, wenn beide Amplituden des auffallenden polarisirten Strahlenbündels vor der Reflexion gleich waren.

Berlin, im April 1866.

III. *Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung; von F. Kohlrausch.*

(Schlufs von S. 227.)

VII. Abhängigkeit der Nachwirkung von der Gröfse und Dauer der vorangegangenen Verschiebung.

Die Nachwirkung wächst mit der *Gröfse der vorangegangenen Verschiebung*. Durch die folgenden Beobachtungen wird zunächst nachgewiesen, dafs das *Gesetz* dieser Zunahme durch die einfache *Proportionalität* mit genügender Schärfe darzustellen ist.

Digitized by

Einige Bemerkungen müssen indefs vorausgeschickt werden. Es ist gut, von den im Vorigen mitgetheilten Beobachtungen die jetzigen ganz zu trennen, weil die Aufstellung der Scala zwischen beiden geändert wurde, weil dieselben ferner die *ersten* mit dem Drahte angestellten Versuche enthalten, und zwischen ihnen und den anderen meistens ein Zeitraum von Monaten liegt. Sie können ferner aus verschiedenen Gründen nur auf eine *geringere Genauigkeit* Anspruch machen: sie entbehren des festen Spiegels, die Scala mufste wegen der Theilungsfehler corrigirt werden, und obwohl die Zimmertemperatur von Zeit zu Zeit notirt ist, so geschah diefs nicht systematisch und nicht innerhalb des Gehäuses. Die am weitesten auseinanderliegenden Temperaturen mögen etwa + 14°,4 und + 20° C. seyn. Eine Correction in dieser Beziehung ist *nicht angebracht*.

Von einer Bestimmung der jedesmaligen Ruhelage mufste Abstand genommen werden (wie auf S. 209), weil die den späteren Zeiten zugehörigen Beobachtungen kein genügendes Vertrauen verdienen. Einige der Reihen nämlich folgen hier auf die vorausgehenden schon nach wenigen Stunden, und daher wird ein *kleiner* Theil der Verschiebungen noch von den früheren herrühren können. Wenn der Vergleich aber auf die erste Zeit beschränkt wird, so müssen diese kleinen Störungen gegen die verhältnifsmäfsig grofsen Bewegungen verschwinden, um so mehr, da die vorausgehende Torsion in der Regel eine geringere Gröfse hatte, Es sind also, eben so wie auf S. 212, nur die *ersten* 20 *Minuten* in Rechnung gezogen.

Eine *Vergleichung* kann nichts desto weniger unschwer angestellt werden, und daraus ist das Gesetz abzuleiten. Denn auch hier treten die Curven unverkennbar als *ähnliche* auf, nicht nur unter einander, sondern auch mit denen des vorigen Abschnitts; und wenn diefs bis zu 20′ nachgewiesen ist, so wird es auch für die folgende Zeit gelten. Die Bestimmung von c ist hiernach leicht auszuführen, während α den früheren Werth behält.

Die Torsionszeit ist bei allen Beobachtungen die näm-

Digitized by Google

liche = 20″. Der Winkel φ variirt zwischen 45° und 341°. Wo, wie bei $\varphi = 90°$ und 45°, mehrere Reihen vorhanden sind, ist die Mittelreihe aus allen berechnet. Für $\varphi = 45°$ mufste 10′ anstatt 20′ als letzte Zeit festgesetzt werden.

Die folgende Tabelle enthält die beobachtete und berechnete von der Zeit t bis zur Zeit 20′ resp. 10′ erfolgte Drehung, wenn für die Berechnung die Formel III mit dem Exponenten 0,3875 und den unter jeder Reihe angegebenen Werthen von c zu Grunde gelegt ist.

Tabelle VIII.

Torsion = 341°			270°		180°		135°		90°		45°	
Zeit	beob.	ber.	beob.	ber.	beob	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
0,33′	31	32,5	23	23,8	15,0	15,3	10,9	10,8	6,7	6,1	3,9	3,9
0,5	25,7	26,5	19,6	19,4	12,6	12,5	8,9	8,8	5,3	5,0	3,2	3,1
0,7	22,0	22,3	16,3	16,3	10,5	10,5	7,5	7,4	4,3	4,2	2,6	2,6
1,0	18,6	18,3	13,3	13,4	8,6	8,7	6,0	6,1	3,4	3,5	2,0	2,1
1,5	14,9	14,4	10,5	10,6	6,7	6,8	4,7	4,8	2,6	2,7	1,5	1,6
2,0	12,6	12,0	8,7	8,8	5,7	5,7	3,9	4,0	2,1	2,3	1,1	1,2
3	9,7	9,1	6,6	6,6	4,3	4,3	2,9	3,0	1,5	1,7	0,7	0,9
5	6,5	5,9	4,3	4,4	2,9	2,8	1,9	2,0	1,0	1,1	0,3	0,4
7	4,7	4,2	3,0	3,1	2,1	2,0	1,3	1,4	0,7	0,8	0,2	0,2
10	3,0	2,6	1,9	1,9	1,5	1,2	0,8	0,9	0,4	0,5		
15	1,1	1,0	0,7	0,7	0,7	0,5	0,3	0,3	0,1	0,2		
$c =$	26,67		19,51		12,60		8,84		5,04		3,48	

Die Gültigkeit des früheren Exponenten α ist hiermit festgestellt, und nun wurde c unter Voraussetzung der Proportionalität mit der vorausgegangenen Torsion φ berechnet. Unter dem Vorbehalt, dafs genauere Bestimmungen ein *etwas* anderes Gesetz ergeben könnten, wird man die Uebereinstimmung ausreichend finden. Es wird nämlich, nach dem Ausdruck

$$c = 0{,}0733 \cdot \varphi$$

berechnet,

Digitized by Google

Tabelle IX.

φ	c	c ber.	Anzahl der Beobachtungen
45°	3,5	3,3	4
90	5,0	6,6	2
135	8,8	9,9	1
180	12,6	13,2	1
270	19,5	19,8	1
341	26,7	25,0	1

In Fig. 4 Taf. IV enthält die Linie c_1 eine graphische Darstellung dieser Resultate, welche ohne weitere Bemerkungen verständlich seyn wird.

Es ist somit innerhalb der angewandten Gränzen *bei constanter Torsionsdauer die Gröfse der Nachwirkung der vorangegangenen Verschiebung proportional; ihr Verlauf aber wird durch ähnliche Curven dargestellt.*

Suchen wir jetzt die *Abhängigkeit von der Torsionsdauer T*, so mufs φ unverändert bleiben. Es ist in allen folgenden Versuchen $\varphi = 180°$, während T zwischen 5″ und 600″ variirt.

Der gröfste Theil der hierhergehörenden Beobachtungen ist schon früher mitgetheilt, nämlich in Tab. III. die für die Dauer 120, 300 und 600 Sec.; in VI. und VII. die für 20, 40 und 60 Sec. Es folgen an neuem Material nur noch diejenigen für 10, 6 und 5 Sec.

Jedoch mufs der *absolute Werth der Constanten* für $T = 20''$ und $T = 40''$ noch bestimmt werden, weil der frühere Vergleich sich nur darauf bezog, dafs die in verschiedener Temperatur erhaltenen Reihen durch einander ähnliche Curven dargestellt werden.

In der folgenden Tabelle X wird nachgewiesen, wie in Tabelle VIII, dafs die in ihr enthaltenen Beobachtungen sich ebenfalls mit dem constanten Exponenten

$$\alpha = 0{,}3875$$

berechnen lassen. Der Nachweis genügt unter 20″ und 40″ für je eine der früheren Reihen, als welche die erste genommen werden soll.

Im Uebrigen gilt das Gleiche wie für VI. und VII., d.h.

Digitized by Google

der Stand für $t = 20'$ ist als Norm angenommen. Nur für $T = 6''$ mufste statt dessen die Zeit 13' gewählt werden.

Tabelle X.

Dauer = 40″			20″		10″		6″		5″	
Zeit	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
0,33′	14,25	14,51	10,02	9,86	6,31	6,01	4,60	4,50	4,20	4,21
0,5	11,95	11,85	8,09	8,05	4,95	4,91	3,60	3,63	3,56	3,44
0,75	9,83	9,59	6,50	6,51	3,90	3,97	2,84	2,90	2,77	2,78
1,0	8,33	8,18	5,51	5,56	3,29	3,39	2,37	2,44	2,35	2,37
1,5	6,50	6,45	4,31	4,38	2,50	2,67	1,85	1,88	1,82	1,87
2,0	5,34	5,37	3,56	3,65	2,05	2,23	1,50	1,53	1,50	1,56
3	3,90	4,05	2,60	2,75	1,54	1,68	1,13	1,10	1,12	1,17
5	2,55	2,65	1,67	1,80	0,99	1,10	0,68	0,64	0,82	0,77
7	1,72	1,87	1,12	1,27	0,71	0,77	0,42	0,39	0,57	0,54
10	1,17	1,15	0,64	0,62	0,47	0,48			0,29	0,33
$c =$	11,92		8,09		4,94		3,87		3,46	

Die Gröfse c nun ist hier nicht etwa der Dauer T proportional, sondern sie wächst Anfangs rascher als später. Es läfst sich zeigen, dafs man mit recht guter Uebereinstimmung sie einer einfachen *Potenz von T* proportional setzen kann.

Zu dem Zwecke aber wird vorher eine *Correction* wegen der Temperaturverschiedenheit angebracht, und zwar, da letztere innerhalb der Gränzen $+ 4°,0$ und $+ 14°,1$ C. liegt, nach der S. 218 angegebenen Regel. Ist τ die Temperatur der Beobachtung, so findet man den Werth, welcher der als Norm angenommenen Temperatur von $+ 12°,5$ entspricht, indem man c multiplicirt mit

$$\frac{12,5 + 21,5}{\tau + 21,5}.$$

Die so reducirten Werthe sind in der vierten Columne von Tab. XI. zusammengestellt, während die 5te da, wo mehrere Reihen vorhanden sind, das Mittel enthält. Die gute Uebereinstimmung in der vierten beweist die Richtigkeit der Correction. Für $T = 60''$ ist der Werth genommen, welcher sich aus der S. 223 aufgestellten Formel ergiebt.

Die Reihen für 120", 300" und 600" verlangen eigentlich drei Constanten, deren Abhängigkeit von der Dauer T aus den drei Beobachtungen nicht sicher zu ermitteln ist. Nimmt man deswegen hier die Werthe für c, welche der geometrischen Bedeutung dieser Constante in den anderen Curven entsprechen, nämlich die Ablenkung aus der wahren Ruhelage zur Zeit eine Minute, so erhält man nach kleinsten Quadraten, wenn *alle* Gröfsen der Rechnung zu Grunde gelegt werden, die Formel

$$c = 1{,}663 \,.\, T^{0{,}545}$$

wonach die Werthe unter »ber. 1« erhalten sind.

Werden aber nur diejenigen benutzt, bei denen die Aehnlichkeit der Curven strenge Gültigkeit hat, so bekommt man

$$c = 1{,}391 \,.\, T^{0{,}587}$$

wonach die Rechnung unter »ber. 2.« ausgeführt ist. Bei der Constantenbestimmung ist auf die Anzahl der Beobachtungen Rücksicht genommen. Bis auf den letzten eingeklammerten Werth stimmt die zweite Berechnungsweise besser, und jedenfalls innerhalb der Gränzen, in welchen die Beobachtungsfehler zu erwarten sind. Durch die Curve $c_{\prime\prime}$ in Fig. 4 Taf. IV wird die Rechnung dargestellt, während die einzelnen Punkte die Beobachtung bedeuten, und zwar zugleich deren Gewicht annäherungsweise durch ihre Stärke wiedergebend.

Tabelle XI.

T	Temp.	c	reduc. auf 12°,5	Mittel	ber. 1	ber. 2	Anzahl der Beobb.
5"	+13,8	3,46	3,33	3,33	3,99	3,58	1
6	6,4	3,87	4,72	4,72	4,41	3,99	1
10	11,5	4,94	5,08	5,08	5,82	5,38	2
20	4,0	6,21	8,30	8,21	8,48	8,09	4
	13,1	8,09	7,95				
	13,5	8,29	8,03				
	13,8	8,87	8,55				
40	5,8	9,62	12,10	11,82	12,36	12,15	2
	13,5	11,92	11,54				
60				15,46	15,41	15,42	8
120	11,6	24,3	24,5	24,5	22,5	23,16	1
300	14,1	41,3	39,3	39,3	36,9	39,66	1
600	13,0	53,4	52,7	52,7	53,9	(59,65)	1

Man hat somit gefunden, dafs innerhalb der Gränzen, wo die Formel III. Anwendung findet (und das ist für 120″ auch noch nahezu der Fall), der *Exponent α, der Coëfficient der Nachwirkung, derselbe bleibt, und die Integrationsconstante proportional ist der Gröfse der vorausgegangenen Torsion und einer Potenz von der Zeit, während welcher sie gewirkt hat.*

Wenn man sich die Annahme erlaubt, dafs für andere Torsionen dieselbe Potenz der Dauer auftreten wird, so ist demnach in Scalentheilen, wenn φ die Anzahl Grade bedeutet,

$$c = 0{,}007728 \,.\, T^{0{,}587} \,.\, \varphi.$$

Von den willkürlichen Einheiten macht man sich unabhängig, wenn man den Scalentheil auf die Einheit von φ reducirt, wonach

$$c = 0{,}00009093 \,.\, T^{0{,}587} \,.\, \varphi$$

wird. Dabei ist hervorzuheben, dafs diese Constanten offenbar *von der Länge des Drahtes unabhängig* sind.

So sind wir im Stande für unsere Drahtsorte die Ablenkung zur Zeit t Minuten nach Aufhebung der Torsion anzugeben, wenn eine Torsion φ während T Secunden mitgetheilt war. Es sey dabei die Temperatur τ, so wird

$$x = 0{,}00009093 \,.\, T^{0{,}587} \,.\, \varphi \,.\, \frac{\tau + 21°{,}5}{34} \cdot \frac{1}{t^{0{,}3875}}.$$

Hiernach berechnet, wird z. B. aus Tab. II. der Winkel, welcher der Zeit $t = 1'{,}30$ entspricht, $x = 13'{,}3$, während die Beobachtung $x = 13'{,}2$ ergeben hat.

Verlangt ist dabei, dafs man sich in den Gränzen der Gültigkeit von Formel III. hält; sonst bekommt man nur genähert richtige Gröfsen.

Mit Berücksichtigung dieser Beschränkung läfst sich durch obige Formel in manchen Fällen dem *praktischen Bedürfnifs* abhelfen, die wahre Ruhelage eines Wagebalkens an einem Drahte, etwa in der *Torsionswage*, aus der durch die Nachwirkung afficirten abzuleiten. Wenn, wie gewöhnlich, derselbe Draht zu vielen Messungen benutzt wird, so verlohnt

Digitized by Google

sich die Bestimmung obiger Constanten wohl. Freilich wird man für φ häufig einen Mittelwerth setzen müssen.

Die Kenntnifs der wahren Ruhelage aber ist wichtig, wenn man bei feinen Messungen die Aenderung des Drehungsmomentes während der Torsion berücksichtigen will, wozu früher die Formel angegeben ist (Bd. 119 S. 352).

Insbesondere aber wird bei Untersuchungen über die *Elasticitätsgränze*, zu denen sich ebenfalls die Torsion empfehlen dürfte, durch das Vorausgehende ein Mittel angebahnt seyn, sich von den Einflüssen der Nachwirkung, ohne grofsen Zeitaufwand mit Beobachtungen, frei zu machen; obwohl leider zugestanden werden mufs, dafs zu einer allgemeinen und sicheren Begründung der Gesetze noch viele Lücken auszufüllen seyn werden.

Bei Versuchen über Ausdehnung wird wahrscheinlich die Beschränkung der einfacheren Formel auf bestimmte Gränzen nicht eintreten; und auch bezüglich der Torsion kann man annehmen, dafs diese Gränzen sich für einen dünneren Draht weiter stellen werden. Die mit der Anwendung sehr kleiner Kräfte verbundenen Fehlerquellen, z. B. die langsame Bewegung der Beruhigungsplatte im Oele, haben hier zu Gunsten des stärkeren Drahtes den Ausschlag gegeben.

In wie fern die nachgewiesene Aehnlichkeit der Curven und die Einführung eines bestimmten Nachwirkungscoëfficienten für jede Substanz künftige Beobachtungen über diesen Gegenstand abkürzen können, braucht nicht auseinandergesetzt zu werden. Eine beschränkte Anzahl von Ablesungen wird in vielen Fällen genügen, um den ganzen Verlauf mit grofser Sicherheit festzustellen.

VIII. Nachwirkung nach einer sehr lange dauernden Torsion.

Zum Schlufs möge noch eine bereits erwähnte Beobachtungsreihe folgen, welche in verschiedener Beziehung bemerkenswerthe Resultate liefert. Sie betrifft die Nachwirkung nach einer *Torsion von* 585°, welche 9 *Stunden* =

Digitized by Google

32400 *Sec.* lang mitgetheilt war; eine unvergleichlich viel gröfsere Zeit als in den früheren Reihen.

Das Allgemeinste, was aus ihr ersichtlich ist, dürfte die *Regelmäfsigkeit* der Bewegung seyn, welche der Draht nach dem Aufheben der Drehung ausführte. Die Beobachtungen sind *ein halbes Jahr lang* fortgesetzt, und während dieser Zeit erfolgte die Bewegung des Spiegels, obwohl schliefslich mit einer Geschwindigkeit, welche nicht $\frac{1}{2}$ Scalentheil $= 20$ Bogensecunden täglich betrug, ganz regelmäfsig nach derselben Seite. Hieraus läfst sich mit Sicherheit folgern, dafs diese Drehung wirklich ein reiner Vorgang der Nachwirkung war, und man hätte somit in den Bewegungen der Molecüle auf ihre Gleichgewichtslage zu eine Regelmäfsigkeit gefunden, welche bei kaum einem andern physikalischen Gegenstande durch Beobachtung nachgewiesen worden ist.

Sodann aber wird bei Anwendung der Rechnung der unzweideutigste Beweis geliefert, dafs die allgemeinere Differential- und Integral-Formel II., welche im Vorigen überall zu Grunde gelegt werden konnte, *nicht* nur eine *zufällige* Uebereinstimmung giebt oder als eine blofse *Näherung* zu betrachten ist, sondern dafs sie wirklich das *Naturgesetz* darstellt. Denn wenn bei einer Bewegung um ungefähr 1000 Scalentheile in einer Zeit von $2\frac{1}{2}$ Stunden der *wahrscheinliche Fehler* der beobachteten gegen die berechneten Gröfsen $\pm 0{,}4$ Scalentheile, also 0,0004 der ganzen Aenderung beträgt, während durch die drei Constanten nur *drei Punkte* der berechneten Curve willkürlich festgelegt werden können, so sieht man leicht, dafs eine bessere Uebereinstimmung auf keine Weise erwartet werden darf, und dafs von einem Zufall hier nicht die Rede seyn kann.

Endlich zeigt die Reihe bei ihrer grofsen zeitlichen Ausdehnung und dem unvermeidlichen Wechsel der *Temperatur* den Einfluſs der letzteren auf die Bewegung der Theilchen.

Vor der Mittheilung der Versuche ist Folgendes zu bemerken: Bei einer Torsion von mehr als 360° war natürlich die Klemme zum Anlegen des Zeigers entfernt. Die

Digitized by Google

Drehung des Spiegels von dem Ende der ersten Minute bis zu dem Verlauf eines halben Jahres betrug etwa $26\frac{1}{4}$ Grad, also 2240 Scalentheile. Die nur 1 Meter lange Scale reichte daher nicht aus, und zweimal, wenn der Spiegel beinahe bis ans Ende gelangt war, mufste der Zeiger gedreht werden. Diefs geschah mit der nöthigen Vorsicht und kam nur zu Zeiten vor, wo die Geschwindigkeit sich während mehrerer Minuten nicht erheblich änderte. Die Gröfse der Drehung ist deswegen auch nicht nach dem Theilkreise bestimmt, sondern mittelst des letzteren Umstandes durch die beobachtete Geschwindigkeit selbst, indem aus ihr (genauer aus ihrem Mittel vor und nach der Drehung) die Bewegung in der verflossenen Zeit genau bestimmt werden konnte. Die erste Drehung mufste nach 80 Minuten vorgenommen werden, und die Genauigkeit der Reduction von einem Stande auf den andern ergiebt sich durch die Uebereinstimmung auch nach diesem Zeitpunkt.

Nach 30 Minuten stiefs der horizontale Hebelarm des Spiegels an den Halter, weswegen dieser entfernt werden mufste; und da hierbei eine kleine Verschiebung des Apparates vorgekommen zu seyn scheint, so wurde diese (ähnlich wie die Gröfse der Drehung des Zeigers) bestimmt, und von da an eine entsprechende Correction von 1,2 Scalentheilen angebracht.

Die anfängliche Bewegung war so rasch, dafs nur der Durchgang von 5 zu 5 Scalentheilen beobachtet wurde, wodurch die Interpolation auf Hundertel unmöglich wird. Uebrigens gestehe ich gern, dafs sogar die Uebereinstimmung bis auf Zehntel mich sehr überrascht hat. Da sie indessen vorhanden ist, so mögen wenigstens letztere mit abgedruckt werden.

Das Detail der Reductionen versteht sich von selbst. Die Bemerkung, dafs die Zahlen unter der Ueberschrift »x beob.« überall den mittleren Scalentheil = 42,4 Bogensec. bedeuten, genügt.

Was die angenommene *endliche Ruhelage* betrifft, so zeigte sich nach $\frac{1}{2}$ Jahr noch eine kleine Bewegung, und des-

Digitized by Google

wegen sind zu dem letzten beobachteten Stande einige Scalentheile hinzugefügt, nämlich die allerdings mehr oder weweniger willkürliche Zahl 22. Sie verschwindet gegen die anfängliche Bewegung vollständig und ist daher für Tab. XII. so gut wie indifferent.

Die *Constanten* C, a und m sind ähnlich bestimmt, wie in Abschn. V. m ist das Mittel aus 12 Werthen, welche je durch drei Punkte der Curven gegeben werden. Dafs hierzu nur Zeiten bis $t = 150$ Min. benutzt wurden, zu denen etwa die Hälfte der in Tab. XII. enthaltenen gehört, hat seinen Grund darin, dafs über diese Zeit hinaus m allmählich kleiner wurde, ähnlich wie früher. Wenn nicht auf die späteren Zeiten der Temperaturwechsel und der etwaige Fehler der Ruhelage einen schwer zu bestimmenden Einfluſs ausübten, so könnte man aus der lange fortgesetzten Beobachtung das Gesetz der Abnahme von m ableiten. Bis zu 150′ genügt das constante m vortrefflich, worin eine Bestätigung des früher (S. 213) Gesagten liegt, dafs man hier sehr nahe die Gränze vor sich hat, welche nicht überstiegen wird. Unter dieser Veraussetzung würde die gleich anzugebende Formel, wenn das Aufheben der Torsion momentan geschehen wäre, *bis zum Nullpunkt der Zeit genaue Gültigkeit haben*, ein Resultat, welches theoretisch von Bedeutung ist. Es würde zeigen, dafs die Nachwirkung eine von den übrigen Elasticitätsvorgängen ganz gesonderte Erscheinung ist. Der Werth der Constante C (der Ablenkung zur Zeit 0) $= 2551{,}6$ Scalentheilen oder sehr genau $= 30^{\circ}$ harmonirt hiermit sehr gut, und 289 Scalentheile $= 3^{\circ}\ 24'$ bedeutet darnach die Drehung in der ersten der Beobachtung entgangenen Minute. Die *ganze Nachwirkung nach einer Torsion von* 9 *Stunden Dauer erreicht demgemäfs an dem Silberdraht den Werth von* $\frac{30}{585}$ *oder etwa* 5 *Proc. des Torsionswinkels.*

Die etwas gröfsere Abweichung zwischen Rechnung und Beobachtung in den allerersten Zahlen erklärt sich hinreichend daraus, dafs die Rückdrehung zufälliger Um-

stände wegen etwa 10 Secunden in Anspruch genommen hat. Sogar mit Einschluss von diesen ist die *gröfste Differenz* = 1,4 Scalentheile, und der *wahrscheinliche Fehler der einzelnen Beobachtung* beträgt 0,4 Scalentheile oder 0,0004 der ganzen in $2\frac{1}{4}$ Stunde erfolgten Drehung.

Die berechneten Werthe sind erhalten aus

$$x = 2551{,}6 \,.\, e^{-0{,}12084 \,.\, t^{0{,}8478}}$$

und die Differentialgleichung wird demnach

$$-\frac{dx}{dt} = 0{,}042028 \,.\, \frac{x}{t^{0{,}6522}}.$$

Die Temperatur betrug Anfangs und während der Torsion 22°,5 C.; sie stieg in $2\frac{1}{4}$ Stunden auf 23°,0.

In Parenthese sind einige spätere Zeiten als 150 Min. beigefügt.

Tabelle XII.

t	x beob.	x ber.	Diff.	t	x beob.	x ber.	Diff.
1',0	2262,3	2261,2	— 1,1	27',5	1740,8	1740,3	— 0,5
1 ,1	2253,4	2252,0	— 1,4	30 ,0	1720,3	1720,1	— 0,2
1 ,25	2240,4	2239,2	— 1,2	32 ,5	1700,6	1701,0	+ 0,4
1 ,5	2220,4	2220,2	— 0,2	35 ,0	1682,6	1683,1	+ 0,5
1 ,75	2203,1	2203,2	+ 0,1	40 ,0	1649,4	1650,1	+ 0,7
2 ,0	2187,6	2188,0	+ 0,4	45 ,0	1619,6	1620,4	+ 0,8
2 ,5	2160,1	2160,9	+ 0,8	50	1592,5	1593,0	+ 0,5
3 ,0	2136,7	2137,6	+ 0,9	55	1567,0	1568,0	+ 1,0
3 ,5	2116,2	2116,8	+ 0,6	60	1543,8	1544,6	+ 0,8
4 ,0	2097,6	2098,1	+ 0,5	65	1522,3	1523,0	+ 0,7
4 ,5	2080,6	2081,0	+ 0,4	70	1501,9	1502,7	+ 0,8
5 ,0	2064,9	2065,2	+ 0,3	75	1482,7	1483,4	+ 0,7
6 ,0	2036,7	2036,8	+ 0,1	80	1464,5	1465,2	+ 0,7
7 ,0	2011,9	2011,8	— 0,1	90	1431,1	1431,7	+ 0,6
8 ,0	1989,1	1989,1	± 0,0	100	1401,0	1401,1	+ 0,1
9 ,0	1968,8	1968,5	— 0,3	110	1373,1	1373,0	— 0,1
10 ,0	1949,5	1949,5	± 0,0	120	1347,3	1347,2	— 0,1
11 ,0	1932,0	1932,0	± 0,0	130	1323,5	1323,1	— 0,4
13 ,0	1900,4	1900,0	— 0,4	140	1301,1	1300,7	— 0,4
15 ,0	1872,0	1871,6	— 0,4	150	1280,3	1279,5	— 0,8
17 ,5	1840,3	1840,0	— 0,3	(170)	1241,9	1240,9	
20 ,0	1811,8	1811,7	— 0,1	(200)	1191,7	1190,0	
22 ,5	1786,2	1785,9	— 0,3	(250)	1122,6	1118,9	
25 ,0	1762,7	1762,2	— 0,5				

Ueber den Versuch, auch für den *späteren Verlauf* eine Rechnung durchzuführen, ist schon erwähnt, dafs m kleiner

Digitized by Google

wird. Es scheint sich der Null zu nähern, und allerdings werden spätere Theile der Curve sehr nahe durch die einfachere Formel III. S. 10 dargestellt. Von einer ausführlichen Darlegung der Rechnung mufs abgesehen werden, weil durch den Temperaturwechsel die Verhältnisse zu sehr complicirt werden. Tab. XIII. enthält noch für eine Anzahl von Zeiten (mit der Stunde oder dem Tage als Einheit) die *beobachteten Elongationen*, wenn, wie gesagt, für die letzte nach 170 *Tagen* der Werth von 22 Scalentheilen *angenommen wird.*

Tabelle XIII.

t	x	t	x	t	x
h		h		Tage	
2,5	1280,3	29	600,2	20	190,5
2,75	1251,0	32	581,2	22	179,1
3,0	1224,3	36	560,0	23	169,8
3,25	1199,5	40	542,1	25	154,2
3,5	1176,7	48	512,0	27	140,5
3,75	1155,4	54	494,2	30	136,2
4,0	1135,2	60	478,8	35	110,8
4,5	1098,6	72	450,3	40	101.5
5,0	1065,8	84	433,5	45	96,8
5,5	1036,7	4 Tage	416,8	50	86,5
6,0	1010,2	4,5	402,3	55	79,3
6,5	986,0	5	390,5	60	74,5
7,0	963,5	6	367,0	65	69,2
7,5	942,9	7	348,3	73	60,8
8,0	923,6	8	335,2	105	48,7
8,5	905,9	9	325,2	110	47,3
9,0	889,3	10	315,0	120	42,5
10,0	859,5	11	302,8	130	34,8
11	832,3	12	287,5	140	31,8
12	809,2	13	267,8	150	28
13	786,7	14	246,3	160	24
14	767,0	15	229,0	170	22
23,5	643,4	16	215,7		
26	622,4	18	199,6		

Man konnte hier auf das Deutlichste bemerken, wie mit *Zu- oder Abnahme der Temperatur sofort die Bewegung zu- oder abnimmt.* Das Gesetz dieser Abhängigkeit aufzustellen würde von grofsem Interesse seyn, allein es ist mir wegen der Unsicherheit der wahren Gleichgewichtslage nicht gelungen, und ich trage Bedenken, für die unvollkomme-

nen Resultate noch mehr Raum in Anspruch zu nehmen. Es wird nothwendig seyn, den Temperaturwechsel künstlich und nach Belieben herbeizuführen, etwa mit Hülfe des Bd. 125 S. 626. beschriebenen Apparates. Nachdem die erste rasche Bewegung überwunden ist, lassen sich dann die auf einanderfolgenden Geschwindigkeiten mit Rücksicht auf die zugehörige Temperatur vergleichen.

Vorläufig soll der Einfluſs um der Uebersichtlichkeit willen *graphisch* dargestellt werden. Die *drei Curven AA, BB, CC* Fig. 5 Taf. IV stellen die Bewegung des Spiegels dar, wenn als Einheit der Abscisse die *Minute*, die *Stunde* und der *Zeitraum von zwei Tagen* gewählt ist, d. h. die oberste Curve bis zu 70 Min., die mittlere bis zu 70 Stunden, die unterste bis zu 140 Tagen nach Aufhebung der Torsion. Die Einheit der Ordinate ist überall dieselbe, nämlich der Winkel von 14',12 oder von 20 Scalentheilen. Für alle gilt ebenfalls der gleiche Nullpunkt, so daſs man sieht, wie in der ersten Stunde etwa der dritte Theil der gesammten Drehung ausgeführt wurde, im ersten Tage etwa $\frac{3}{4}$, und in der ersten Woche $\frac{6}{7}$. Die unterste Curve muſs für $t = 1'$ ebenfalls bis zu 2262 hinauf ergänzt werden; der betreffende Theil, welcher durch die oberste Curve mit der Minute als Abscisseneinheit dargestellt wird, würde hier von einer verticalen Geraden nicht zu unterscheiden seyn.

Während die beiden oberen Linien vollkommen gleichmäſsig verlaufen, ist die untere mit *wellenförmigen Ausbiegungen* versehen, deren Zusammenhang mit der *Temperatur* in die Augen fällt, wenn man sie mit dieser vergleicht, die durch die *obere punktirte Linie* dargestellt ist. Zu der letzteren gehören die links stehenden Grade der hunderttheiligen Thermometerscale. Man sieht, wie einer niedrigeren oder höheren Temperatur stets eine Verzögerung oder Beschleunigung der mittleren Bewegung entspricht. Noch deutlicher tritt dieſs hervor, wenn man die *untere punktirte Linie* in's Auge faſst, welche vom fünften Tage an die *beobachtete Geschwindigkeit*, d. h. die Bewegung nach Scalentheilen in 1 Minute, mit 1000 multiplicirt, darstellt. Ab-

Digitized by Google

gesehen davon, dafs im Mittel natürlich die Geschwindigkeit abnimmt, verlaufen die Ausbiegungen durchaus ähnlich.

Mit der Temperatur wächst die Bewegung der Theilchen nach ihrer wahren Gleichgewichtslage. Es wird also durch die Wärme entweder die Kraft, womit sie in die Ruhelage getrieben werden, vermehrt, oder der Widerstand gegen die Bewegung vermindert.

IX. Schlufs.

Nachdem es uns auf empirischem Wege gelungen ist, die elastische Nachwirkung in einigen wesentlichen Fällen auf Gesetze zurückzuführen, wollen wir, gestützt auf eine Andeutung Weber's über die *physikalische Ursache* dieses Vorganges, noch einige Bemerkungen folgen lassen.

a) Nach Weber ist die Bewegung der Molecüle, welche einer äufseren Kraftänderung, also einer Gestaltsänderung des elastischen Körpers, entspricht, in zwei Theile zu zerlegen: 1) in die *fortschreitende Bewegung* und 2) in die *Drehung*, durch welche die *Elasticitätsaxen* jedes Theilchens in die für die äufseren Kräfte bestimmten Stellungen gebracht werden [1]). Der erstere Theil der Bewegung geht ohne Widerstand, und deswegen, abgesehen von der Trägheit der Masse, plötzlich von Statten. Der Drehung aber widersetzen sich die Theilchen aus einer unbekannten Ursache. Sie bedingt die Nachwirkung, welche hiernach *specifisch verschieden* ist von den Vorgängen, welche man nach der gewöhnlichen Anschauung in der Elasticitätslehre unkrystallinischer Substanzen betrachtet.

b) Auch abgesehen von der Schwierigkeit, einen Grund für den Widerstand gegen eine fortschreitende Bewegung zu nennen, würden einzelne Erscheinungen durch ihn nicht zu erklären seyn, wie das folgende Beispiel beweist, welches zur elastischen Nachwirkung gehört und in einem schon lange bekannten Experiment ausgesprochen ist. Aendert man die *Stimmung einer Saite* erheblich, so zeigt sich, dafs der Ton nach einiger Zeit in der Richtung nach der früheren Stimmung hin verschoben ist. Organische Substan-

1) Weber, diese Ann. Bd. 54, S. 9.

Digitized by Google

zen lassen diese Erscheinung am auffallendsten hervortreten, weil die Nachwirkung bei ihnen einen hohen Betrag erreicht; doch sind auch Metalldrähte nicht ausgeschlossen. Hat man die Saite schon lange gebraucht und bereits höheren Spannungen unterworfen, so kann der Grund dieser Veränderlichkeit nicht in einer Ueberschreitung der Elasticitätsgränze gelegen seyn, welche obendrein nur bei einer *höheren* Stimmung eintreten könnte. Bei dem Erniedrigen derselben aber zeigt die Erscheinung sich ebenfalls. Offenbar also hat man es lediglich mit der Nachwirkung zu thun, denn diese bewirkt ja nach vermehrter resp. verringerter Ausdehnung eines Drahtes oder einer Saite ein allmähliches Herunter- oder Hinaufgehen der Spannung oder des Tones.

So lange und allgemein bekannt diese Erscheinung ist, wüfste ich nirgends eine Erklärung derselben angegeben. Und in der That erscheint sie nach der elementaren Elasticitätslehre geradezu paradox. Wir haben nämlich auf den ersten Blick eine Veränderung der Kraft ohne eine Verschiebung der Molecüle. Betrachtet man z. B. in der so eben *verkürzten* Saite ein einzelnes Stück mit senkrechten Endflächen, so halten diese einer immer wachsenden Zugkraft das Gleichgewicht, ohne dafs eine Veränderung im Innern vorzugehen scheint. Wenigstens ist die letztere nicht erklärlich, sobald man bei der Betrachtung je zweier benachbarter Querschichten stehen bleibt, welche, damit sie sich stärker anziehen, weiter von einander entfernt werden müssen. Wenn die Endflächen an ihrem Platze bleiben, so gilt dasselbe von jeder Schicht.

Die *Drehung* der Molecüle aber erklärt den Vorgang, sobald man annimmt, dafs sie langsam geschieht, und dafs durch sie eine *Aenderung der Molecularkräfte hervorgebracht wird, ohne dafs die Mittelpunkte der Theilchen ihre gegenseitige Stellung zu ändern brauchen.*

Bei der Torsion liegt ein ganz ähnlicher Fall vor, da nach einer Drehung des Drahtes bei constantem Torsionswinkel, also ohne dafs die einzelnen Querschnitte im Gan-

Digitized by

zen genommen ihre Stellung verändern, das Torsionsmoment abnimmt.

c) Wenden wir uns zu *unseren Versuchen*, so hatte in ihnen zuerst eine äufsere Kraft die Theile verschoben. Die damit verbundene Drehung der Molecüle wird mit der Gröfse und Dauer der Verschiebung zunehmen. Hebt man nun die Kraft auf, so findet Gleichgewicht nur dann statt, wenn genau die früheren Stellungen wieder eingenommen werden; aber die Rückdrehung der Theilchen hat denselben Widerstand zu überwinden, wie vorher die Drehung. Daher bleibt ein Abstand, welcher erst ganz allmählich verschwindet, der sich im Ganzen als eine temporäre Aenderung der Gestalt äufsert.

Nur die letztere, eine Function aller einzelnen Verschiebungen, oder wenn man will von einem Mittelwerthe derselben, ist zu beobachten. Welche Drehung jedem Theilchen zukommt, läfst sich bei der Unbekanntschaft mit der Lagerung und mit den Molecularvorgängen überhaupt nicht sagen; doch wird man allgemein annehmen können, dafs innerhalb gewisser Gränzen alle Drehungen einander proportional sind, und dafs ebenso die gesammte Gestaltsänderung des Körpers ein Mafs für sie enthält.

Gilt nun die letztere Proportionalität bei der Ausdehnung auch für gröfsere Verschiebungen, bei der Torsion dagegen nur für kleinere, so dürfen wir nach den bekannten Versuchen als Gesetz der Nachwirkung aussprechen: Die *Kraft*, mit welcher die Drehung hervorgebracht wird, ist dem *Abstand aus der Gleichgewichtslage*, der *Widerstand* der *Zeit nach der primären Aenderung proportional*. Die Zeit Null ist hiervon auszuschliefsen.

d) Wenn man einen Draht tordirt, so nimmt das Drehungsmoment, welches er auf einen Wagebalken ausübt, vom ersten Augenblick an ab. Hätte man diese Abnahme an unserem Drahte für die Torsion 180° bestimmt, könnte man aufserdem die scheinbare Ruhelage im ersten Augenblicke nach der Aufhebung beobachten, so würde die Frage beantwortbar seyn, ob man die Abnahme des Drehungsmo-

Digitized by Google

mentes unter Zugrundelegung eines *constanten Elasticitäts-modulus* lediglich auf eine Verschiebung der jedem Augenblicke entsprechenden gewissermafsen *virtuellen Ruhelage* reduciren kann. Ist dieses der Fall, so läfst sich aus den Beobachtungen in Abschn. VII. über die Abhängigkeit der zurückbleibenden Aenderung der Ruhelage von der Gröfse der Torsion ein wichtiger Schlufs mit Wahrscheinlichkeit ziehen: Die Beobachtungen ergeben freilich nicht die Gestalt des ersten Augenblickes, aber sie zeigen, dafs wenigstens von der Zeit 20 Sec. an die temporäre Entfernung von der Ruhelage der Gröfse der vorausgehenden Torsion proportional ist. Nimmt man diefs Verhältnifs auch für die Zeit Null an, so ist man versucht zu schliefsen, dafs *während der Torsion die Abnahme des Drehungsmomentes für verschiedene Winkel ähnlich verläuft, und zwar so, dafs die Gröfse der Abnahme im Verhältnisse mit der Gröfse der Torsion steht.*

e) Ferner hat sich ergeben, dafs die *Temperatur* einen erheblichen Einfluſs auf den Vorgang äufsert, dessen Gesetz wir dahin aussprechen können, dafs die Nachwirkung *mit der Temperatur zunimmt, mit sinkender Temperatur wahrscheinlich asymptotisch abnimmt.*

Nach der allgemeinen Annahme ist die Temperatur in einer *molecularen Bewegung* begründet, von welcher demnach auch die Nachwirkung abhängen würde. Wenn man unter einer solchen Annahme dem Widerstande irgend eine physikalische Bedeutung unterzulegen im Stande ist, so dürfte die nähere, womöglich eine quantitative Betrachtung, wenn auch vorläufig auf ganz hypothetischen Grundlagen, der Mühe werth seyn. Vielleicht kann sie auch in Betreff der Wärme einen kleinen theoretischen Beitrag liefern.

Es liegt auf der Hand, dafs man in der *Constanz einer Axe,* welche der raschen Bewegung der Molecüle entspricht, mögen dieselben *schwingen* oder *rotiren,* einen ausreichenden *Erklärungsgrund für die elastische Nachwirkung* mit Wahrscheinlichkeit finden kann. In Uebereinstimmung damit steht die Thatsache, dafs die Nachwirkung sich mit sin-

Digitized by Google

kender Temperatur der Null nähert, indem, wenn letztere absolut Null geworden ist, jeder Widerstand gegen die Drehung aufhört, also die wahre Gleichgewichtslage sofort erreicht wird. — Wie dagegen hiernach die andere im letzten Abschnitte betrachtete Erscheinung, dafs die Bewegung der Molecüle nach der Ruhelage hin mit der Temperatur zunimmt, zu erklären sey, sehe ich nicht ein.

Durch weitere Bemerkungen in das Detail ganz hypothetischer Betrachtungen, etwa über das Freiwerden von Wärme durch die Nachwirkung oder über einen möglichen Zusammenhang der letzteren mit thermischen Constanten verschiedener Körper, einzugehen, würde gewagt seyn. Dafs aber auch von dieser Seite die elastische Nachwirkung einer eingehenden Erörterung werth ist, scheint unzweifelhaft.

f) Das früher bezeichnete Gesetz der Abhängigkeit von der Temperatur, welches in der Tabelle mit der Erfahrung verglichen ist, darf, da seine Bestätigung nur innerhalb enger Gränzen nachgewiesen werden konnte, nur als ein mögliches bezeichnet werden. Will man sich in weitere Speculationen einlassen, so liegt der Versuch nahe, das Gesetz in einen Zusammenhang mit dem *Schmelzpunkt* zu bringen und eine Form zu substituiren, welche eine zweite Asymptote für die Linie enthält, durch welche die Constante c oder die Gröfse der Nachwirkung, mit der Temperatur als Abscisse, dargestellt ist. Es wäre diefs diejenige Ordinate, welche über dem Schmelzpunkt errichtet ist, also bei dem Silberdraht über der Temperatur 1000°.

Versuche an Körpern, welche einen niedrigen Schmelzpunkt haben, von denen z. B. das innerhalb gewisser Gränzen ebenfalls vollkommen elastische Wachs die Nachwirkung in einem ausgezeichneten Grade zeigt, dürften vielleicht zu interessanten Resultaten führen.

Schliefslich folge noch eine kurze Zusammenstellung derjenigen Sätze, welche bis jetzt *durch Beobachtung* über die elastische Nachwirkung gefunden sind. Sie erscheinen

Digitized by Google

freilich zum Theil als Inductionen, deren allgemeinere Begründung künftigen Versuchen vorbehalten bleibt.

1. Wenn die Gestalt eines festen elastischen Körpers durch äufsere Kräfte geändert wird, so setzen die Molecüle einem Theile der Bewegung (wahrscheinlich der Drehung ihrer Axen) einen Widerstand entgegen, vermöge dessen der neue Gleichgewichtszustand erst nach längerer Zeit, streng genommen mit dieser asymptotisch, erreicht wird. Unter günstigen Umständen ist noch nach Monaten die Bewegung deutlich erkennbar. Man mufs demnach sowohl theoretisch wie praktisch zwischen scheinbarer und wirklicher, temporärer und schliefslicher Ruhelage unterscheiden.

2. Diese elastische Nachwirkung ist nach Gröfse und Verlauf bei verschiedenen Substanzen verschieden. Sie ist an allen untersuchten Körpern wahrgenommen, am stärksten an denen organischen Ursprungs. Bei der Seide beträgt die Aenderung durch Nachwirkung mehr als die Hälfte der plötzlichen. Bei dem Glase und bei Metallen erreicht sie den Betrag von mehreren Procenten.

3. Von den dauernden Veränderungen durch Ueberschreitung der Elasticitätsgränze scheint sie unabhängig zu seyn.

4. Die Geschwindigkeit der Gestaltsänderung ist allgemein dem Abstande x aus der Ruhelage direct, umgekehrt dagegen einer Potenz der Zeit t, von dem Augenblicke der primären Veränderung an gerechnet, proportional. Hiernach wird der Abstand dargestellt durch die Formel

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n} \qquad x = C \cdot e^{\frac{\alpha}{n-1} \cdot t^{1-n}}.$$

5. Bei der Ausdehnung reducirt sich die Potenz der Zeit allgemein auf die erste, bei der Torsion wenigstens für kleinere Verschiebungen; wonach man hat

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t} \qquad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

6. Die Gröfse α hat für verschiedene Substanzen einen verschiedenen Werth, ist aber für denselben Körper

Digitized by Google

constant. Sie kann danach als der Coëfficient der elastischen Nachwirkung bezeichnet werden. (Die Ausdehnung hat für den Cocon 0,1719, die Torsion für den Messingdraht 0,1643 und für den Silberdraht 0,3875 als den Werth dieses Coëfficienten ergeben.)

7. War ein Draht T Minuten lang um den Winkel φ tordirt und wird nun plötzlich detordirt, so bleibt durch die Nachwirkung eine erst allmählich verschwindende Elongation x des Waagebalkens von der schliefslichen Ruhelage zurück, welche sich für die Zeit t Minuten nach der Detorsion innerhalb der sub. 5. erwähnten Gränzen und unter Voraussetzung einer bestimmten Temperatur darstellen läfst durch:

$$x = k \cdot \varphi \cdot T^{\nu} \cdot \frac{1}{t^{\alpha}}$$

worin alle Coëfficienten nur von der Drahtsorte abhängig sind. (Für den Silberdraht ist bei der Temperatur $+12^{0},5$ C. $k = 0{,}0010058$; $p = 0{,}587$ gefunden.)

8. Die Nachwirkung wächst mit der Temperatur τ. Unter den Verhältnissen von Nr. 7. ändert sich α in mittlerer Temperatur nicht; k dagegen hat bei constantem φ und T für $+21^{0}$ C. etwa den doppelten Werth wie für 0^{0} und wächst nahezu nach der Formel:

$$k = k_{1}\,(\tau + 21^{0},5).$$

Genauer wird es durch eine nicht lineare Function dargestellt, da in erhöhter Temperatur die Zunahme beschleunigt zu werden scheint.

9. Eine Vermehrung der Temperatur, während die Theilchen sich vermöge der elastischen Nachwirkung ihrer endlichen Gleichgewichtslage nähern, erhöht ihre Geschwindigkeit. Durch die Wärme wird demnach entweder der Widerstand vermindert, oder, was wahrscheinlicher seyn dürfte, die Kraft, welche die Molecüle in ihre Gleichgewichtsstellung zu drehen strebt, vermehrt.

Frankfurt a. M., Februar 1866.

Digitized by Google

IV. *Mineralogische Mittheilungen;* *von Prof. G. vom Rath in Bonn.*

(Fortsetzung von S. 259.)

16. Ueber die vulkanischen Eisenglanz-Krystalle vom Eiterkopfe bei Plaidt und die auf denselben aufgewachsenen Augitkrystalle.

Eine deutsche Meile südlich von Andernach zwischen den Orten Plaidt, Saffig und Ochtendunk erhebt sich auf der rechten Seite der Nette eine zwar nur wenig ausgedehnte (von West gegen Ost 560, von Nord nach Süd zwischen 360 und 430 Ruthen), aber vielgipfelige vulkanische Hügelgruppe, deren höchster Punkt, der grofse Wannen, 902 par. Fufs erreicht. Von dieser Vulkangruppe gab unser verehrter Wirkl. Geh. Rath von Dechen in seinem Werke über den Laacher See S. 397 — 418 eine ausführliche Beschreibung. Hier mag nur erwähnt werden, dafs jene Gipfel, unter denen mit besonderen Namen ausgezeichnet sind: der grofse Wannen, Michelsberg, Langenberg, Rotheberg, nördliche und südliche Eiterkopf, Taumen, theils Schlackenkegel, theils echte kratertragende Vulkane darstellen. Zu den letzteren gehört der Michelsberg, Rotheberg, der grofse Wannen, während der Taumen und die Eiterköpfe keine kraterähnliche Form besitzen, und der Langenberg einen fast geradlinigen scharfen Rücken bildet. Diese Hügel erheben sich über einer mit Löfs und darüberlagerndem Bimstein bedeckten Ebene, welche sanft gegen Nord, Ost und Süd abfällt, gegen West aber durch das Thal der Nette von den Krufter Höhen geschieden wird. Die Lavamassen, welche unseren Vulkanen entflossen, sind zum gröfsten Theile unter der Löfs- und Bimsteindecke verborgen und werden nur sichtbar an ihrem westlichen Ende, im Nettethal, sowie gegen Ost in jener Thalsenkung, welche sich unterhalb Saffig mit dem Thale der Nette verbindet. Die westlich in letzterem Thale auf eine Strecke von 800 Ruthen anstehende

Digitized by Google

Lavamasse ist nach Hrn. v. Dechen in ihrer mineralogischen Beschaffenheit der Mühlsteinlava von Niedermendig gleich: »alle Höhlungen in derselben sind mit einem Ueberzuge von Nephelin-Krystallen bedeckt.« Hiervon verschieden ist die Lava am östlichen Fufse unserer Hügel, im Thale von Saffig, welche wahrscheinlich in Verbindung stand mit der Lava von der Rauschenmühle, indem beide dicht, basaltähnlich sind, und keine Nepheline erkennen lassen.

Der Eisenglanz, welcher zu vorliegender Mittheilung Veranlassung bot, findet sich am südlichen oder grofsen Eiterkopfe. Dieser Schlackenhügel ist durch einen umfangreichen Steinbruch eröffnet, in welchem sogenannte »Krotzen« gewonnen werden. Der Stofs schneidet 30 bis 40 Fufs tief in die Schlackenmasse ein, und überfährt eine Spalte, welche mit ihren mannichfachen seitlichen Verzweigungen auf etwa 20 bis 25 Fufs senkrechter Höhe sich verfolgen läfst. Diese Spalte war augenscheinlich einst eine Fumarole, durch deren Thätigkeit der alle Kluftflächen bedeckende Eisenglanz erzeugt wurde. Da die Fumarolenspalte in kaum verbundenen Schlacken aufsetzt, so ist einige Behutsamkeit beim Sammeln des Eisenglanzes nöthig; auch ist zu erwarten, dafs dieselbe über kurz oder lang durch niederstürzende Schlacken gänzlich vernichtet wird, und ihre überaus zierlichen Bildungen an Ort und Stelle nicht mehr zu finden seyn werden. Der Eisenglanz bedeckt die Oberfläche der Schlackenstücke und bildet oft die schönsten Ausblühungen, welche bisweilen blumenkohlähnliche Gestalten zeigen. Die Farbe ist theils das gewöhnliche Stahlgrau, theils prachtvoll blau angelaufen. Die Gröfse der Krystalle schwankt zwischen 2 Linien und äufserster Kleinheit. Ihre Form ist die Combination des Hauptrhomboëders *P*, mit der Basis *c*, wozu untergeordnet auch das Hexagondodecaëder *r* hinzutritt, dessen abwechselnde Endkanten durch die Flächen des Hauptrhomboëders abgestumpft werden. Den Krystallen unseres Fundorts fehlen indefs meist die Flächen *r*. Häufig sieht man eine kastenförmige Bildung der Rhomboëderflächen. Aufser diesen Krystallen bildet der Eisenglanz am Eiter-

Digitized by Google

kopfe auch dünne Tafeln, welche bis 1 Zoll Gröfse erreichen und den vesuvischen an Schönheit nichts nachgeben. Diese sind indefs an ihrer Anwachsstelle so sehr zerbrechlich, dafs man sie fast niemals dem Schlackenstücke noch anhaftend, vielmehr gewöhnlich lose in der feinen vulkanischen Asche findet, welche den unteren Theil der Fumarolenspalte erfüllt. Unter diesen Tafeln finden sich auch linearische Formen, welche bei einer Gröfse bis zu einem Zoll nur $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Linie breit sind, und durch diese für den Eisenglanz ungewöhnliche Form sich als eine neue Zwillingsausbildung erweisen. Diese Eisenglanz-Verwachsungen, welche überhaupt zu den zierlichsten Krystallbildungen gehören, verdienen auch deshalb unser Interesse, weil man an ihnen deutlich wahrnimmt, wie der Aufbau der Krystalle hier vor sich gegangen ist. Jene linearischen Gestalten, welche die Fig. 25 möglichst naturgetreu darstellt, sind Verwachsungen zweier Reihen von Individuen, wobei die Basis *c* Zwillingsebene, eine Fläche des ersten sechsseitigen Prisma's Zusammenwachsungsebene ist. In diesem letzteren Umstande liegt eine Abweichung von den gewöhnlichen Eisenglanz-Zwillingen, da diese entweder sich gegenseitig durchdringen, oder sich mit der Zwillingsebene, der Basis *c*, begränzen. Die in unserer Fig. 25 nach unten gekehrte Seite der Zwillingsnadel ist eben, hier verläuft als eine kaum sichtbare Linie die Zwillingsgränze. Die obere Seite stellt einen treppenförmigen Bau dar, an welchem allerdings die Höhe der einzelnen Stufen im Verhältnifs zu ihrer Länge etwas geringer ist, als es die Figur der Deutlichkeit wegen zeigt. Ueber diese Oberseite läuft eine mehr oder weniger tiefe, mehr oder weniger ausgedehnte Längsrinne, gebildet durch je eine Rhomboëderfläche beider Individuen. Der Ansatzpunkt der Nadel liegt an ihrem dickeren Ende. Denn wenngleich meist die Nadeln an beiden Enden verbrochen sind, sah ich doch mehrfach deutlich den Ansatz derselben. Es legt sich nämlich an ein gewöhnliches sechsseitiges Eisenglanz-Täfelchen, begränzt durch *P* und *c*, und zwar oft nur an einer Ecke desselben ein Zwillingsindivi-

Digitized by Google

dunn an: so ist die Veranlassung zur Nadel geboten. Denn beiderseits (rechts und links) legen sich, und zwar auf der in unserer Figur abwärts gewandten Fläche, neue in Zwillingsstellung gegen einander befindliche Eisenglanzschichten an, welche am freien Ende, wo die jüngere Bildung die ältere überragt, zu wohlgebildeten Krystallen sich begränzen. So geht jeder neue Anschufs von der Anwachsstelle aus. Die neuen Anwachslamellen sind dort, wo sie auf den älteren Theilen der Nadel ruhen, zuweilen nur sehr dünn, verdicken sich aber wo sie frei unter jenen hervorschiefsen; wodurch eine weniger schnelle Verdünnung der Nadel hervorgebracht wird. Es zeigt sich gleichsam eine gröfsere Tendenz der krystallisirenden Eisenglanz-Theilchen, die Nadel zu verlängern als dieselbe zu verdicken. — So wuchs die Nadel bis die Fumarole kein Eisenchlorid mehr lieferte, oder vielleicht bis das Gewicht der Nadel ihr Abbrechen veranlafste. Zuweilen sehen wir indefs einen Abschluſs der Nadel, indem die eine Zwillingshälfte über die andere dominirt, jene stets breiter, diese stets schmaler wird, bis endlich die dominirende Hälfte allein den Kopf der Nadel bildet, und diese gleichsam als ein einfaches Individuum endet. Doch nicht immer schliefst die Bildung in dieser Weise ab. Die zurückgedrängte Hälfte — welche wegen des vorgelegten Kopfes des anderen Individuums in der alten Richtung nicht fortwachsen kann — wächst weiter in einer um 60° oder 120° veränderten Richtung, es bilden sich neue Zwillingsarme. Eine Nadel sah ich an ihrem Ende einen sechsstrahligen Stern tragend, dessen Arme in derselben Weise aus Zwillingsindividuen bestehen. Wie bei anderen ähnlichen Verwachsungen herrscht auch hier in der speciellen Ausbildung eine grofse Mannichfaltigkeit, welche an den zierlichen Krystallbildungen zu verfolgen, einen gewissen Genufs gewährt, deren ausführliche Beschreibung indefs ermüdend seyn würde.

Auf den Eisenglanz-Tafeln und Krystallen sind zuweilen aufgewachsen oder vielmehr in dieselben theilweise eingesenkt äufserst kleine gelbe Krystalle, welche der Beob-

achtung zwar leicht entgehen, da sie kaum $\frac{1}{10}$ Linie Gröfse erreichen, deren Bestimmung indefs von erheblichem Interesse ist. Denn die Verbindung der gelben Krystallchen mit dem Eisenglanze ist der Art, dafs für beide unbedingt eine gleiche Bildungsweise angenommen werden mufs. Bereits vor 5 Jahren beobachtete ich diese Krystalle, ohne dafs es mir indefs trotz vielfacher Versuche gelingen wollte, ihre Form zu bestimmen. Meine unbestimmte Muthmafsung ging dahin, es möchten jene dem blofsen Auge fast unsichtbaren Formen Rutil seyn, wodurch sich eine Analogie zu den alpinischen Eisenglanzen würde herausgestellt haben. Schliefslich ist es mir indefs gelungen, nicht nur im Allgemeinen die Form zu erkennen, sondern auch die Winkel mit annähernder Genauigkeit am Reflexionsgoniometer zu messen. Die kleinen gelben Krystalle stimmen danach auf das Vollkommenste in ihrer Form mit Augit überein, und es bleibt mir, gestützt auf Gründe, welche sich alsbald ergeben werden, durchaus kein Zweifel, dafs die gelben Krystallchen in der That Augite sind. Die Form ist die allgemein bekannte der eingewachsenen Augite und stellt folgende Combination dar:

verticales rhombisches Prisma . . . $T = (a : b : \infty c)$
ein zweites vert. rhombisches Prisma $f = (\frac{1}{3} a : b : \infty c)$
Querfläche . . . . . $a = (a : \infty b : \infty c)$
Längsfläche . . . . . $b = (b : \infty a : \infty c)$
schiefes rhombisches Prisma . . . $s = (a' : \frac{1}{2} b : c)$
ein zweites schiefes rhomb. Prisma . $u = (\frac{1}{4} a' : \frac{1}{4} b : c)$.

Die Axen, auf welche obige Formeln zu beziehen, sind dieselben, welche Quenstedt in seinem Handb. d. Min. für den Augit angenommen. Die Fläche f, welche die Kante $T : a$ abstumpft, führt bereits Miller auf. Die Fläche u, welche die stumpfe Kante $s : T$ abstumpft, findet sich häufig auch bei den eingewachsenen vulkanischen Augiten. Nach den Angaben v. Kokscharow's (Mat. z. Min. Rufsl. 4. B.) sind die Kanten obiger Flächen unter einander folgende: $T : T = 87^\circ\ 6',5$, $a : T = 133^\circ\ 33'$, $T : f = 152^\circ\ 52'.5$, $a : f = 160^\circ\ 41'$, $s : s = 120^\circ\ 48'$, $s : b = 119^\circ\ 36'$.

Digitized by Google

Diese sechs Kanten wurden mehrfach an dreien jener kleinen gelben Krystalle gemessen, und so weit die Genauigkeit der Messung reichte, mit den obigen Winkeln völlig übereinstimmend gefunden. Von Flächen, welche wie im vorliegenden Falle mit bloſsem Auge nicht mehr sichtbar sind, kann man dennoch ein Spiegelbild erhalten, wenn man ein Licht sehr nahe an den Krystall stellt. Auch unter dem Mikroskope untersuchte ich bei schwacher Vergröſserung sehr viele auf den Eisenglanzen sitzende Krystalle, und überzeugte mich, daſs alle die oft höchst zierlich ausgebildete Augitform besitzen.

Einen ferneren Beweis, daſs wir hier in der That Augite vor uns haben, gewann ich aus der Untersuchung einiger Schlackenstücke oder vielmehr schwach zusammengebackener Asche, welche der Fumarolenspalte entnommen war. Diese Masse, welche mit den Fingern sich zertheilen lieſs und der oberflächlichen Beobachtung durchaus nichts Merkwürdiges darzubieten schien, enthüllte der genaueren Untersuchung die interessantesten Verhältnisse. Offenbar wurden die aschenähnlichen Schlacken von den Fumarolen-Dämpfen durchzogen, welche theils Zerstörungen, theils Neubildungen veranlaſsten. So ist der Glimmer, welcher als häufiger Gemengtheil in diesen Laven sich findet, sichtlich angegriffen; seine Farbe ist goldgelb, Sprünge durchziehen ihn; Aufblähungen wölben die Lamellen auseinander; einzelne Blättchen sind durchlöchert. In den durch Zerstörung entstandenen Räumen haben sich allenthalben kleine Eisenglanze angesetzt, zwischen und auf denen sich auch jene gelben Krystalle zeigen. Aus der zerbröckelten Lava fallen viele zierliche schwarze Augite heraus (welche den Lavamassen des Plaidter Gebiets häufig beigemengt sind), deren Gröſse $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Linien beträgt. Sie besitzen eine eigenthümlich rauhe, wie zersetzt aussehende, doch schimmernde Oberfläche. Welche Bewandtniſs es mit diesen Krystallen habe, lehrt sogleich das Mikroskop. Die Augite sind nicht zersetzt, sondern mit unzähligen kleinsten aufgewachsenen Krystallen bedeckt, namentlich von Eisen-

Digitized by Google

glanzen in unregelmäfsiger Lage, und von gelben Augiten in regelmäfsiger Verwachsung. Vorzugsweise die verticalen Flächen sind in der genannten Weise mit Neubildungen bedeckt, wenigstens haben sich die neugebildeten Augite meist auf jenen Flächen angesiedelt; und wenn sie sich auf den Endigungsflächen *s* finden, so besitzen sie keine regelmäfsige Stellung. So entsteht der erwähnte eigenthümliche Schimmer der Augitflächen, welcher auffallend an den Uralit erinnert. Unsere Krystalle geben ein meſsbares Spiegelbild entsprechend den Flächen *T*, *f*, *a*, und *b*. Das der Fläche *f* entsprechende Bild rührt nur von den fast zahllosen aufgewachsenen kleinsten gelben Augiten her, da die eingewachsenen Hauptkrystalle niemals die Fläche *f* besitzen. Erwähnung verdient, dafs die kleinen Krystalle namentlich häufig und zunächst längs und in der Nähe der Kanten des gröfseren Krystalls aufsitzen, so dafs auch in diesem Falle die Kanten sich als jene Stellen erweisen, an denen zunächst eine Ansetzung krystallinischer Theile erfolgt. Die dem Eisenglanz aufsitzenden und die in Parallelverwachsung mit dem Augit verbundenen kleinen gelben Krystalle sind vollkommen identisch, und so liefert das letztere Vorkommnifs einen ferneren Beweis, dafs die dem durch Sublimation gebildeten Eisenglanze anhaftenden Krystalle in der That Augite sind. — Sollte von chemischer Seite noch ein Zweifel bestehen, so wird Folgendes denselben heben. Die gelben Prismen des Eiterkopfes finden sich wieder an dem jenseits der Nette in geringer Entfernung bei Plaidt sich erhebenden Corretsberge, der gleichfalls einen Schlackenkegel darstellt. »Die Oberfläche der Schlackenstücke findet sich vielfach mit Eisenglanz überzogen, der aus Gruppen kleiner sechsseitiger Tafeln besteht, die in den verschiedensten Richtungen durcheinander liegen. In den Drusen derselben finden sich mehrfach strahlige Ueberzüge eines gelben Minerals in äufserst kleinen Prismen krystallisirt und büschelförmige Partien haarförmiger Nadeln bildend. Etwas gröfser und von röthlichgelber Farbe sind diese Krystalle einmal auf der Oberfläche eines in der

Digitized by Google

Schlacke eingeschlossenen Quarzgeschiebes vorgekommen.« (v. Dechen, Laacher See.) Diese gelben Prismen bestimmte ich bereits vor mehreren Jahren als Augite (und rechnete sie der Varietät Breislakit zu), was auch durch eine qualitative Analyse bestätigt wurde. Es schien mir wichtig diese Bestimmungen nochmals zu wiederholen; und diese Wiederholung ergab durchaus dieselben Resultate.

In der oben erwähnten aschenähnlichen Schlacke finden sich fast ebenso zahlreich wie die Augite Hornblende-Krystalle eingemengt: auch diese zeigen eine ganz ähnliche Erscheinung wie die Augite, nämlich parallel aufgewachsene gelbe Prismen, welche man schon unter der Lupe, vollkommen deutlich aber unter dem Mikroskope erkennen kann. Zerbricht man einen solchen Hornblendekrystall, so stellt sich das Innere als gewöhnliche schwarze Hornblende dar. Die Bruchfläche erscheint wie mit einem fast goldglänzenden Rande umsäumt, welcher aus zahllosen unter einander und mit dem Hauptkrystall parallel verwachsenen gelben Prismen besteht. Diese bilden eine mehr zusammenhängende Hülle, als die betreffenden Prismen auf dem Augite, überkleiden auch die Krystallenden, woselbst sie besonders deutlich auskrystallisirt sind, und stellen sich als Hornblende-Krystallchen dar. An denselben konnte ich durch Messung folgende Flächen bestimmen:

vertikales rhombisches Prisma	$T = (a : b : \infty c)$
ein zweites vertik. rhomb. Prisma	$e = (a : \frac{1}{3} b : \infty c)$
Längefläche	$b = (b : \infty a : \infty c$
schiefe Endfläche	$P = (a : c : \infty b)$
schiefes rhombisches Prisma	$o = (a' : \frac{1}{2} b : c)$
ein zweites schief. rhomb. Prisma	$s = (a' : \frac{1}{6} b : c)$.

Dreht man diese Hornblende-Krystalle um die Hauptaxe, so sieht man dieselben zwischen den durch die Flächen *e* und *b* erzeugten Reflexen nochmals spiegeln, und zwar parallel einer Ebene, welche ungefähr mit einer Fläche $(a : \frac{1}{3} b : \infty c)$ übereinstimmen würde. Obige Formeln beziehen sich auf die von Quenstedt beibehaltenen Weifs'schen Axen.

Digitized by Google

Auch bei den Hornblende-Krystallen sind es vorzugsweise die Kanten an denen zunächst eine Ansiedelung der kleinen Prismen erfolgt. Die mikroskopischen Augite und Hornblenden sind in ihrem äufseren Ansehen so vollkommen einander gleich, dafs ich der Vermuthung Raum geben mufs, es seyen nur heteromorphe Zustände derselben Substanz, welche auf dem Eisenglanze und auf dem Augite die augitische, auf der Hornblende die Form dieser letzteren angenommen habe. Da die zarten Gebilde des Eisenglanzes, welche bei leisester Berührung zerbrechen, niemals weder von flüssiger Lava noch von fliefsendem Wasser können berührt gewesen seyn (auch die Art der Verbindung der Augite mit dem Eisenglanze eine gleichzeitige und gleichartige Bildung erheischt), so beweist die Fumarolenspalte des Eiterkopfs, dafs *der Augit* (und unzweifelhaft ebenso die Hornblende) *sich auf dem Wege der Sublimation bilden könne.*

Zu einer Zeit, in welcher man so vielfach, zwar mehr durch Theorie als Beobachtung, die Entstehung der Mineralien und Gesteine auf plutonischem Wege bekämpft, möchte die Beobachtung in unserer Fumarolenspalte und der geführte Nachweis, dafs hier ein Silicat durch Sublimation entstanden ist, nicht ohne Interesse seyn. Ueber den chemischen Vorgang bei dieser Bildung wage ich kaum eine Vermuthung: die Eisenglanze beweisen die Thätigkeit von Chlor-Verbindungen; und es ist durchaus nicht unmöglich, dafs die Bestandtheile des Augits in der Form von Chloriden dem Kraterschlunde entstiegen sind, und in Berührung mit dem atmosphärischen Wassergehalte sich in Oxyde umgewandelt haben. Doch möchte auch die Ansicht zulässig seyn, dafs die Augite unter Vermittlung von Wasserdämpfen, welche bei allen vulkanischen Processen eine so hervorragende Rolle spielen, sich gebildet haben.

Die Eisenglanz-führenden Schlacken des Eiterkopfs enthalten auf kleinen und gröfseren Drusenflächen gelben Glimmer in den zierlichsten, sechsseitigen Blättchen. Dieser zuweilen in inniger Beziehung zum Eisenglanz ste-

Digitized by Google

hende, offenbar neugebildete Glimmer ist auf den ersten Blick von den eingemengten gröfseren Blättern des ursprünglichen Glimmers zu unterscheiden. Dieser letztere zeigt überall die offenbaren Spuren der Zerstörung; die kleinen gelben Glimmerblättchen sind jüngeren Ursprungs, wahrscheinlich wie Augit, Hornblende und Eisenglanz ein Product der Fumarole.

Die in der Nähe der Spalte entnommenen Schlacken erscheinen dem bloſsen Auge dicht oder höchst feinkörnig. Unter dem Mikroskop indeſs erkennt man, daſs das Gestein durchaus aus krystallinischen Gemengtheilen besteht; neben Augit, Hornblende, Glimmer und Eisenglanz zeigt die Masse und zwar vorzugsweise farblose krystallinische Körnchen, deren Natur ich noch nicht mit Sicherheit habe ermitteln können. Meist zeigen sie keine deutlich erkennbare Form, einige Male sah ich indeſs sechsseitige niedrige Prismen, und bin deshalb geneigt, dieselben für Nephelin zu halten.

Das Auftreten von Silicaten durch vulkanische Sublimation ist bereits 1852 durch Archang. Scacchi am Vesuv beobachtet worden. Doch ist diesen Beobachtungen, die allerdings nicht die überzeugende Kraft besaſsen wie die Wahrnehmung in der Fumarolenspalte von Plaidt, nicht das Gewicht beigelegt worden, welches sie verdienen. Einer der kenntniſsreichsten Geologen, Dr. Justus Roth, bemerkt zu Scacchi's Beobachtung: »Gegen die von demselben vorgetragene Theorie der Bildung gewisser Silicate durch Sublimation lassen sich so gewichtige Bedenken erheben, daſs der Versuch einer anderen Erklärungsweise wünschenswerth ist.« Indeſs, die gelben Augite des Eiterkopfs schlieſsen jede andere Erklärung ihrer Entstehung als durch Sublimation aus; und mir scheinen auch die Beobachtungen Scacchi's überzeugend genug für die Annahme derselben Bildungsweise zu sprechen. »Hornblende durch Sublimation gebildet findet sich am Vesuv häufig. Sie pflegt lange, haarförmige gelblichröthliche Krystalle zu bilden, deren Farbe bisweilen an verfilzte Goldfäden erinnert. Bei dem Ausbruche von 1839 und den

Digitized by Google

späteren kleineren Eruptionen bis zum Februar 1850 habe ich oft haarförmige Hornblende in den Hohlräumen der Schlacken, aber nie einen Hornblendekrystall im Innern des Gesteins gesehen. In einem der nach dem Ausbruche von 1850 zurückgebliebenen Krater fand ich einen sehr grofsen Augitporphyrblock, der aufsen zersetzt und mit den gewöhnlichen Fumarolensalzen bedeckt, innen aufserordentlich zerbrechlich geworden war, und an einigen Stellen anfangende Verglasung zeigte. Sehr viele mit unzähligen haarförmigen, braunen Hornblende-Krystallen erfüllte Spalten durchzogen ihn im Innern. Ich konnte die gröfseren Krystalle mit dem Reflexionsgoniometer messen und fand $124\frac{1}{4}^{0}$, so dafs kein Zweifel über die Species vorhanden ist. Die verwandten Gattungen, Augit und Hornblende waren also so vertheilt, dafs die erstere nur im Gesteine selbst, die letztere nur in den Spalten vorkam, also wohl durch Sublimation entstanden war.« (Scacchi, Ueber die bisweilen durch Sublimation entstandenen Silicate der Somma und des Vesuvs, s. Roth, Der Vesuv, S. 380—386).[1])

Beim Eisenglanze findet sich bekanntlich aufser dem häufigeren Zwillingsgesetze (Zwillingsebene die basische Fläche c), nach welchem die Krystalle des Eiterkopfs und zwar in sehr eigenthümlicher Weise verwachsen sind, noch ein selteneres, welches dadurch charakterisirt ist, dafs eine Fläche des Hauptrhomboëders Zwillingsebene ist. Solche Zwillinge kommen vor sowohl bei dem vulkanischen Eisenglanze der Vulkaninsel Stromboli als auch bei den mit Rutil bedeckten Krystallen des St. Gotthardt's.

Die Ausbildung eines Zwillings von Stromboli habe ich nach einem dem Berl. Univ. Min. Cab. angehörigen Original in Fig. 26 dargestellt. Die an demselben zu beobachtenden Flächen sind folgende:

1) Späterer Zusatz. Auf der Insel Ischia, dem Trachyteilande am Monte Tabor, beobachtete ich in den feinen Spalten eines weifsen durch die dortigen Fumarolen zersetzten Trachyts die zierlichsten Augit- und Glimmerkrystalle, welche unzweifelhaft ebenfalls durch Sublimation gebildet sind. In einem für die Deutsche Geolog. Zeitschr. bestimmten Aufsatze werde ich darüber nähern Bericht erstatten.

Digitized by Google

$$c = (c : \infty a : \infty a : \infty a), \quad 0R$$
$$P = (a : a : \infty a : c), \quad R$$
$$r = (\tfrac{3}{2}a : \tfrac{3}{4}a : \tfrac{3}{2}a : c), \quad \tfrac{4}{3}P2$$
$$v = (a' : a' : \tfrac{1}{2}c : \infty a), \quad -\tfrac{1}{2}R$$
$$n = (a : \tfrac{1}{2}a : a : \infty c), \quad \infty P2$$
$$\chi = (2a' : \tfrac{2}{3}a' : a' : c), \quad -\tfrac{1}{2}R3$$

Aufser diesen in die Figur eingezeichneten Flächen findet sich noch eine schmale linearische Abstumpfung der stumpferen Endkante des Skalenoëders χ, welche dem Rhomboëder

$$(a' : a' : \tfrac{5}{4}c : \infty a), \quad -\tfrac{5}{4}R$$

angehört. Diese Form ist bisher noch nicht beobachtet; die entsprechenden Flächen an dem Krystalle von Stromboli sind indefs so schmal, dafs sie keine Messung erlauben.

Das Skalenoëder χ führt bereits Miller auf, bei dem es das Zeichen $2\,1\,\bar{1}$ erhält. Auch Hessenberg beobachtete und zeichnete es an einem Krystalle vom Cavradi an den Quellen des Vorderrheins (s. Mineral. Not. No. 5, S. 43). Dasselbe ist bestimmbar durch den Kantenparallelismus $P : r : \chi : n$, und $v : \chi : n : \chi'$.

Zuweilen zeigen die Zwillinge von Stromboli das dritte stumpfere Rhomboëder

$$y = (a' : a' : \tfrac{1}{8}c : \infty a), \quad -\tfrac{1}{8}R,$$

dessen Flächen parallel den Combinationskanten mit der Basis c gestreift sind. Während die durch die basischen Flächen $c : \underline{c}$ gebildete einspringende Kante 115° beträgt, ist der einspringende Winkel $y : \underline{y} = 137° 12'$.

Aehnlich gebildete Eisenglanz-Zwillinge vom St. Gothardt hatte Hr. Wiser die Güte mir in seiner Sammlung zu zeigen (März 1865). Es sind Rutil bedeckte Tafeln, deren Randflächen durch das Dihexaëder r gebildet werden. Das Hauptrhomboëder erscheint als schmale Abstumpfung der abwechselnden Dihexaëder Endkanten. Dazu gesellt sich noch das erste stumpfere Rhomboëder v. Die Zwillingsindividuen durchkreuzen sich unter dem Winkel von 113° resp. 67°.

Digitized by Google

17. Eigenthümlich ausgebildete Augite vom Laacher See.

Die im Bimsteintuffe des Laacher Sees zerstreuten Sanidinblöcke enthalten bekanntlich neben Titanit, Magneteisen, Hornblende gewöhnlich auch wohlausgebildete Augite, welche theils die gewöhnliche Combination der Flächen des verticalen rhombischen Prisma *T* mit Quer- und Längsfläche, und den Flächen des schiefen rhombischen Prisma's *s* (welche sich unter dem Winkel 120° 48′ schneiden) darstellen, theils auch flächenreichere Formen bilden, indem die Flächen *P*, *x* und *m* hinzutreten. Diese flächenreicheren Krystalle sind in Fig. 27 dargestellt.

Ein sehr verschiedenes Aussehen besitzen die Augitkrystalle, welche in Drusen einzelner Sanidinblöcke aufgewachsen sind, so dafs nicht nur ich selbst nach ziemlich eingehender Untersuchung der sehr kleinen Krystalle dieselben für etwas Neues hielt, sondern auch geübtere mineralogische Augen die Augitform nicht herauszufinden vermochten. Mehrfach ist dieser sonderbar ausgebildete Augit für Orthit gehalten worden. Dadurch möchte es sich rechtfertigen, diese Curiosität unseres Laacher Gebiets hier darzustellen, s. Fig. 28.

Die kleinen Krystalle besitzen die Form einer mäfsig dicken Tafel. Tafelförmige Augite sind überhaupt sehr ungewöhnlich; wo sie bisher beobachtet worden sind z. B. bei Warwick im St. New-York wird jene Form hervorgebracht durch das Vorherrschen der Fläche *P*. S. meine Mittheilungen aus d. Min. Sammlung des Dr. Krantz, diese Ann. Bd. CXI, S. 263, Taf. III, Fig. 5.

Die Tafelfläche der in Rede stehenden Laacher Augite ist *x*; und es sind dieselben eine Combination der Flächen: *T*, *a*, *b*, *P*, *x*, *s*, *u*, *m*, *n*, welche unter Annahme der Weifs-Quenstedt'schen Axen und Stellung die unter I stehenden, bei Annahme der Naumann'schen durch *s* und *m* gebildeten Grundform die Formeln unter II erhalten.

I	II	
$T = (a : b : \infty c)$;	$(a : b : \infty c)$,	∞P
$a = (a : \infty b : \infty c)$;	$(a : \infty b : \infty c)$,	$\infty P \infty$

Digitized by Google

I.	II.	
$b = (b : \infty a : \infty c)$;	$(b : \infty a : \infty c)$,	$(\infty P \infty)$
$P = (a : c : \infty b)$;	$(c : \infty a : \infty b)$,	$0P$
$x = (a' : c : \infty b)$;	$(a : c : \infty b)$,	$+P\infty$
$s = (a' : \frac{1}{2}b : c)$;	$(a : b : c)$,	$+P$
$u = (\frac{1}{3}a' : \frac{1}{4}b : c)$;	$(\frac{1}{4}a : \frac{1}{2}b : c)$,	$+2P$
$m = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{3}b : c)$;	$(a' : b : c)$,	$-P$
$n = (a : \frac{1}{4}b : c)$;	$(\frac{1}{4}b : c : \infty a)$,	$(2P\infty)$

In Fig. 28 Taf. I ist diese Augitform in derjenigen Stellung gezeichnet, in welcher sie eine gewisse Aehnlichkeit mit dem Orthit zeigt, s. »Ueber die Krystallform des Bucklandits (Orthits) vom Laacher See«, diese Annalen Bd. CXIII, S. 281 Fig. 3 Taf. VI. Diese Stellung, in welcher die Flächen des schiefen Prisma's s als verticales rhombisches Prisma erscheinen, fordert dazu auf, die Flächen auf neugewählte, der Stellung entsprechende Axen zu beziehen. Wählen wir die fast rechtwinkligen Axen

$$a : b : c = 0{,}56801 : 1 : 0{,}15592,$$

von denen die Axe a sich etwas nach vorne neigt, so dafs sie mit c vorne oben den Winkel

$$90^\circ\ 9',7\ ^{1})$$

bildet, so werden die Flächenformeln folgende:

$T = (a : \frac{1}{7}b : c)$	$s = (a : b : \infty c)$
$a = (a : c : \infty b$	$u = (\frac{1}{8}a : \frac{1}{14}b : c)$
$P = (b : \infty a : \infty c)$	$m = (\frac{2}{5}a' : \frac{2}{7}b : c)$
$P = (\frac{1}{6}a' : c : \infty b)$	$n = (\frac{1}{6}a' : \frac{1}{14}b : c)$
$x = (a : \infty\ b : \infty c)$	

In Bezug auf ihre Kantenwinkel sind die in Rede stehenden Augite, wie überhaupt die in den Sanadin-Blöcken von Laach vorkommenden (soweit ich dieselben bis jetzt

1) Diese Axenelemente sind nach v. Kokscharow's Daten berechnet; und zwar unter Zugrundelegung der drei Winkel

$a : x = 105^\circ\ 30'$
$P : x = 148\ \ 41{,}5$
$s : s = 120\ \ 48{,}33$

s. Mater. z. Miner. Rufslands Bd. IV, S. 258 bis 383.

Digitized by Google

untersucht habe) von sehr unregelmäfsiger Bildung. Ich beschränke mich darauf, diejenigen an mehreren tafelförmigen Augiten gemessenen Winkel, welche mit den von Kokscharow angenommenen Axen-Elementen am besten sich vereinbaren, mitzutheilen:

	Gemessen	Von Kokscharow ber.
$b : s$	119° 33′	119° 35′ 50″
$b : T$	136 28	136 26 44
$a : T$	133 32	133 33 16
$s : T$	121 16	121 12 4
$b : u$	132 3	132 6 14
$s : u$	156 50	156 41 33
$T : u$	144 31	144 30 31
$a : m$	126 10	126 0 23
$m : T$	134 41	134 39 1
$P : a$	105 38	105 48 30
$b : n$	138 38	138 36 4
$n : T$	131 44	131 53 30

Die vorstehenden Messungen wurden mit meinem älteren Intrumente ausgeführt, welches zwar einen Schlitten-Apparat zum genauen Centriren, doch kein Fernrohr besitzt.

Anmerkung. In der III. Forts. dieser Mittheilungen sind durch die dankenswerthe Aufmerksamkeit des Hrn. Prof. Rammelsberg einige Druckfehler und Irrungen aufgefunden worden, welche ich nachträglich zu berichtigen bitte.

S. 375 ist für das spec. Gew. des Dufrénoysit's zu setzen 5,549 statt 4,549
S. 399 $2R' : 0R$ statt $3R' : 0R$
S. 400 der Mittelkanten-Winkel des Diaspor's beträgt 82° 54 statt 97° 6′
S. 400 $x = (3a : b : c)$ statt $(2a : b : c)$
S. 401 ist dem Verzeichnisse der Diaspor-Flächen noch hinzuzufügen
$r = (\frac{3}{4}a : 4b : c)$ $\frac{1}{10}P\frac{1}{4}$ (Kokscharow)

Die Berichtigung etwaiger Druckfehler oder Irrthümer in vorstehendem Aufsatze werde ich mit vielem Danke entgegennehmen und in der nächsten »Fortsetzung« mittheilen.

Digitized by Google

V. *Ueber den Kupferwismutglanz; von A. Weisbach in Freiberg.*

In Folge des gegenwärtigen hohen Preises vom Wismutmetall wurde neuerdings die Grube Tannebaum-Stolln bei Schwarzenberg wieder in Angriff genommen; hierbei gelangte ein ausgezeichnetes Stück Kupferwismutglanz in den Besitz des Hrn. Ober-Berghauptmann Freiherrn von Beust und durch die Güte Desselben später in die mineralogische Sammlung unserer Bergakademie. Dieses Stück, welches das Mineral nicht wie gewöhnlich derb und in Quarz eingewachsen, sondern in aufgewachsenen, zum Theil über ein Zoll langen cylindrischen Krystallnadeln, von Quarz, Braunspath und Kupferkies begleitet, zeigte, gab mir Veranlassung, das genannte Mineral genauer zu studiren, und erlaube ich mir die Resultate dieser Untersuchung hier mitzutheilen.

Vorerst werde vorausgeschickt, dafs bereits im Jahr 1817 der verstorbene badische Oberbergrath Selb[1]) auf den merklichen Kupfergehalt des sogenannten Wismutglanzes vom Tannebaum-Stolln und auf seine Verschiedenheit vom eigentlichen Wismutglanz (BiS^3) aufmerksam gemacht hat. Diese Bemerkung Selb's scheint indefs wenig beachtet worden zu seyn, indem das fragliche Mineral erst 1853 von R. Schneider[2]) analysirt und als eine besondere Species mit dem Namen »Kupferwismutglanz« bezeichnet wurde. Die Analyse führte auf die Formel $Cu^{'''}Bi$, wonach der Körper enthalten müfste:

18,91	Proc.	Kupfer
62,01	»	Wismut
19,08	»	Schwefel.

Ein Jahr darauf (1854) untersuchte Dauber[3]) das Mi-

1) C. v. Leonhard's Taschenbuch Bd. XI, S. 441 und 451.
2) Pogg. Ann. Bd. 90, S. 166.
3) Pogg. Ann. Bd. 92, S. 241.

Digitized by Google

neral auch in krystallographischer Beziehung und erkannte es als dem rhombischen Krystallsystem angehörig. Der von Dauber beschriebene, nadelförmige, in der Richtung der Hauptaxe lang ausgedehnte, kaum $\frac{1}{3}$ Millimeter breite Krystall zeigte folgende Gestalten (siehe Fig. 15 Taf. VIII):

Prisma	$g = \infty \breve{P}\frac{3}{2}$
Makropinakoid	$a = \infty P \bar{\infty}$
Makrodoma	$d = P \bar{\infty}$
Makrodoma	$k = \frac{1}{3} P \bar{\infty}$

und ergaben die an ihm angestellten Messungen die Winkel:

$gg''' = 102^\circ\ 42'\ (\pm 10')$
$dd' = 101^\circ\ 38'\ (\pm 30')$
$kk' = 149^\circ\ 36'\ (\pm 30')$,

von welchen Winkeln den Dauber'schen Bemerkungen zufolge der erstere bis auf etwa zehn, die beiden letzteren auf dreifsig Minuten genau anzusehen sind.

Ich war nun so glücklich, auf dem erwähnten Stück ebenfalls einen Krystall mit Endflächen (No. 1.) zu entdecken; derselbe hatte bei einer Dicke von $\frac{3}{4}$ Millimeter den Habitus des von Dauber beschriebenen, und liefs (siehe Fig. 16[a] und 16[b] Taf. VIII) folgende Formen erkennen:

Makropinakoid	$a = \infty P \bar{\infty}$
Makrodoma	$d = P \bar{\infty}$
Makrodoma	$k = \frac{1}{3} P \bar{\infty}$
Prisma	$z = \infty P$
Prisma	$u = \infty \breve{P}\frac{3}{2}$.

Es unterscheidet sich also dieser Krystall von dem Dauber'schen durch das Fehlen des Prisma g, welches ich übrigens an den von mir untersuchten Krystallen nicht aufzufinden vermochte, und durch das Auftreten der Prismen z und u.

Die am Krystall vorgenommenen Messungen ergaben:

$da = 128^\circ\ 56'\ (\pm\ 8')$
$da' = 51^\circ\ 9',5\ (\pm\ 4')$
$ka = 104^\circ\ 54',5\ (\pm\ 5')$
$ka' = 75^\circ\ 4',5\ (\pm\ 5')$
$sa = 136^\circ\ 5'\ (\pm 10')$

Digitized by Google

und nur ganz approximativ

$$ua = 147\tfrac{1}{4}^{\circ}.$$

Aufser dem beschriebenen Krystall wurden noch drei mit verbrochenen Enden untersucht. Von ihnen zeigte der eine (No. 2.) nur die Gestalten:

$$\infty P \overline{\infty}\,(a),\ \infty P \breve{\tfrac{2}{3}}\,(u),\ \infty P \breve{\infty}\,(b);$$

ein anderer (No. 3.)

$$\infty P \overline{\infty}\,(a),\ \infty P\,(s),\ \infty P \breve{2}\,(y),\ \infty P \breve{7}\,(x),$$

unter welchen Prismen von dem ersten (s) statt vier Flächen drei, von dem zweiten (y) und dritten (x) nur zwei Flächen ausgebildet waren.

Ein dritter Krystall (No. 4.) endlich erschien nur von den Flächen

$$\infty P \overline{\infty}\ (a),\ \infty P \breve{\tfrac{2}{3}}\,(u),$$

begränzt.

Gemessen wurde an No. 3. im Mittel von sechs Bestimmungen

$$sa = 136^{\circ}\ 15'\ (\pm 10')$$

und

an No. 2. $ua = 145\tfrac{1}{3}^{\circ}$
an No. 3. $ya = 116\tfrac{1}{4}^{\circ}$
an No. 3. $x'a = 81\tfrac{1}{4}^{\circ}$
an No. 4. $ua = 149\tfrac{1}{3}^{\circ}$,

welche letzteren Messungsresultate nur als rohe Annäherungen zu betrachten sind, indem die bezüglichen Flächen wegen starker, mit der Hauptaxe paralleler Kerbung schlechte Bilder gaben.

Combinirt man die an den untersuchten vier Krystallen gewonnenen Resultate, so dürfte zu setzen seyn:

$$sa = 136^{\circ}\ 10'\ (\pm 10')$$
$$ss''' = 92^{\circ}\ 20'\ (\pm 20')$$
$$da = 128^{\circ}\ 52'\ (\pm 6')$$
$$ka = 104^{\circ}\ 55'\ (\pm 5')$$
$$dd' = 102^{\circ}\ 16'\ (\pm 12')$$
$$kk' = 150^{\circ}\ 10'\ (\pm 10')$$

und erfordert die Annahme von

Digitized by Google

$$u = \infty P \breve{\tfrac{3}{5}} : ua = 147^\circ\,23'$$
$$g = \infty P \quad : ga = 141^\circ\,20'$$
$$y = \infty P \breve{2} : ya = 117^\circ\,30'$$
$$x = \infty P \breve{7} : x'a = 98^\circ\,28',$$

es würde dann seyn

$$uu''' = 114^\circ\,46'$$
$$gg''' = 102^\circ\,40'$$
$$yy''' = 55^\circ\,0'$$
$$xx''' = 16^\circ\,56'.$$

Von diesen Prismen stimmt das Prisma *u* nahezu mit dem einen Prisma überein, welches G. Rose[1]) an dem Kupferantimonglanz ($\dot{C}u\dddot{S}b$) von Wolfsberg am Harz beobachtete, indem Derselbe aufser einem Prisma von 135° 12′ eins von 111° fand; indessen steht der Annahme einer von Schneider vermutheten Isomorphie beider Mineralien die Verschiedenheit der Spaltungsverhältnisse einigermafsen noch im Wege (siehe unten); übrigens scheint es mir sehr wahrscheinlich, dafs der Berthierit ($\dot{F}e\dddot{S}b$) ein drittes Glied dieser Gruppe bildet.

Was die Spaltbarkeit des Emplektit's (so nennt man jetzt auch oft, nach Kenngott's Vorschlag, den Kupferwismutglanz) betrifft, so geht dieselbe in vollkommener Weise nach dem Makropinakoid (*a*), wie schon Dauber angab (während der Kupferantimonglanz nach G. Rose brachydiagonal spaltet); aufserdem aber existirt eine recht deutliche Spaltbarkeit nach der Basis und eine wenig deutliche nach einem Prisma (*w*), welches vielleicht mit *y* identisch ist; ich fand nämlich am Krystall No. 4.

$$wa = 114^\circ,$$

welcher Winkel indefs auf Genauigkeit keinen Anspruch machen kann, insofern die betreffende Spaltungsfläche nicht in ihrer ganzen Ausdehung eben ist, sondern stellenweise in eine flachmuschlige Bruchfläche verläuft.

Für das specifische Gewicht des Kupferwismutglanzes finde ich nur eine Angabe, nämlich in Naumann's Mine-

1) Pogg. Ann. Bd. 35, S. 360.

ralogie, wo nach Kirwan der Werth 6,1 bis 6,2 steht; diese Angabe beruht jedoch auf einem Irrthum, da das von Kirwan untersuchte Mineral von Altenberg stammte, woselbst wohl der eigentliche Wismutglanz (BiS^3), nicht aber der Kupferwismutglanz vorkommt.

Da eine andere Angabe nicht aufzufinden war, die Kenntnifs des fraglichen specifischen Gewichts aber doch wünschenswerth seyn dürfte, so habe ich versucht dasselbe zu bestimmen, welche Bestimmung wegen des Eingewachsenseins in Quarz etwas umständlich und aus demselben Grunde auch nicht mit letzter Genauigkeit zu ermitteln ist. Zu dem gedachten Zwecke wurde eine gewisse, rücksichtlich ihres absoluten und specifischen Gewichts bestimmte Quantität des Quarz-Kupferwismutglanz-Gemenges [1]) in heifser Salpetersäure unter Zusatz von etwas chlorsaurem Natron aufgelöst und der rückständige (ausgewaschene, getrocknete und geglühte) Quarz seiner Menge nach bestimmt und so indirekt durch einfache Rechnung das specifische Gewicht des Kupferwismutglanzes gefunden. Ich habe drei dergleichen Bestimmungen bei einer etwa 5° C. betragenden Temperatur ausgeführt und setze ich die bezüglichen Daten hierher:

	Absolutes Gewicht des Gemenges	Specifisches Gewicht des Gemenges	Absolutes Gewicht des rückständigen Quarzes	Specifisches Gewicht des rückständigen Quarzes
	mgr			
1.	1612,2	4,419	487,9	2,587
2.	1430,7	4,436	470,6	2,754
3.	3703,9	4,343	1166,7	2,616

aus welchen Angaben sich berechnet

1) 5,214
2) 5,263
3) 5,137,

1) Auf das Aussuchen der Stückchen hierzu wurde wegen des fein eingesprengt vorkommenden Kupferkieses die nöthige Sorgfalt verwendet.

Digitized by Google

so dafs, wenn wir der letztern mit besonderer Sorgfalt ausgeführten Gewichtsbestimmung das doppelte Gewicht, der zweiten wegen eines kleinen dabei vorgekommenen Versehens das halbe beilegen, der Zahlwerth

5,18

sich von der Wahrheit nicht sehr entfernen wird.

Bei dieser Gelegenheit habe ich auch das specifische Gewicht des Altenberger Wismutglanzes, welches Kirwan zu 6,118 angab, bestimmt und gefunden:

1) 6,653 ($M = 881^{mgr},5$; $t = 5°$ C.)
2) 6,638 ($M = 1360^{mgr},2$; $t = 5°$ C.)
3) 6,643 ($M = 2232^{mgr},2$; $t = 5°$ C.)

woraus, wenn wir die Genauigkeit der bei den einzelnen Bestimmungen erhaltenen Werthe der eingewogenen Menge proportional setzen, sich die Zahl

6,643

ableitet, was auf den leeren Raum reducirt, giebt

6,636,

zu welcher Zahl ich noch die von andern Beobachtern gefundenen Werthe besitze:

von Drammen	6.403	nach Scheerer,
von »	6.545	nach Breithaupt,
aus Cornwall	6.405	nach Rammelsberg,
von Rezbanya	6.494	nach Wehrle,
von Riddarhyttan	6.567	nach Brisson.

Was endlich das Vorkommen des Kupferwismutglanzes angeht, so ist die in mehreren mineralogischen Handbüchern enthaltene Angabe, dafs er an verschiedenen Orten des Erzgebirges vorkomme, nicht richtig; er findet sich vielmehr einzig und allein auf der Grube Tannebaum-Stolln am Schwarzwasser bei Schwarzenberg, wo er auf einem Gange der Schwerspath-Formation, welcher Kobalt-, Nickel- und Wismuterze, so wie auch edle Silbererze führt, vorkommt; der eigentliche Wismutglanz findet sich dagegen an mehreren Punkten Sachsens und hier meist überall auf Zinngängen; es kann derselbe, am leichtesten und sicher-

Digitized by Google

sten dadurch vom Kupferwismutglanz unterschieden werden, dafs ihn heifse Salpetersäure weit rascher zersetzt als diesen, und er mit jener nicht eine intensiv grünlichblaue Lösung giebt, sondern eine farblose.

VI. *Ueber die mit dem Namen Speise bezeichneten Hüttenproducte; von C. Rammelsberg.*

Mit dem Namen *Speise* belegt man eigenthümliche Hüttenproducte, welche beim Verschmelzen von Blei-, Kupfer-, Silber-, Nickel- und Kobalterzen fallen, wenn dieselben Arsen, Antimon oder Wismuth enthalten, was bei den ersteren zuweilen, bei den beiden letzteren stets der Fall ist. Nach dem Schmelzprocefs heifsen sie Blei-, Kupfer-, Nickel- oder Kobaltspeise.

Die Speisen sind Legirungen stark elektronegativer Metalle: Arsen, Antimon, Wismuth, mit elektropositiven: Nickel, Kobalt, Eisen, Kupfer, Blei (Silber); besonders aber scheint die Gegenwart von Nickel und Kobalt, welche mit Arsen sich leicht legiren, die Bildung von Speise zu veranlassen. Bilden sie sich gleichzeitig mit Stein (Schwefelmetallen) und mit Werkblei, so lagern sie sich zwischen beiden ab, was zur Folge hat, dafs sie beim Erstarren von beiden etwas einschliefsen. Aber ihre Eigenthümlichkeit folgt schon daraus, dafs sie mit dem metallischen Blei nicht zusammenschmelzen, ja zuweilen fast bleifrei sind, trotzdem sie das Werkblei im Stichheerd bedecken.

Will man zu einem Ueberblick ihrer Zusammensetzung gelangen, so wird man nur aus der Uebereinstimmung verschiedener Speisen Schlüsse ziehen dürfen, da die Masse wohl nicht selten regulinisches Metall oder Schwefelmetalle (Stein) enthält. Nach dem elektronegativen Bestand-

Digitized by Google

theil mögen hier Arsen-, Antimon- und Wismuthspeisen unterschieden werden, von denen jene die häufigsten sind [1]).

A. Arsenspeisen.

Den zahlreichen vorhandenen Analysen füge ich hier die einer grofsblättrigen kupferrothen aus Westphalen stammenden hinzu, deren spec. Gew. = 7,762 ist. Sie enthält:

Schwefel	2,29
Arsen	41,10
Nickel	47,64
Kupfer	6,37
Eisen	2,60
	100.

Die Mischungsverhältnisse, denen man am häufigsten begegnet, sind:

I. $R^5 As^4$.

1)	Hierher gehört die viergliedrig krystallisirte, welche Wöhler und Schlofsberger untersucht haben	R = Ni
2)	eine von Horst (Schnabel) . .	Ni, Co
3)	eine von Dillenburg (Heusler)	Ni

II. $R^3 As^2$.

4)	Raffinirte Bleispeise von Ocker (Hampe)	R = Ni
5)	Von Schwarzenfels (Wille) .	Ni
6)	Die zuvor erwähnte (Rg.) . .	Ni, Cu

III. $R^3 As$ ($R^7 As^4$ bis $R^9 As^4$).

7)	Viergliedrig krystallisirte von Horst (Plakodin Breith. sp. Gew. 8,06) (Plattner)	R = Ni
8)	Grofsblättrige (Francis) . . .	Ni, Fe
9)	Prismatisch krystallisirte von Modum (Scheerer und Francis)	Co, Fe
10)	Tafelartig krystallisirte desgl. .	Co, Fe

1) Vergl. mein Lehrbuch der Metallurgie, II. Aufl.

IV. $R^5 As^2$.

11) Beispiele von Victor-Friedrichshütte (Rg.) . . . . . R = Ni, Fe

12) Krystallinische Kobaltspeise von Modum (Gude) . . . . . Co, Fe, Cu.

B. Antimonspeisen.

Von ihnen ist nur eine untersucht,

13) die raffinirte Kupferspeise von Andreasberg (Bruns) . . . = $(Cu, Fe, Co)^5 Sb^2$.

C. Antimon-Wismuthspeisen [1]).

Durch Hrn. Hüttenmeister Ulrich zur Ocker erhielt ich verschiedene Speisen von der Stephanshütte im Zipser-Comitat in Ungarn, und zwar von der Verschmelzung von Fahlerzen stammend, welche nach meinen Untersuchungen diese neue Abtheilung bilden.

14) Blättrig, z. Th. feinkörnig, von weifser Farbe; spec. Gew. = 7,552.

15) Z. Th. zweigliedrig krystallisirt, sonst blättrig, fast silberweifs, dem Antimon ähnlich; spec. Gew. = 7,524.

16) Körnig und blättrig; spec. Gew = 7,00.

	14	15	16
Arsen	1,71	0,28	0,66
Antimon	63,34	75,27	76,03
Wismuth	5,84	6,44	13,74
Kupfer	24,33	18,49	0,38
Eisen	4,38	1,00	Spur
Nickel	0,40	0,61	9,19
	100.	101,09.	100.

Sie geben bei der Berechnung:

14. $(Cu, Fe)^4 (Sb, Bi)^5$
15. $Cu (Sb, Bi)^2$
16. $Ni (Sb, Bi)^4$

1) Eine Wismuthspeise ist von Miller beschrieben (zweigliedrig) und von Dick untersucht. Sie ist = $(Ni, Cu) Bi^3$.

Digitized by Google

Bei den Berechnungen ist As = 75, Sb = 120, Bi = 208, Cu = 63,4, Fe = 56, Co = 59 angenommen.

Die Speisen, gleich den natürlich vorkommenden Arsen- und Antimonlegirungen, sind isomorphe Mischungen, und diese zeigen in Folge der Heteromorphie der Metalle verschiedene Krystallformen.

1. Reguläre.

Gruppe des Speiskobalts, enthaltend die Mischungen

$R^2 As^3$

$R\ As^2$

$R\ As^3$

Wo R = Ni oder = Co oder = Co, Ni, Fe ist.

2. Viergliedrige.

$Ni^5 As^4$ (No. 1)

und $Ni^3 As$ oder $Ni^7 As^4$ (No. 7).

Diese beiden Speisen haben dieselbe Form. Die erste ist von G. Rose gemessen worden, die zweite beschrieb Breithaupt[1]) als ein Mineral, welches er Plakodin nannte, scheint aber Krystalle untersucht zu haben, an denen die Octaëderflächen nicht vollzählig vorhanden waren.

Fig. 4 Taf. VIII Krystall nach G. Rose; Fig. 5 nach Breithaupt.

Bezeichnung nach Breithaupt

$M,\ h = o = a : a : c$

$f,\ n = o^{\frac{2}{3}} = a : a : \frac{3}{2}c$

$p = o^{\frac{1}{3}} = a : a : \frac{1}{2}c$

$b = c = c : \infty a : \infty a$.

Nimmt man den Seitenkantenwinkel (2C) von $o^{\frac{1}{3}} = 90° 40'$ (Breithaupt fand 93° 30' und 50'), so erhält man

$a : c = 0{,}884 : 1$

$= 1 : 1{,}131$

$(1 : 1{,}124$ G. Rose)

1) Diese Ann. Bd. 53, S. 631.

		Berechnet	Beobachtet Breithaupt	Beobachtet G. Rose
o	$2A$	= 106° 20′		106° 28′
	$2C$	= 115 56		
$o^{\frac{3}{2}}$	$2A$	= 117 54		
	$2C$	=	*93° 40′	
$o^{\frac{4}{3}}$	$2A$	= 100 24		
	$2C$	= 129 42		
	$c : o^{\frac{3}{2}}$	= 133 10	133 28	
	$c : o$	= 122 2	122 6	
			(120 5)	
	$c : o^{\frac{4}{3}}$	= 115 9	115 4	

3. Zweigliedrige.

Hierher gehört das Arsennickel $Ni\,As^2$ (Weifsnickelkies Breithaupt)[1]), dessen spec. Gew. = 7,1 ist, von Schneeberg und Riechelsdorf (während die reguläre Form, Breithaupt's Chloanthit, nur 6,5 wiegt). Ferner das Arseneisen, $Fe\,As^2$. Sodann die Antimon- und Wismuthspeise No. 15, $Cu\,(Sb, Bi)^2$. Ihre kleinen Krystalle sind rhombische Prismen p, mit einer auf die scharfen Kanten aufgesetzten Zuschärfung q. Nimmt man $p = a : b : \infty c$, $q = b : c : \infty a$, so ist:

	Ber.	Beob.	$Fe\,As^2$	$Ni\,As^2$
$p : p$ an a =		*119° 4′	122° 26′	124° Brth.
» b =	60° 56′		(Mohs)	
$q : q$ an c =		*82 30	82 20	
» b =	97 30			
$p : q$ =	112 24	112 ungef.		

Die von Miller beschriebene Speise, $(Ni, Cu)\,Bi^3$, die Legirungen $Zn\,Sb^2$ bis $Zn^3\,Sb$, nach den Messungen von Cooke und von mir[2]), so wie das Antimonsilber $Ag^3\,Sb$ und $Ag^6\,Sb$ gehören unstreitig hierher.

4. Sechsgliedrige.

Rothnickelkies, $Ni\,As$
Antimonnickel, $Ni\,Sb$,
sind sechsgliedrig gleich $Cu\,Sn^2$.

1) Diese Ann. Bd. 64, S. 184.
2) Zeitschr. d. geol. Gesellschaft Bd. 16, S. 618.

Digitized by Google

VII. *Ueber eine neue Modification des Kobell'schen Stauroskops und des Nörremberg'schen Polarisationsmikroskops;*
von Aristides Brezina in Wien.

I. Das Verfahren mittelst eines sogenannten Stauroskops die optischen Hauptschnittsebenen in einem jeden beliebigen Krystall zu bestimmen, wurde zuerst von Kobell (Münchener gel. Anz. 1855) genauer erörtert und darauf bezügliche Versuche angegeben, nachdem schon früher Dove ein ähnliches Verfahren angewendet hatte. Das zu Grunde liegende Princip ist in Kürze folgendes. Leitet man polarisirtes Licht durch einen optisch zweiaxigen Krystall, und hierauf durch eine Lamelle von einem einaxigen Krystall, die zur optischen Axe desselben senkrecht geschnitten ist, und betrachtet man den austretenden Strahl durch einen Zerleger, dessen Polarisationsebene senkrecht zu der des Polarisators steht, so wird im Allgemeinen das von der einaxigen Krystalllamelle herrührende schwarze Kreuz zerstört seyn, aufser es fallen die Hauptschnittsebenen im Krystall mit den Polarisationsebenen der Nicols zusammen. Zweck des Stauroskops ist nun, den Winkel zwischen einem bekannten Elemente eines Krystalls, einer Kante und einer Hauptschwingungsrichtung in demselben zu ermitteln.

Vor einiger Zeit erhielt nun Hr. Lenoir in Wien einige Exemplare des Kobell'schen Orginalstauroskops aus München, und war so freundlich, mir eins derselben zur Ansicht zu übergeben. Bei den ersten Versuchen mit demselben fand ich jedoch, dafs das Instrument für den Gebrauch sehr unhandsam ist, und sann daher auf eine Aenderung desselben, durch welche diese Mängel beseitigt werden könnten. Bevor ich jedoch den hierbei von mir befolgten Weg erörtere, soll eine kurze Betrachtung der Einrichtung des Instrumentes, wie es mir vorlag, die Mängel

Digitized by Google

desselben darthun, und dann werde ich zeigen, wie ich dieselben zu beseitigen suchte.

Das Kobell'sche Stauroskop (Fig. 17 Taf. VIII) besteht aus 5 Theilen: dem schwarzen Spiegel *A* als Polarisator, der in das Stativ eingelassen ist, ferner dem Krystallträger *B*, welcher in die Röhre *C* eingeschoben und beim Gebrauche mit dieser zugleich gedreht wird; die Röhre *C* ist an ihrem unteren Ende mit einem Wulst *a* versehen, welcher an einer Stelle unterbrochen ist, um einen entsprechend grofsen Zapfen *c* des Krystallträgers *B* aufzunehmen, und so zu bewirken, dafs *B* stets die nämliche Stellung gegen *C* einnehme; ferner trägt *C* einen in Grade getheilten Halbkreis *dc* und ist in dem Stücke *D*, welches den Nonius *f* trägt, drehbar. Der Nonius gestattet eine Ablesung von 6 Minuten. *D* ist an seinem obern Ende durch eine in der Mitte durchbrochene Scheibe *gh* geschlossen und ebendaselbst mit einem Schraubengang versehen. Dieser Schraubengang pafst in die Schraubenmutter des Deckels *E*; die zur optischen Axe senkrecht geschnittene Kalkspathplatte *i* wird auf die Deckplatte von *D* gelegt und durch den aufgeschraubten Theil *E* festgehalten. *E* geht am oberen Ende in eine Röhre aus, welche den analysirenden Nicol *k* trägt.

Beim Gebrauche wird nun der zu untersuchende Krystall auf die mit parallelen Linien versehene obere Platte des Krystallträgers *B* parallel einer der Linien dieser Platte aufgeklebt. Hierauf wird der Theil *B* in *C* hineingeschoben, bis zum Erscheinen des schwarzen Kreuzes gedreht und am Theilkreis abgelesen; dann der Theil *B* herausgenommen, die Platte sammt Krystall umgedreht und wieder abgelesen.

Bei dieser Manipulation wird nun der Krystall fast stets auf der ihn tragenden Platte aus seiner Stellung gebracht, und dadurch der angestrebte Zweck, die Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen zur gegebenen Kante, vereitelt, abgesehen von der Unbequemlichkeit, die ein solches fortwährendes Aus- und Einschieben des Theiles *B* mit sich bringt.

Digitized by Google

Um diese Uebelstände zu beseitigen, habe ich daher dem Instrumente nachfolgende Einrichtung gegeben.

An einem Stativ (Fig. 18) sind zwei Theile *A* und *B* mittelst Klemmschrauben befestigt. Der untere Theil *A* besteht aus einem cylindrischen Messingrohr von 53^{mm} Länge und 34^{mm} Durchmesser. Von unten läfst sich in dieses Rohr ein Einsatz mit einer Sammellinse *a* von 120^{mm} Brennweite und mit dem polarisirenden Nicol *b* einschieben. 6^{mm} unterhalb des oberen Randes der Röhre *B* ist ein in Grade getheilter Neusilberkreis *ef* von 77^{mm} Durchmesser fix angebracht. Auf den über den Theilkreis hervorragenden Theil von *B*, nämlich *gh*, pafst ein Ring *ik*, mit einem Nonius *c*, der eine Ablesung bis auf 4 Minuten ermöglicht. Dieser Ring *ik* trägt nach einwärts 2^{mm} unter seinem oberen, eingekerbten Rande einen Kranz *n*, mit einem Zapfen *o*; durch den Zapfen, dem ein gleich grofses Loch am Rande der durchbrochenen Platte *lm* entspricht, so wie durch den hervorstehenden Rand von *ik* wird *lm* festgehalten.

Der obere Theil *B* besteht ebenfalls aus einem cylindrischen Messingrohr von 53^{mm} Länge und 34^{mm} Durchmesser, in welchen 2 Einsätze gesteckt werden; der untere, durch eine durchbrochene Platte geschlossen, trägt die zur optischen Axe senkrecht geschnitte Kalkspathlamelle *c*, der obere Einsatz enthält den analysirenden Nicol.

In dieser Form bietet das Instrument viel mehr Bequemlichkeit dar, indem man beim Versuche keinen der Theile *A* und *B* aus seiner Lage zu bringen braucht, sondern einfach den Krystall parallel einer der Linien auf *lm* aufklebt, hierauf Ring sammt Platte auf *gh* setzt und nach einer Drehung bis zum Eintreten des schwarzen Kreuzes abliest. Dann wird die Platte *lm* abgenommen, ohne den Krystall in seiner Stellung zur Platte zu verändern, umgekehrt, und hierauf wieder abgelesen. Das Mittel beider Ablesungen giebt unmittelbar den gesuchten Werth des Winkels zwischen der Krystallkante und einer der Hauptschwingungsrichtungen.

Digitized by Google

NB. Die hierhergehörigen Figuren 17 und 18 Taf. VIII sind in halber natürlicher Gröfse ausgeführt.

II. Das Polarisationsmikroskop, welches ich verwende, ist im Wesentlichen nach dem Principe von Nörremberg gearbeitet. Es hatte schon Grailich ein ähnliches Instrument angegeben, und Hr. Lenoir hierselbst eines nach Grailich's Angabe auch ausgeführt; doch überzeugte ich mich, dafs das Gesichtsfeld in demselben keineswegs 130° umfafst, wie angegeben wurde, sondern kaum 80°, indem schon die Axen des Struvit ($[A\ B] = 60°\ 30'$) nahe am Rande des Gesichtsfeldes austreten. Das von Descloizeaux verwendete Polarisationsmikroskop nach Amici gestattet nicht, Zerleger und Polarisator gleichzeitig zu drehen, ein Nachtheil, der weiter unten seine Begründung finden wird.

Bei der von mir angewendeten Modification des Nörremberg'schen Polarisationsmikroskopes fallen nun gerade noch die beiden Axenbündel einer zur Bisectrix senkrecht geschnittenen Prehnitplatte ins Gesichtsfeld. Eine Messung des scheinbaren Axenwinkels an dieser Platte ergab mir 128° 30′ bis 129° (nach Descloizeaux, *Manuel de min.* 122° 59′ bis 129° 9′). Es zeigt daher dieses Instrument die beiden Axen der häufiger vorkommenden Substanzen mit grofsem Axenwinkel, wie z. B. Citronensäure ($[A\ B] = 110$), brasilianischer Topas ($[AB] = 118$ bis 120), apfelsaurer Kalk ($[AB] = 106°\ 30'$) schon innerhalb des blauen Saumes des Gesichtsfeldes und giebt daher ein sehr reines Bild.

Die Einrichtung dieses Instrumentes ist folgende:

Auf einem Stativ (Fig. 19 Taf. VIII)[1]) sind mittelst Klemmschrauben drei Ringe befestigt, welche fünf andern Theilen als Stütze dienen. Die einzelnen Theile sind, wenn wir vom untersten beginnen:

1) Der Theil I, ein Messingring — Länge 37^{mm}, Durchmesser 34,5^{mm} — mittelst des Armes *a* und einer Klemmschraube am Stativ befestigt.

1) Die zugehörige Fig. 19 Taf. VIII, ist wie die beiden früher erwähnten Figuren, in der Hälfte der natürlichen Gröfse ausgeführt.

Digitized by Google

2) Der Theil II, ein Messingrohr *bc*, 83^{mm} lang, welches genau in den Ring I pafst. Auf dieses Rohr ist ein 30,5^{mm} langer Messingreif *de* aufgelöthet, der 32^{mm} vom untern, 20,5^{mm} vom obern Ende des Rohres *bc* entfernt ist. Von unten wird in *bc* ein Einsatz mit der Sammellinse *f* (120^{mm} Brennweite) und mit dem polarisirenden Nicol *g* eingeschoben.

Von oben wird in das Rohr *bc* eine zweite Sammellinse *h* von 40^{mm} Brennweite eingeschraubt.

Am Ring *de* ist ein horizontal abstehender Arm *ik* angelöthet, welcher nach oben rechtwinklig abgebogen ist, und die Röhre *kl* bildet. In diese Röhre pafst der Stab *mn*, welcher durch die Klemmschraube *o* in *kl* festgehalten wird, oben wieder rechtwinklig abgebogen ist und die Hülse *pq* trägt, in welche ein Einsatz mit dem analysirenden Nicol *r* eingeschoben wird. [1])

3) Der Theil III ist ein Ring von denselben Dimensionen wie I; er wird bis zum Ring *de* auf den Einsatz II geschoben.

4) Die wichtigsten Theile des Apparates sind die vollkommen gleichen Einsätze IV und VI. Sie haben folgende Einrichtung:

Ein Messingring *rs* von 27^{mm} Länge und 34,5^{mm} Durchmesser; auf diesen Ring ist, 14^{mm} von seinem oberen Ende entfernt, ein zweiter 6,5^{mm} langer Ring *tu* aufgelöthet. In den Theil IV. werden zwei Einsätze eingeschraubt, von unten ein Einsatz mit der Sammellinse *v* (45^{mm} Brennweite), von oben ein 13^{mm} langer Einsatz, welcher die planconvexe

1) Durch diese Einrichtung ist man im Stande, immer beide Nicols zugleich zu drehen, während die zu untersuchende Krystalllamelle selbst ihre Stellung nicht verändert. Es ist diese gleichzeitige Bewegung der Nicols keineswegs durch die Drehung des den Krystall tragenden Theiles IV zu ersetzen, indem bei letzterem Verfahren sowohl die Axenpunkte längs der Peripherie des Gesichtsfeldes sich bewegen, was eine genaue Beobachtung der Lemniscaten und Hyperbeln stört, als auch der Theil des Krystalls, den man eben prüfen will, bei nur etwas ungenauer Centrirung aus dem Mittelpunkt des Gesichtsfeldes hinausgerückt wird.

Digitized by Google

Linse *w* (von 20^{mm} Brennweite) trägt, und am untern Ende mit einer Schraubenmutter versehen ist. In diese Schraubenmutter pafst der Schraubengang des Theiles *x*, so dafs man die planconvexe Linse *x*, die eine Brennweite von 25^{mm} besitzt, der Linse *w* nähern oder von ihr entfernen kann. *w* und *x* sind so gestellt, dafs ihre Planseiten nach aufwärts gekehrt sind. Der Abstand dieser Planseiten von einander beträgt 8^{mm}.

5) Ein einfacher Messingring von 33,5^{mm} Länge; er wird bis zum Reifen *tu* auf den Einsatz IV geschoben.

6) Der Theil VI ist, wie schon erwähnt, dem Einsatz IV vollkommen gleich; er wird in den Ring V geschoben und zwar mit den Planseiten der Linsen nach abwärts, so dafs seine Stellung der von No. IV gerade entgegengesetzt ist.

7) Ein 45^{mm} langer Ring mittelst des Armes *y* und einer Klemmschraube am Stativ befestigt; er wird bis zum Ring *t'u'* auf den Theil VI geschoben.

8) Ein 80^{mm} langer Ring, dessen oberer 46,5^{mm} langer Theil von einem aufgelötheten 2ten Ring $\alpha\beta$ umschlossen ist. Von oben wird eine Sammellinse *j* von 120^{mm} Brennweite eingeschraubt. Der Theil VIII wird bis zum Ring $\alpha\beta$ in den Theil VII hineingesteckt. Beim Gebrauche werden die Nicols gekreuzt, dann die Theile V, VI, VII und VIII abgehoben, die Krystallplatte auf den Einsatz IV gelegt und die übrigen Theile wieder aufgesetzt. Man nähert den oberen Linsensatz der Platte bis zu einer Distanz von ungefähr 1^{mm} bis 2^{mm}. Damit man bei Platten, die entweder selbst über 30^{mm} im Durchmesser, oder eine solche Fassung haben, den Theil V weglassen kann, mufs der Einsatz VI genau in VII hineinpassen, weil sonst die optischen Axen des untern und obern Linsensatzes nicht zusammenfallen würden.

In der vorliegenden Form eignet sich das Instrument nicht blofs zur Untersuchung der Körper in Luft, sondern er kann auch sehr leicht zum Messen des Axenwinkels in Oel verwendet werden, indem man die Theile VI, VII, VIII nebst dem analysirenden Nicol in den von Grailich

Digitized by Google

construirten Apparat zum Messen des Axenwinkels einführt. Es wird zu dem Zwecke blofs statt des Theiles VII ein ganz gleicher Ring, aber ohne Arm, angesteckt.

Ich bemerke nur noch, dafs die beiden angeführten Instrumente, Stauroskop und Polarisationsmikroskop, in ihrer vorliegenden Form bei Hrn. Lenoir in Wien in eleganter Messingausführung zu haben sind, und zwar das Stauroskop complet zu 20 Thalern, das Polarisationsmikroskop ebenso zu 35 Thalern.

VIII. *Ueber die Schwingungsbewegungen, welche die vereinte Wirkung des Magnetismus und der discontinuirlichen Ströme in leitenden Körpern hervorruft; von A. de la Rive.*

(*Arch. de sciences phys. T. XXV* (1866) *p.* 311).

In einer 1847 in d. *Philosoph. Transact.* und den *Archives d. sciences physiques* (*T. IV p.* 345) [1]) veröffentlichten Abhandlung habe ich die Thatsache niedergelegt, dafs Metallstäbe von jeglichen Dimensionen, zwischen die Pole eines starken Elektromagnets gelegt, einen sehr entschiedenen Ton geben, sobald sie von einem discontinuirlichen Strom durchflossen werden. Dieser Ton hat grofse Aehnlichkeit mit dem, welchen ein Eisenstab giebt, durch welchen man einen discontinuirlichen Strom leitet; nur ist im letzteren Fall nicht nöthig, den Leiter, welcher den Strom durchläfst, der magnetischen Wirkung zu unterwerfen, um einen Ton zu geben; während bei Leitern, die nicht magnetisirbar sind, diese Bedingung unumgänglich ist. Mit einem Wort: alle leitenden Körper erlangen unter Einfluſs eines Magnets die Eigenschaft, welche das Eisen

1) Auszugsweise in den Ann. Bd. 65, S. 637. P.

Digitized by Google

und die anderen magnetisirbaren Metalle schon von Natur besitzen, dafs sie beim Durchgange discontinuirlicher Ströme einen Ton geben.

Das war der Schlufs, zu welchem ich in der erwähnten Arbeit gelangte. Neuerlich durch eine Untersuchung ganz anderer Art darauf geführt, mich wieder mit diesem Gegenstande zu beschäftigen, fragte ich mich, ob nicht meine früheren Versuche eine andere Erklärung zuliefsen, als ich damals gab. Mit anderen Worten: Könnte man nicht den unter angegebenen Umständen auftretenden Ton dadurch erklären, dafs man ihn einfach der anziehenden und abstofsenden Wirkung des Magnets auf den stromleitenden Körper zuschriebe. Diese, wegen der Discontinuität des Stromes intermittirende Wirkung mufs in diesem Körper tonerregende Schwingungen hervorrufen. Diese Schwingungen sind vollkommen sichtbar in mehr oder weniger frei beweglichen Metalldrähten und in mit Seide besponnenen oder zu Schraubenlinien von nicht zu dichten Gängen aufgerollten Drähten.

Jedoch hat ein tieferes Studium der Aufgabe mir gezeigt, dafs man die Ursache des Phänomens nicht in einer solchen Wirkungsweise zu suchen habe. Ich will kurz die Versuche anführen, welche mich veranlassen, auf meiner früheren Meinung zu beharren, nämlich dafs es sich um einen rein molecularen Effect handelt.

Ich will nicht auf der Thatsache bestehen, dafs Stäbe von verschiedenen Metallen (Kupfer, Zink, Zinn, Blei, Wismuth und Antimon) unter den geeigneten Bedingungen einen Ton geben, auch wenn sie einen, zwei und selbst drei Centimeter dick sind. Es ist schwierig anzunehmen, dafs die magnetische Anziehung oder Abstofsung bei Stäben von dieser Stärke merkliche Entstaltungen und dadurch Schwingungen hervorzurufen vermöchten. Der Ton ändert übrigens seinen Charakter nicht mit der Dicke des Stabes, sondern ist nur etwas mehr oder weniger intensiv.

Flüssige Leiter zeigen dasselbe Phänomen wie starre

Digitized by Google

Stäbe; das hatte ich schon bemerkt, als ich mit Glasröhren operirte, die mit sauren oder salzigen Lösungen oder mit Quecksilber gefüllt waren. Allein da man glauben könnte, dafs der Ton von den als Rheophor zur Einführung des discontinuirlichen Stromes dienenden Metalldrähten herrührte, so richtete ich den Versuch mit dem Quecksilber so ein, dafs er gegen diese Fehlerquelle ganz geschützt war. Zu dem Zweck füllte ich ein 10 Meter langes Kautschukrohr mit Quecksilber und tauchte jedes seiner Enden in eine ebenfalls mit Quecksilber gefüllte Flasche. Die Durchleitung des Stromes durch die flüssige Säule geschah mittelst des Quecksilbers der Flaschen, in deren jede ein Rheophor tauchte, der solchergestalt mehr als 5 Meter von den Polen des Elektromagnets entfernt war, auf welchem der mittlere Theil des Kautschukrohres lag. Allein der Ton, welchen der mittlere, der Wirkung des Magnets ausgesetzte Theil der Quecksilbersäule gab, war genau derselbe wie bei den Versuchen, bei welchen das Quecksilber blofs in einem kleinen Troge oder in einer Glasröhre an den Pol des Elektromagnets gebracht war. Nur dieser Theil gab also einen Ton; das Uebrige, welches aufserhalb des magnetischen Einflusses war, gab keinen.

Ich habe auch sehr feingepulverte Metalle (Kupfer, Zink, Wismuth und Antimon) in Glasröhren von einem Centimeter Durchmesser eingerüttelt und dem intermittirenden Strom ausgesetzt; unter dem Einfluſs des Magnets war der Ton derselbe, wie bei den soliden Stäben.

Platindrähte, so fein, dafs sie beim Durchlafs des intermittirenden Stromes glühend wurden, und Goldblättchen, geklebt auf eine Glasplatte, gaben, obwohl in einem minderen Stärkegrade, denselben Ton.

Endlich hing ich einen ringförmigen Wismuthstab von einem Centimeter Durchmesser an einem sehr feinen Seidenfaden auf und näherte ihn dem Pole eines Elektromagnets. Sowie ich den discontinuirlichen Strom durchsandte, erhielt ich einen sehr deutlichen Ton; zwar gerieth der Stab in eine Oscillationsbewegung, allein diese, die keinen

Digitized by Google

Ton erzeugen konnte, war ganz verschieden von der inneren Vibrationsbewegung.

Obwohl überzeugt, dafs das Phänomen von einer inneren Molecularwirkung und nicht von einer äufseren mechanischen Wirkung abhange, suchte ich doch es etwas besser zu analysiren.

Statt des von mir angewandten Quecksilbercommutators, der mir mittelst eines Uhrwerks die Zahl der Intermittenzen in einer gegebenen Zeit anzeigte, nahm ich einen Rheotom mit gezahntem Rade, mittelst dessen sich in derselben Zeit eine sehr verschiedene Anzahl von Intermittenzen erhalten liefs. Dann brachte ich zwei Stäbe von gleichem Durchmesser (1 Centim.) und gleicher Länge (30 Centim.), aber verschiedener Natur, hintereinander in denselben intermittirenden Strom, so dafs sie von ihm gleichzeitig durchflossen werden mufsten. Sie waren so aufgestellt, dafs nach Erfordernifs entweder ein jeder oder blofs einer derselben auf einen der Pole des Elektromagnets gelegt werden konnte. Um besser den Ton eines jeden Stabes zu erkennen, hatte ich mich mit einem Hörrohr versehen, wie es in der medicinischen Praxis benutzt wird, und setzte das freie Ende desselben successive auf jeden der Leiter oder auf Theile desselben.

Zu diesem Versuche nahm ich zunächst zwei Stäbe, einen von Eisen und den andern von Kupfer. Der erstere gab ohne allen magnetischen Einfluſs einen sehr deutlichen Ton, der durch diesen zwar verstärkt, aber nicht in seiner Natur geändert wurde: Beweis, dafs diese beiden Töne von der nämlichen Ursache herstammen, welche nur eine innere Molecularwirkung seyn kann. Der Ton des Kupferstabes war etwas verschieden von dem des Eisenstabes und beide Töne waren ganz ähnlich dem, welchen das als Rheotom dienende gezahnte Rad gab; dieser bestand ebenfalls aus einer Reihe kleiner Metallschläge, die einander, je nach der Schnelligkeit der Umdrehung des Rades, mehr oder weniger rasch folgten, und daher einen mehr oder weniger hohen Ton erzeugten. Dieser Ton wurde, wenn

Digitized by Google

die Intermittenzen sehr rasch auf einander folgten, dem ähnlich, welchen die Antennen der Insecten hervorbringen. Die Identität der Töne des Rades mit denen der Stäbe war so grofs, dafs ich anfangs glaubte, nicht den Ton des Stabes, sondern den des Rades zu hören. Allein abgesehen davon, dafs die Entfernung, in welcher sich das Rad befand (es war in einem anderen Zimmer und in einem anderen Stockwerk des Hauses aufgestellt) einen solchen Schlufs nicht erlaubte, war die Thatsache, dafs der Ton verschwand, wenn die Magnetisirung unterbrochen ward, das Rad aber fortdauernd rotirte, ein unwiderleglicher Beweis, dafs der Ton seinen Sitz in dem Metallstabe hatte.

Als ich den Eisenstab durch einen Bleistab ersetzte, erhielt ich einen Ton von gleicher Natur mit dem, welchen unter denselben elektrischen Bedingungen der Kupferstab gab; nur schien er mir, wenn nicht schwächer, wenigstens tiefer zu seyn. Dasselbe Resultat erhielt ich mit einem Wismuthstabe, während mir ein Zinkstab einen Ton gab, der mehr dem des Kupferstabes ähnlich war. Im Allgemeinen scheinen die Töne, welche Stäbe von gleichem Durchmesser und gleicher Länge geben, nach der Natur des Metalls verschieden zu seyn. Scheint das nicht darauf hinzudeuten, dafs bei der Entstehung des uns beschäftigenden Phänomens die Molecularconstitution des Körpers eine wichtige Rolle spiele?

Um weiter einzudringen in den Vorgang dieses Phänomens, studirte ich es an sehr feinen leitenden Pulvern, die auf wohl polirten und recht trocknen Glasplatten ausgebreitet und mittelst zwei auf das Glas geklebter Kupfer- oder Platinstreifen in die Kette gebracht waren; diese Streifen hatten einen Abstand von 15 Centim., welcher folglich die Länge der Pulverschicht bei dem Versuch repräsentirte. Wegen des grofsen Widerstandes, welchen sehr zertheilte Körper dem Durchgang der Elektricität entgegensetzen, mufste ich zur Erzeugung des intermittirenden Stromes einen Ruhmkorff'schen Apparat anwenden, dessen Entladungen durch eine Schicht verdünnter Luft ging, um den einen

Digitized by Google

der Inductionsströme auszuschliefsen und nur einen beständig in derselben Richtung zu haben [1]). Im ersten Augenblick der Durchlassung des Stromes und ehe die magnetische Wirkung stattfindet, sieht man in dem Pulver eine markirte Agitation, die mir wesentlich von statischer Elektricität herzurühren scheint, aber defsungeachtet selbst dann andauert, wenn die Entladung regelmäfsig durchgeht. Mit sehr feinem Pulver von Kupfer, Zink und anderen Metallen sieht man sogar das Pulver auf der Glasplatte zwischen den als Elektroden dienenden Metallstreifen in kleine Gruppen zerfallen, getrennt durch Zwischenräume, wo keine Spur von Metall bleibt, so dafs es analog aussieht, wie die Schichtung des elektrischen Lichts in verdünnten Gasen.

In dem Moment der Erregung des Elektromagnets, auf dessen Pol die Glasplatte mit dem leitenden Pulver gelegt worden ist, ändert sich die Form ganz und gar, indem die ganze Masse in ein sehr entschiedenes Zittern geräth.

Sehr feines Pulver von Coaks läfst diese Bewegungen am besten beobachten. Man mufs dafür sorgen, eine hinreichend dicke Schicht zwischen den Elektroden auf der Glasplatte anzubringen, damit unter dem Einflufs der statischen Elektricität nicht die erwähnten Unterbrechungen der Continuität eintreten. Man macht vom Pulver ein Häufchen in Gestalt eines dreiseitigen Prismas, dessen Basis auf der Glasplatte ruht und dessen Kante nach oben ist. Im Moment, da man durch dieses Häufchen den durch eine verdünnte Luftschicht unterbrochenen Ruhmkorff'schen Strom gehen läfst, sieht man in dem Coakspulver eine kleine Aufregung, die aber nur einen Augenblick dauert; sowie man aber den Elektromagnet, auf dessen Pol die Glasplatte ruht, in Thätigkeit setzt, zeigt sich an den Rändern des Häufchens eine sehr deutliche Oscillationsbewegung: es sind gleichsam kleine, aus dem feinsten Coaksstaube ge-

1) *Verdünnte* Luft läfst aber auch, wenigstens theilweise, den Schliefsungsstrom durch, sobald er eine hinlängliche Stärke hat, und kann also nicht zur vollständigen Trennung desselben vom Oeffnungsstrom dienen. P.

Digitized by Google

bildete Wellen, die an beiden Seiten des Häufchens hin und her gehen. Gleichzeitig giebt die ganze Coaksmasse einen deutlichen Ton, der mit der Magnetisirung verschwindet. Ist die Coaksschicht nicht dick und hinreichend compact, so gewahrt man im Dunklen kleine Funken zwischen den Theilchen. In diesem Fall hört man ein sehr deutliches Geräusch, selbst wenn keine magnetische Wirkung stattfindet, aber mit dieser Wirkung wird das Geräusch viel intensiver. Sehr wahrscheinlich giebt es dann keine sichtbaren Funken, weil die Coakstheilchen einander zu nahe sind; jedoch finden zwischen ihnen kleine Entladungen derselben Art statt, welche unter dem Einfluſs der Magnetisirung einen Ton geben. Oft geschieht es sogar, daſs dieser Einfluſs die leuchtenden Entladungen giebt, und dieselben dunkel werden, wenn er aufhört.

Durch das Vorhergehende bin ich demnach zu der Annahme geführt worden, daſs im Allgemeinen in allen leitenden Körpern, seyen sie compact oder pulverförmig, starr, flüssig oder gasig, die Fortpflanzung der Elektricität durch moleculare Entladungen geschieht, welche, kleinen Volta'schen Bögen analog, bald leuchtend, bald dunkel sind, je nach der Intensität der Elektricität, der Masse des Körpers und seiner mehr oder weniger groſsen Aggregation. Das Glühen eines Metalldrahts beim Durchgang eines Stroms oder einer Entladung wäre nur ein besonderer Fall des allgemeinen Phänomens.

Unter dem Einfluſs einer starken äuſseren Magnetwirkung verschieben und stellen sich in eigenthümlicher Weise die Theilchen, zwischen welchen die Entladungen stattfinden. Wenn aber die Entladungen oder die Magnetwirkung discontinuirlich sind, so alternirt diese Verschiebung oder Verstellung der Theilchen mit der Rückkehr in ihre natürliche Lage. Und daraus entspringt eine Oscillationsbewegung, welche den in diesem Fall hörbaren Ton giebt.

Ich muſs noch bemerken, daſs die Entladungen der Ruhmkorff'schen Maschine, wenn sie Metallstäbe unter Wirkung des Magnets durchlaufen, denselben Ton geben,

Digitized by Google

wie bei ihrem Durchgang durch die nämlichen Metalle in Pulverform, vorausgesetzt immer, dafs man zur Ausschliefsung des einen Inductionsstroms eine verdünnte Luftschicht in die Kette eingeschaltet hat. Diese Luftschicht darf indefs nicht zu verdünnt seyn, weil sonst der Ton viel weniger deutlich ist; ein Vacuum von 5 bis 6 Millim. ist hinreichend. Diefs beweist klar, dafs der Ton aus Entladungen zwischen den Theilchen entspringt. Fügen wir noch hinzu, dafs man mit den Strömen der Ruhmkorff'schen Maschine schon vor der Magnetisirung einen Ton vernimmt, wenigstens in vielen Fällen, und dafs die Magnetisirung ihn nur verstärkt. In diesem Fall, wie in dem vorhergehenden, variirt die Intensität und die Natur des Tons mit der Natur der angewandten Metalle. Es scheint, dafs diejenigen die deutlichsten Töne gaben, deren Molecüle am abständigsten sind oder die eine krystallinische Structur haben, wie Antimon oder Wismuth. Die Ströme des Ruhmkorff'schen Apparates verdienen bei diesen Versuchen den Vorzug, nicht allein, wenn der Körper pulverförmig ist, sondern auch, wenn er sehr kleine Dimensionen besitzt, z. B. als sehr feiner Draht oder sehr dünnes Blättchen angewandt wird.

IX. *Ueber die Einwirkung des Chlorjods auf Schwefelkohlenstoff und über die dabei entstehenden Producte; von Rudolph Weber.*

Der Schwefelkohlenstoff, welcher bekanntlich mehrere flüchtige Chlorverbindungen, z. B. Chlorphosphor, Chlorzinn, unzersetzt auflöst, zerlegt sich in Berührung mit dreifach Chlorjod. Trägt man Chlorjod in Schwefelkohlenstoff ein, so erfolgt eine sehr heftige Reaction und es bildet sich unter lebhafter Wärmeentwickelung eine tief braun gefärbte,

Digitized by Google

sehr unangenehm riechende Flüssigkeit, in welcher Chlorschwefel, flüssiger Chlorkohlenstoff und ein krystallisirbarer, Chlorjod und Chorschwefel enthaltender Körper sich befinden.

Das Chlorjod zersetzt hiernach unter Abgabe von Chlor den Schwefelkohlenstoff leicht, und zwar schon bei gewöhnlicher Temperatur. Das freie Chlor wirkt unter Erzeugung von Chlorkohlenstoff und Chlorschwefel bekanntlich auf diesen Körper erst in der Rothglühhitze ein; es bilden sich, wie Kolbe[1]) gezeigt hat, letztere Produkte, wenn man Chlor- und Schwefelkohlenstoffdampf durch ein glühendes Rohr leitet. Das Chlorjod wirkt also in diesem Falle energischer als das freie Chlor, und die Uebertragung des an das Jod gebundenen Chlors an die Elemente des Schwefelkohlenstoffs erfolgt schon unter Umständen, unter denen freies Chlor noch keine Einwirkung äufsert.

Das Chlorjod verhält sich gegen den Schwefelkohlenstoff ähnlich wie das fünffache Chlorantimon. Letzteres giebt, wie A. W. Hofmann gezeigt hat, beim Vermischen mit Schwefelkohlenstoff Chlor an dessen Elemente sehr leicht ab und kann als ein Hülfsmittel zur Bereitung des flüssigen Chlorkohlenstoffs mit Vortheil benutzt werden.

Die erwähnte Reaction erfolgt nicht nur, wenn man festes dreifach Chlorjod in Schwefelkohlenstoff einträgt, sondern auch, wenn man auf Jod, welches in Schwefelkohlenstoff gelöst ist, Chlorgas einwirken läfst. Das Chlor wird unter Erwärmung von dem jodhaltigen Schwefelkohlenstoffe rasch und vollständig absorbirt. Die tief violettrothe Flüssigkeit verändert bald ihre Farbe; die Lösung nimmt einen dunkelbraunen Farbenton an. Da die zur Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs erforderliche Menge von Chlor sehr erheblich ist, so findet bei dieser Reaction eine beträchtliche Vermehrung des Volumens der Flüssigkeit statt. Die Beendigung der Reaction bemerkt man daran, dafs die Wärmeentwickelung nachläfst und die Flüssigkeit eine weinrothe Färbung zeigt. Aus der erkaltenden Lösung sondern

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 45, S. 41.

Digitized by Google

sich dann reichlich prismatische Krystalle ab, welche leicht das Zuleitungsrohr verstopfen. Man erhält sie grofs und schön ausgebildet, wenn man die warme Flüssigkeit nach Beendigung der Reaction recht langsam erkalten läfst.

Die von den erwähnten Krystallen abgegossene Flüssigkeit besteht im Wesentlichen aus einem Gemische von Chlorschwefel und Chlorkohlenstoff. Der gröfste Theil des Jods steckt in der krystallisirten Substanz, welche in dem erkalteten Gemische der genannten Flüssigkeiten nur schwierig löslich ist. Um den in der Auflösung befindlichen flüssigen Chlorkohlenstoff zu gewinnen, schüttet man dieselbe in kaltes Wasser, befördert die Zerlegung des Chlorschwefels durch Umrühren, ersetzt später das Wasser durch verdünnte Kalilauge und destillirt schliefslich das Produkt mit concentrirter Kalilauge. Man erhält auf diesem Wege, vorausgesetzt, dafs die zur Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs erforderliche Menge Chlor zugeführt worden ist, den zweifach Chlorkohlenstoff in reinem Zustande.

Da die Zersetzung des erzeugten Chlorjods sofort stattfindet, das dabei abgeschiedene Jod sogleich wieder Chlor aufnimmt und überträgt, so genügt eine verhältnifsmäfsig geringe Menge von Jod, um die Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs durch Chlor einzuleiten. Das Jod wird nach Beendigung des Processes zum grofsen Theile als Bestandtheil der erwähnten Krystalle abgesondert. Ist die Menge des Jods indessen zu gering, so geht der Zersetzungsprocefs schwierig und langsam vor sich. Mit 4 Grm. Jod wurde die Zersetzung von 35 Grm. Schwefelkohlenstoff herbeigeführt. Dabei sonderten sich am Schlusse der Operation noch reichlich Krystalle aus.

Die Einwirkung des Chlorjods auf Schwefelkohlenstoff findet auch bei Gegenwart von Wasser statt. Bekanntlich löst sich dreifaches Chlorjod leicht in Wasser auf. Die gelbgefärbte Lösung bläuet die Stärke nicht, röthet auch nicht das Chloroform. Schüttelt man diese Lösung im verdünnten Zustande mit Schwefelkohlenstoff, so verschwindet die gelbe Farbe derselben und es nimmt der Schwefelkoh-

Digitized by Google

lenstoff die bekannte rosa Färbung an, welche freies Jod ihm ertheilt.

Aus den mitgetheilten Versuchen erhellet, dafs das an Jod gebundene Chlor auf den Schwefelkohlenstoff energischer als das freie Chlor einwirkt. Das Jod fungirt hier als Ueberträger des Chlors. Dieser Vorgang hat manche Aehnlichkeit mit dem Processe der Schwefelsäurebildung. Der freie Sauerstoff verwandelt nur verhältnifsmäfsig langsam die feuchte schwefelige Säure in Schwefelsäure; dagegen veranlafst der Sauerstoff, welcher bei der höheren Oxydation des Stickoxydgases von Letzterem aufgenommen wurde, sehr rasch die Bildung von Schwefelsäure. Wie gewisse Sauerstoffverbindungen unter Umständen energischer als freier Sauerstoff oxydirend wirken, so sind, wenn auch in vereinzelten Fällen, gewisse Chlorverbindungen mehr als das freie Chlor befähigt Zersetzungen herbeizuführen.

Bei der Einwirkung von Chlor auf Jod enthaltenden Schwefelkohlenstoff sondern sich, sobald die Zerlegung des letzteren beendet ist, granatrothe Krystalle aus der erkaltenden Flüssigkeit ab. Läfst man die Lösung langsam abkühlen, so erhält man dieselben leicht grofs und schön ausgebildet. Man gieſst die über den Krystallen stehende Flüssigkeit ab, bringt sie, um die anhaftende Mutterlauge zu beseitigen, schnell in ein entsprechend weites, am vorderen Ende ausgespitztes Glasrohr und leitet trockenes Chlorgas so lange darüber, bis die Krystalle nicht mehr an der Glaswandung adhäriren.

Diese Krystalle sind orangerothe, flächenreiche Prismen. Ihre Farbe ist der des sauren chromsauren Kali's täuschend ähnlich. Sie zerflieſsen äufserst rasch an der Luft zu einer braunen Flüssigkeit. Eine Messung liefs sich dieses Umstandes wegen nicht ausführen. Mit Wasser zersetzen sie sich unter Zischen und unter Abscheidung von Schwefel. Verdünnte Salpetersäure löst sie klar auf. Erhitzt man sie rasch in einem offenen Glasrohre, so zersetzen sie sich; Chlor, Chlorjod und Chlorschwefel entstehen. In einem

Digitized by Google

zugeschmolzenen Rohre vorsichtig erhitzt schmelzen die Krystalle zu einer braunen Flüssigkeit. Hierbei sublimirt etwas gelbes Chlorjod. Die nicht zu stark erhitzte, geschmolzene Masse bildet nach einiger Zeit wieder ein Aggregat von rothen Krystallen. Mit Schwefelkohlenstoff zersetzt sich die Verbindung.

Die Krystalle enthalten Chlor, Jod und Schwefel. Ihre Zusammensetzung wurde in folgender Art ermittelt: In einem verstöpselten, tarirten Glasröhrchen wurde die Substanz gewogen, das Röhrchen in eine Flasche, welche verdünnte Salpetersäure enthielt und mit einem Glasstöpsel dicht verschliefsbar war, gestellt, und durch vorsichtiges Neigen des dicht verschlossenen Glases die Säure mit den Krystallen langsam in Berührung gebracht. Aus der hierbei erzeugten klaren, nachher noch verdünnten Flüssigkeit wurde mit Barytlösung in der Siedhitze die Schwefelsäure gefällt und der noch erheblich mit andern Barytsalzen verunreinigte Niederschlag von Schwefelspath in bekannter Weise behandelt. Aus einer anderen Probe, welche in derselben Weise aufgelöst worden ist, wurde nach Zusatz der entsprechenden Menge von schweflige Säure enthaltendem Wasser das Jod durch Palladiumsolution gefällt. Um den Gehalt an Chlor zu ermitteln, wurde aus neuen Lösungen Jod gemeinschaftlich mit Chlor durch Silbersolution gefällt, nachdem dieselben mit der zur Bindung des Jods eben erforderlichen Menge von wässeriger schwefliger Säure versetzt worden sind. Von dem Gewichte des Niederschlages wurde das für das Jodsilber berechnete in Abzug gebracht. Es ergaben sich folgende Werthe:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefel in Proc.
1,303	0,780	8,27 »
1,571	0,970	8,48 »
1,638	0,980	8,04 »

desgl.	Palladium	Jod in Proc.
0,930	0,120	30,97 »
1,332	0,173	31,20 »

Digitized by Google

Substanz	Chlor- und Jodsilber	Chlor in Proc.
1,192	3,600	60,46 »
1,206	3,652	60,63 »
1,125	3,392	60,34 »

Diese Werthe führen zu der Formel

$$J Cl_3 + 2 S Cl_2,$$

denn die Quanta der Bestandtheile berechnen sich nach derselben folgendermaafsen:

Schwefel	7,87
Jod	31,17
Chlor	60,96
	100,00.

Vor einiger Zeit hat Jaillard[1]) eine bei Einwirkung von Chlor auf ein Gemenge von 1 Th. Jod und 2 Th. Schwefel erhaltene Verbindung von Chlorjod mit Chlorschwefel beschrieben. Dieselbe bildet nach seiner Beschreibung prismatische, gelbroth gefärbte, äufserst zerfliefsliche Krystalle.

Jaillard führte die Analyse dieser Substanz in der Art aus, dafs er eine gewogene Menge der Verbindung in einer Gaseprouvette mit Kalilauge, welche über Porzellanstücke verbreitet war, zuerst zersetzte, zur Bestimmung des Schwefels die erhaltene Lösung mit Salpeter verdampfte, den Rückstand calcinirte, die Schwefelsäure mit Baryt fällte. Das Jod bestimmte er aus einer anderen, in derselben Weise bereiteten Auflösung der Substanz als Jodpalladium. Der Gehalt an Chlor wurde nicht direct bestimmt. Die Versuchsresultate hat Jaillard im Detail nicht mitgetheilt; er giebt nur den nach obigem Verfahren ermittelten Procent-Gehalt an Jod, Schwefel und den als Rest berechneten Chlor-Gehalt der Verbindung an, und leitet aus diesen Zahlen die Formel:

$$J Cl_3 + S Cl$$

ab. Es ist:

1) *Ann. Chim. et Phys.* 3. *ser. T.* 59, *p.* 454. *Compt. rend. T.* 50, *p.* 149.

Digitized by Google

	gefunden	nach der Formel berechnet.
Schwefel	4,90	5,63
Jod	42,88	44,54
Chlor	52,25	49,83.

Ich habe die krystallisirte Verbindung, welche nach dem von Jaillard beschriebenen Verfahren entsteht, dargestellt und nach der oben erörterten Methode auf den Gehalt an Schwefel, Chlor und Jod untersucht. Ich bemerke hierüber Folgendes: Wenn man auf ein Gemenge von Jod und Schwefel, in dem in Rede stehenden Gewichtsverhältnisse, sorgfältig getrocknetes Chor wirken läfst, so zerfliefst dasselbe zu einer braunen Flüssigkeit. Aus dieser sondern sich, nachdem die Absorption beendigt ist, beim Erkalten gelbrothe Krystalle aus. Zur Beseitigung der anhaftenden Mutterlauge wurden sie in ein weites, zugespitztes Glasrohr gebracht und trockenes Chlor so lange darüber geleitet, bis sie am Glase nicht mehr adhärirten.

Die auf diesem Wege bereitete krystallisirte Verbindung gleicht im Aeufsern völlig der oben beschriebenen. Sie bildet Prismen von der Farbe des sauren chromsauren Kali's. An der Luft zerfliefst sie rasch. Die Analyse derselben wurde genau nach der Seite 463 erörterten Methode durchgeführt; es wurden auch hier wieder alle Bestandtheile direkt bestimmt. Die Versuchsresultate sind folgende:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefel in Proc.
1,622	0,967	8,22 »
1,585	0,777	8,34 »
1,323	0,800	8,34 »
desgl.	Palladium	Jod in Proc.
1,507	0,196	31,21 »
1,763	0,230	31,30 »
desgl.	Chlor- und Jodsilber	Chlor in Proc.
1,493	4,530	60,96 »
1,388	4,206	60,71 »
1,316	3,967	60,34 »

Dieses Resultat stimmt mit demjenigen überein, welches die Untersuchung der bei Zerlegung des Schwefelkoh-

Digitized by Google

lenstoffs mittelst Chlor und Jod entstandenen Krystalle ergeben hat. Die Zusammensetzung des Körpers ist also auch durch die Formel:

$$JCl_3 + 2SCl_2$$

ausgedrückt.

Diese Zahlen weichen von denen, welche Jaillard mitgetheilt hat, erheblich ab. Ich habe die Substanz nach dem beschriebenen Verfahren mehrmals dargestellt. Die analysirten Proben sind verschiedenen Partien entnommen. Um zu prüfen, ob vielleicht neben der beschriebenen noch eine andere Verbindung besteht, habe ich das Mischungsverhältnifs von Jod und Schwefel abgeändert. Es entstand indessen nur der oben beschriebene Körper.

Die Abweichungen beruhen unzweifelhaft nur in der Analyse. Ich habe die Substanz in einem vollkommen geschlossenen kleinen Behälter zersetzt, klar aufgelöst, und dadurch Verlusten vorgebeugt. Alle Bestandtheile sind direkt ermittelt worden. Bei dem von Jaillard eingeschlagenen Wege dürften Verluste schwieriger zu vermeiden seyn.

X. *Ueber einige Reductionsversuche mit Zink; von Dr. C. Stahlschmidt.*

Schönbein hat zuerst nachgewiesen, dafs die salpetersauren Salze der Alkalien durch Zink und Kadmium zu salpetrigsauren Salzen reducirt werden. Wenn man nach ihm eine Lösung von salpetersaurem Ammoniak mit einem Zink- oder Kadmiumstäbchen zusammmenbringt, so läfst sich nach kurzer Zeit, besonders wenn die Lösung erhitzt wird, durch verdünnte Schwefelsäure und Iodkaliumstärkelösung die Bildung der salpetrigen Säure nachweisen. Die Menge derselben, welche sich gebildet hat, ist jedoch eine sehr geringe, so dafs dieser Weg zur Darstellung von salpetrig-

Digitized by Google

sauren Salzen ungeeignet, ja unmöglich ist. Im fein vertheilten Zustande jedoch wirkt das Zink rascher ein und führt bei gleichzeitiger Gegenwart von einem löslichen Alkali die salpetersauren Salze fast momentan in salpetrigsaure Salze über.

Der auf jeder Zinkhütte leicht zu habende Zinkstaub, welcher auch an vielen Orten als gemeine Anstrichfarbe vielfach gebraucht wird, eignet sich sehr gut zu den verschiedensten Reductionsversuchen und ist besonders ein vorzügliches Material, um in kurzer Zeit sich reine Lösungen von salpetrigsauren Salzen darzustellen. Nach einer von dem Hrn. Aldendorf im unorganischen Laboratorium der Königl. Gewerbe-Akademie ausgeführten Analyse besteht ein Zinkstaub von dem Radtberger Hüttenwerke in 100 Theilen aus:

Zink	39,99
Blei	2,47
Kadmium	4,09
Zinkoxyd	49,76
Kohlensaurem Zinkoxyd	3,29
Rückstand	0,39
	99,99

Uebergiefst man den Zinkstaub unter Umrühren so lange mit verdünnter Salz- oder Schwefelsäure bis sich Wasserstoffgas entwickelt, so wird der gröfste Theil des Zinkoxyds und des kohlensauren Zinkoxyds aufgelöst, während das Zink und die übrigen Metalle zurückbleiben. Durch Waschen mit Wasser wird es von den löslichen Verbindungen befreit und stellt dann ein feines, schweres, graues Pulver dar, welches direct zu den Versuchen angewendet werden kann.

Einwirkung des Zinkpulvers auf salpetersaure Salze.

Bringt man zu einer gesättigten Lösung von salpetersaurem Kali Zinkpulver, und läfst das ganze mehrere Tage stehen, so entsteht salpetrigsaures Kali und freies Kali. Die Menge beider ist nur gering und beträgt nur wenig

Digitized by Google

mehr, als wenn Zinkstäbe angewendet worden wären. Erwärmt man das Zinkpulver mit der Salpetersäure im Wasserbade auf 60° C., so entwickelt sich unter Bildung von Ammoniak und Kali Stickgas und es erzeugt sich salpetrigsaures Kali, dessen Menge wenig mehr als im ersten Falle beträgt. Erhöht man die Temperatur bis zum Kochen, so entweicht viel Stickgas, es bilden sich grofse Mengen von Ammoniak und Alkali und fast kein salpetrigsaures Salz. Es geht hieraus hervor, dafs die Reduction der salpetersauren Salze drei Stadien durchläuft, stets unter Oxydation des Zinks zu Zinkoxyd. Im ersten Stadium wird das salpetersaure Salz zu salpetrigsaurem Salze umgewandelt, dann bildet sich aus diesem, unter vollständiger Reduction der salpetrigen Säure und unter Freiwerden von Stickstoff, Aetzkali; und schliefslich tritt in dem dritten Stadium noch von dem entstehenden Wasserstoff zu dem Stickstoff und erzeugt Ammoniak.

Die Ammoniakentwickelung ist bei der kleinsten Menge Salpeter nachzuweisen, und kann bei Gegenwart oder Zusatz von Aetzkali als Erkennungsmittel der salpetersauren Salze in Salzgemengen dienen.

Obgleich nun bei 60° C. in der Salpeterlösung salpetrigsaures Kali entsteht und bei einer Einwirkung von mehreren Stunden die Menge desselben zunimmt, so erkennt man doch sehr bald, dafs auch eine weiter gehende Reduction stattfindet, und dafs überhaupt eine solche erst dann anfängt energisch von Statten zu gehen, wenn sich Ammoniak in der Lösung gebildet hat. Es läfst sich deshalb annehmen, dafs die Bildung der salpetrigen Säure aus den salpetersauren Salzen in wäfsriger Lösung mit der Temperatur zusammenhängt, und dafs erst bei höherer Temperatur eine kräftigere Reduction in Folge der Gegenwart des gebildeten Ammoniaks, dann aber unter gleichzeitiger weitergehenden Reduction erfolgt. Hiernach lag es auf der Hand, die Bildung der salpetrigsauren Salze bei gewöhnlicher Temperatur auf die Weise zu versuchen, dafs man der Lösung des Salpeters noch Ammoniak zusetzte und

Digitized by Google

dann das Zinkpulver hineinbrachte. Der Versuch hat ergeben, dafs unter diesen Verhältnissen die Reduction bei gewöhnlicher Temperatur sehr rasch und unter Temperaturerhöhung von Statten geht, stets unter Bildung von Kali und Stickgas, deren Mengen abhängig sind von der Temperatur der Lösung.

Um nun nach dieser einfachen Methode salpetrigsaure Salze darzustellen, möge hier die Erzeugung des salpetrigsauren Kalis angeführt werden, es ist dann leicht für andere Salze die Methode entsprechend zu modificiren.

Eine bei 30 bis 40° C. gesättigte Lösung von Salpeter wird mit ungefähr $\frac{1}{10}$ des Volums Ammoniak versetzt und zu der in einem Kolben befindlichen Flüssigkeit Zinkpulver in nicht zu grofser Menge zugesetzt. Beim ruhigen Stehen erwärmt sich das am Boden befindliche Zinkpulver, weshalb es nöthig ist, durch Umschütteln und Abkühlen des Kolbens, die Temperatur der Flüssigkeit nicht über 50° C. steigen zu lassen. Nach kurzer Zeit bringt man frisches Zink hinzu und verfährt auf gleiche Weise, und wiederholt dieses so lange, bis nur noch geringe Mengen von Salpeter unzersetzt sind. Um dieses zu erfahren, wird eine geringe Menge der Flüssigkeit so lange gekocht, bis alles Ammoniak verflüchtigt und das darin gelöste Zinkoxyd gefällt ist, worauf die von demselben abgegossene klare Lösung mit dem drei- bis 4-fachen Volumen Spritt versetzt wird. Bei Gegenwart von viel Salpeter entsteht ein starker flockig krystallinischer Niederschlag von demselben, im entgegengesetzten Falle nur eine Trübung. Durch Zusatz von Salpetersäure wird unter Freiwerden von salpetriger Säure alsdann in der Flüssigkeit ein Niederschlag von Salpeter gebildet. Versetzt man die heifse Flüssigkeit unmittelbar mit Salpetersäure, so deutet ein starkes Aufbrausen von Stickoxyd ebenfalls die Reduction des Salpeters an.

Wenn nur noch wenig Salpeter unverändert sich vorfindet, so wird die Flüssigkeit vollständig abgekühlt, und nach einiger Zeit, während welcher sich das Zink abgesetzt

Digitized by Google

hat, dieselben abgegossen, und so lange in einem Kolben gekocht, bis alles Ammoniak verflüchtigt ist, worauf sie von dem abgeschiedenen Zinkoxyd abfiltrirt wird. In derselben findet sich nun der Hauptmasse nach salpetrigsaures Kali, mehr oder weniger unzersetzter Salpeter, Zinkoxydkali und salpetrigsaures Zink und Kadmiumoxyd, letztere drei Verbindungen jedoch nur in geringen Mengen. Indem man in die kochende Lösung längere Zeit Kohlensäure einleitet, auch wohl gleichzeitig geringe Mengen von kohlensaurem Kali zusetzt, wird unter Bildung von salpetrigsaurem Kali und kohlensaurem Kali oder Zink und Kadmiumoxyd gefällt und die Lösung enthält dann nur noch aufser dem salpetrigsauren Kali, salpetersaures und kohlensaures Kali. Durch Versetzen derselben mit verdünnter Salpetersäure wird das kohlensaure Kali in Salpeter übergeführt und dieser auf dem Wege der Krystallisation von dem salpetrigsauren Kali getrennt.

Wenn man eine concentrirte Salpeterlösung mit einem Ueberschufs von Salpeter, Ammoniak und viel Zink versetzt, so tritt eine so heftige Reaction ein, dafs die ganze Masse aus dem Kolben geschleudert wird; die Temperatur steigt dabei bis zum Kochen der Flüssigkeit unter vollständiger Reduction des Salpeters zu Kali. Bei Gegenwart von Kali statt Ammoniak tritt dasselbe ein, unter heftiger Entwickelung von Stickstoff und Ammoniak.

Das metallische Zink verhält sich also bei Gegenwart von Ammoniak oder Kali gegen die salpetersauren und salpetrigsauren Salze, wie das Natriumamalgam, welches nach de Wilde (Ann. der Chemie III. Supl.-Bd. S. 175) die salpetersauren Verbindungen des Kalis und Natrons, unter Bildung von salpetrigsauren Salzen, von Stickoxydul Stickgas und Ammoniak reducirt. Ich habe nicht untersucht, ob bei der Reduction mit Zink auch Stickoxydul gebildet werde; möglich ist es, weil die Reduction bei diesem Procefs bis zu einer Addition des Wasserstoffs zu Ammoniak ebenfalls ausgedehnt wird. Die Aehnlichkeit der Wirkungen beider Körper machen es wahrscheinlich,

Digitized by Google

dafs das Zink unter den angegebenen Bedingungen das Natriumamalgam in vielen Fällen zu ersetzen im Stande ist, und vielleicht für viele Reductionen, die weniger energisch verlaufen dürfen, statt desselben mit Vortheil in der organischen Chemie angewendet werden kann. Nach Maly (Ann. der Chemie Bd. 135, S. 118) bildet sich, wenn ein Gemenge von Zink und kohlensaurem Zinkoxyd in heifse Kalilauge eingetragen wird, unter Addition des freiwerdenden Wasserstoffs, ameisensaures Kali. Bei einem Versuche den ich mit Zinkstaub und kohlensaurem Zinkoxyd angestellt habe, war es mir nicht möglich die Bildung der Ameisensäure nachzuweisen.

Gegen andere unorganische Verbindungen wirkt das Zink auf dieselbe Weise; ein gleiches findet bei organischen salpetersauren Verbindungen z. B. beim salpetersauren Aethyloxyd und wahrscheinlich bei allen Nitroverbindungen statt.

Aufser den salpetersauren Verbindungen werden auch noch andere unorganische und organische Körper in alkalischer Flüssigkeit reducirt. Zu den ersteren gehören z. B. die iodsauren Salze; während diese sofort in Iodmetalle umgewandelt werden, bleiben die chlorsauren Salze selbst beim Erwärmen unverändert. Zu den organischen Verbindungen gehört unter anderen das rothe Blutlaugensalz, welches in gelbes umgewandelt wird, ferner das Indigoblau, welches zu Indigoweifs reducirt wird. Für die Darstellung der kalten Indigoküpe ist der Zinkstaub ein vorzügliches Mittel, indem der Indigo in einer ammoniakalischen Flüssigkeit rasch reducirt wird, und die Zinkküpe vor der Vitriolküpe den Vortheil besitzt, dafs die gefärbten Waaren leichter zu reinigen sind und keine Rostflecke bekommen. Indem man den Indigo mit dem Zinkstaub zusammen in die Mühle bringt, wird das Zerreiben desselben erleichtert; dabei braucht die Vertheilung nicht so weit getrieben zu werden wie gewöhnlich, indem schon Indigo, welcher mit Wasser in eine Reibschale gerieben wurde, sehr bald durch das Zink in Lösung ging.

Digitized by Google

Verhalten des Zinkstaubes gegen Wasser.

Gegen Wasser verhält sich der Zinkstaub, wie gewöhnliches Zink gegen verdünnte Säure, d. h. in dieser Form ist das Zink befähigt das Wasser bei gewöhnlicher Temperatur zu zersetzen. Selbstverständlich darf hierunter nicht verstanden werden, dafs das Zink das Wasser unter lebhafter Gasentwickelung zersetze, sondern die Einwirkung ist nur eine allmähliche, langsame und dadurch eine lange andauernde. Durchschnittlich entwickelt ein Volumen nasser Zinkstaub in 24 Stunden ein Volumen Wasserstoffgas, wobei wohl vorausgesetzt werden darf, dafs bei höherer Temperatur eine raschere Zersetzung des Wassers eintritt.

In letzterer Zeit hat Dufour die Dampfkesselexplosionen dadurch zu erklären versucht, dafs er ein Ueberhitzen des Wassers annimmt, aus dem sich von Zeit zu Zeit, plötzlich, wie bei Flüssigkeiten, welche beim Kochen stark stofsen, eine grofse Menge Dampf entwickelt. Das Wasser geht nach Demselben dann leicht in diesen Zustand über, wenn durch Kochen alle Luft aus demselben vertrieben ist, indem dadurch der Anstofs zu einer continuirlichen Dampfentwickelung fortgenommen wird. Bringt man in solche Flüssigkeiten pulverige Körper, oder solche, welche, wie Platinblech, Luft auf der Oberfläche verdichtet enthalten, so findet eine plötzliche überaus heftige Dampfentwickelung statt, welche nach und nach in ein ruhiges Sieden übergeht, so lange dauernd als noch Luft vorhanden ist. Dufour hat deshalb vorgeschlagen in den Dampfkesseln ein Zurückbleiben des Siedens auf die Weise zu verhindern und ein continuirliches Sieden dadurch hervorzubringen, dafs in denselben durch einen schwachen galvanischen Strom eine fortwährende Gasentwickelung hervorgerufen wird.

Einfacher möchte es seyn, die Gasentwickelung durch eine Handvoll Zinkstaub hervorzubringen, welche dann von Zeit zu Zeit erneuert werden müfste.

Zum Schlusse mag hier noch die Einwirkung des Zinkstaubs auf lösliche Schwefelmetalle erwähnt werden. Die

Digitized by Google

grofse Menge des Zinkoxyds, welches in dem Zinkstaube enthalten ist, befähigen den letzteren die löslichen Schwefelmetalle auf gleiche Weise wie das Kupferoxyd zu zersetzen. Bringt man z. B. Schwefelbarium mit Zinkstaub zusammen, so bildet sich Schwefelzink und Barythydrat. Diese Methode ist wohlfeiler als die mit Kupferoxyd und liefert gute Resultate.

Berlin, den 10. Mai 1866.

IX. *Ueber die Darstellung des festen Phosphorwasserstoffes; von Fr. Rüdorff.*

Bei Gelegenheit einiger Versuche mit Phosphorbijodid bemerkte ich die Ausscheidung gelber Flocken, sobald diese Verbindung mit Wasser in Berührung kommt. Durch das eigenthümliche Ansehen dieser Flocken sah ich mich veranlafst die chemische Natur derselben näher zu untersuchen, obwohl die Bildung dieses Körpers schon von mehreren Chemikern bei derselben Gelegenheit beobachtet ist und stets für Phosphor in fein vertheiltem Zustande gehalten wurde. So beobachtete Gay-Lussac[1]), als er sich kurze Zeit nach Entdeckung des Jod mit den Verbindungen desselben mit Phosphor beschäftigte, dafs die orangefarbene Verbindung, welche aus 1 Th. Phosphor und 8 Th. Jod erhalten wird, sich mit Wasser unter Entwickelung von Phosphorwasserstoff und Ausscheidung von Phosphor in Flocken zersetzt. Auch Corenwinder[2]) und Hittorf[3]) führen die Bildung dieser Flocken an und nach ihnen zerfällt der Jodphosphor mit Wasser in Jodwasserstoff, phosphorige Säure und Phosphor. Nach Hittorf's Untersu-

1) Gilbert Ann. Bd. 49, S. 8.
2) Liebig Ann. d. Chem. Bd. 78, S. 76.
3) Pogg. Ann. Bd. 126, S. 206.

Digitized by Google

chung werden diese Flocken beim Erwärmen braun und stellen Phosphor in der Schrötter'schen Modifikation dar, während Odling[1]) vermuthet, dafs dieselben identisch seyen mit einer hellrothen Verbindung, welche Brodie[2]) durch Auflösen von wenig Jod in geschmolzenem Phosphor und Erhitzen auf 120° erhielt.

Einige Versuche, welche ich mit dem gelben Körper anstellte, liefsen mich vermuthen, dafs es fester Phosphorwasserstoff sey und die nähere Untersuchung der Eigenschaften und die Analyse bestätigten diese Vermuthung vollständig. Das erforderliche Phosphorbijodid stellte ich durch Auflösen von 6 Grm. Phosphor und 50 Grm. Jod in 100 Cubk. Centim. Schwefelkohlenstoff und Trocknen der Krystalle von dem anhaftenden Schwefelkohlenstoff im Wasserbade unter Ueberleiten von trocknem Leuchtgas dar. Die gelbrothen Krystalle wurden in kochendes Wasser in kleinen Portionen eingetragen, wobei sich unter Entwickelung von nicht selbstentzündlichem Phosphorwasserstoff sofort die gelben bis hell orangegelben Flocken ausscheiden. Wirft man das Phosphorbijodid in kleinen Portionen in kaltes Wasser und verhindert durch beständiges Umrühren eine lokale Erwärmung, so löst sich dasselbe klar auf, es scheiden sich aber nach einiger Zeit dieselben gelben Flocken aus und riecht die Flüssigkeit dann nach Phosphorwasserstoff. Erwärmt man die Flüssigkeit nach erfolgter Auflösung der Krystalle, so wird die Bildung der Verbindung beschleunigt. Die Eigenschaften des aus Phosphorbijodid erhaltenen festen Phosphorwasserstoffes stimmen mit den von Leverrier und P. Thenard[3]) beschriebenen überein. Derselbe ist in trockener Luft geruchlos, in feuchter nimmt er bald den Geruch nach Phosphorwasserstoff an und reagirt nach einiger Zeit etwas sauer, ohne sein Ansehen und seine Farbe selbst nach einhalbjährigem Liegen an der Luft und im Licht merklich zu ändern.

1) Odling Handbuch der Chemie 1865, S. 301.
2) *Chem. Soc. Quart. J. V, p.* 289.
3) *Annal. de chim. XIV, p.* 5.

Digitized by Google

Was die Ermittelung der Zusammensetzung betrifft, so habe ich mich durch besondere Versuche zunächst davon überzeugt, dafs der Körper aufser Phosphor und Wasserstoff keine weiteren Elemente, namentlich aber kein Jod enthält. Zur Feststellung der quantitativen Zusammensetzung schien mir das geeignetste und sicherste Mittel, die Bestimmung des Wasserstoffs dem Volumen nach zu seyn. Bei starkem Erhitzen in einem indifferenten Gase zerfällt das gelbe Pulver in Phosphor, Phosphorwasserstoff und Wasserstoff. In ein rechtwinklig gebogenes, oben zugeschmolzenes Glasrohr von schwerschmelzbarem Glase, wie es auch von Magnus [1]) zu ähnlichen Zwecken angewendet wurde, brachte ich eine abgewogene Menge des sorgfältig ausgewaschenen, über Chlorcalcium unter der Glocke der Luftpumpe in Kohlensäure getrockneten Pulvers, füllte das Rohr mit Wasser und brachte durch Klopfen und Neigen das Pulver in das verschlossene Ende des Glasrohrs. Dasselbe wurde mit dem andern Ende in Wasser getaucht, geneigt aufgestellt und soviel Wasserstoff in dasselbe gebracht, dafs der fast horizontale Schenkel, welcher das Pulver enthielt, damit völlig erfüllt war. Durch vorsichtiges Erwärmen wurde dann das Pulver von dem anhaftenden Wasser befreit und durch starkes Erhitzen zersetzt. Bringt man die Stelle des Rohres vor dem Pulver zuerst zum Glühen, so ist die Menge des freien Wasserstoffs erheblich gröfser, es gelingt aber kaum allen entstehenden Phosphorwasserstoff zu zersetzen. Es wurde deshalb nach dem Erkalten die Volumzunahme des Gases markirt, der entstandene Phosphorwasserstoff durch Kupferlösung absorbirt und dadurch dessen Volumen ermittelt. Das daraus berechnete Volumen Wasserstoff zu dem direkt gemessenen Wasserstoff addirt, ergab den Wasserstoffgehalt der Verbindung. Zur Bestimmung des Phosphors wurde das Pulver durch Salpetersäure in Phosphorsäure verwandelt und diese an Bleioxyd gebunden zur Wägung gebracht. Bei den verschiedenen Versuchen wurden 0,08 bis 0,20 Grm. Substanz

1) Pogg. Ann. Bd. 17, S. 521.

Digitized by Google

angewandt und die dabei gefundene Wasserstoffmenge für 1 Grm. Substanz umgerechnet. Dieselbe schwankte zwischen 167 und 186 Cubk.-Centim. und ergab als Mittel aus 7 Versuchen 176,9 Cubk.-Centim. Aus diesen Zahlen und der Bestimmung des Phosphors ergiebt sich als die procentische Zusammensetzung des Körpers:

	Gefunden	Berechnet
Phosphor	99,00	98,41
Wasserstoff	1,58	1,59
	100,58	100,0.

Aus dem gefundenen Werthe berechnet sich die Formel der Verbindung P_2H, welche die unter »berechnet« angeführte Zusammensetzung verlangt, und es müfste 1 Grm. 177,3 Cub.-Centim. Wasserstoff liefern.

Was die Ausbeute an festem Phosphorwasserstoff betrifft, so erhielt ich zwischen 1,9 bis 2,3 Proc. von angewandtem Jodphosphor. Vielleicht läfst sich die Einwirkung des Phosphorbijodids auf Wasser durch die Gleichung ausdrücken:

$$20PJ_2 + 48PO = 2P_2H + 2PH_3 + 3PO_5 + 11PO_3 + 40HJ,$$

dieselbe verlangt 2,2 Proc. Ausbeute. Dabei erhält man dieselbe Menge Phosphorwasserstoff, ob der Jodphosphor auf kaltes oder warmes Wasser einwirkt, nur ist das durch kochendes Wasser erhaltene Produkt von mehr rein gelber Farbe. Es dürfte sich diese Methode zur Darstellung des noch wenig bekannten Körpers durch Sicherheit, Einfachheit und besonders durch die Reinheit des gewonnenen Productes vor den sonst üblichen Darstellungsweisen empfehlen.

Digitized by Google

XII. *Bericht des Hrn. Plateau betreffend die Arbeit des Hrn. Lamarle: Ueber die Stabilität flüssiger Systeme von dünnen Lamellen.*

(*Bull. de l'acad. roy. de Belgique, Sér. II, T. XVII et XX*; von Hrn. Plateau mitgetheilt.

Erster Theil.

In der sechsten Reihe meiner Untersuchungen *Ueber die Gleichgewichtsfiguren einer flüssigen Masse ohne Schwere* habe ich die Gesetze für die Lamellen, welche in einer selben flüssigen Kante endigen, und für die flüssigen Kanten, welche in einem selben flüssigen Punkt zusammenstofsen, theils experimentell, theils theoretisch festgestellt. Aus diesen Gesetzen schlofs ich, und suchte es durch das Experiment zu bestätigen, dafs jedes laminare Gleichgewichtssystem, welches ihnen nicht Genüge leistet, ein instabiles System ist. Endlich am Schlusse dieser nämlichen Reihe sagte ich:

»Ich werde nochmals auf die laminaren Systeme zurückkommen, um die Theorie unter einem allgemeineren Gesichtspunkt aufzufassen. Wie ich nämlich schon bemerkt habe, können in der That die flüssigen Lamellen, aus welchen sie bestehen, als gespannte Membranen betrachtet werden, und alsdann begreift man, ordnet sich jedes System in der Weise, dafs die Summe der Oberflächen aller seiner Lamellen ein Minimum sey. Allein ich spare diesen Gegenstand für eine andere Reihe auf.«

Indem ich mich so ausdrückte, schlug ich blofs vor, einige besondere, wegen ihrer Einfachheit direct der Rechnung zugängliche Laminarsysteme als Beispiele zu nehmen und zu zeigen, dafs in jedem derselben die Summe der Oberflächen der Lamellen ein Minimum ist in Bezug auf eine gewisse Art der Entstaltung; allein ich hatte nie die Absicht, das Problem allgemein zu behandeln, denn ich hielt die Sache für unangreifbar. Ich sah ein, dafs zwi-

Digitized by Google

schen dem Princip des Minimums der Flächensumme und meinen Gesetzen eine nothwendige Abhängigkeit bestehe, allein ich konnte diese Abhängigkeit nicht erhaschen und es schien mir fast unmöglich sie zu entdecken. Alle diese Schwierigkeiten hat nun Hr. Lamarle mit bewundernswerthem Scharfsinn und seltenem Glück gehoben.

Er beginnt damit, das Minimumsprincip klarer als ich es gethan auseinanderzusetzen, und davon ausgehend beschäftigt er sich dann mit den Lamellen, die in einer selben flüssigen Kante zusammenstofsen. Er denkt sich irgend eine Anzahl ebener Lamellen, die von starren Kanten ausgehen und sich alle in einer gemeinschaftlichen flüssigen Kante vereinigen, und er schneidet sie insgesammt durch eine auf letzterer winkelrechte Ebene. Der Durchschnitt besteht aus Geraden, die respective von festen Punkten ausgehen und alle in einem selben Punkte zusammentreffen; er zeigt zunächst durch elementare geometrische Betrachtungen, dafs, wenn der Geraden drei da sind, ihre Summe ein Minimum seyn wird, sobald sie gleiche Winkel mit einander bilden. Sind der Geraden mehre vorhanden, so beweist er, immer durch sehr einfache Betrachtungen, dafs man, um eine Minimalsumme zu haben, den einzigen Vereinigungspunkt ersetzen mufs durch mehre, verknüpft mit einander durch hinzugefügte Gerade in der Weise, dafs an jedem dieser Punkte nur drei Geraden da sind, welche gleiche Winkel mit einander bilden. Da endlich die Summe der Geraden abnimmt, wenn man mit dem Ursprung dieser Modificationen beginnt, d. h. im Fall von z. B. mehr als drei Geraden, sobald der Vereinigungspunkt sich verdoppelt, um die Entstehung von additionellen Geraden und Punkten zu veranlassen, so folgt, dafs die Demonstration auch für krumme Linien gilt, denn man kann diese in unmittelbarer Nähe des Vereinigungspunkts immer durch ihre Tangenten ersetzen. Hr. Lamarle zeigt nun, dafs alle diese Resultate sich auf die Lamellen selbst, ob ebene oder krumme, erstrecken, deren Gesammtheit von der erwähnten Ebene geschnitten wird, d. h. das Minimum der Oberflächensumme

Digitized by Google

erfordert, dafs diese Lamellen sich an jeder flüssigen Kante zu dreien unter gleichen Winkeln vereinigen.

Somit findet sich das erste meiner Gesetze vollständig bewiesen und aus dem Minimumprincipe hergeleitet, nämlich dafs in jedem Laminarsystem niemals mehr als drei Lamellen an einer selben flüssigen Kante zusammenstofsen und an dieser Kante gleiche Winkel miteinander bilden.

Hr. Lamarle schreitet hierauf zu der Frage nach den Kanten, die in einem selben flüssigen Punkt zusammenstofsen. Um sie zu behandeln, denkt er sich, dafs die ebenen flüssigen Lamellen alle in einem selben Punkt im Innern des Systemes zusammentreffen und er sucht die Bedingungen, welche diese Lamellen erfüllen müssen, damit sie, gemäfs dem vorgenannten Gesetz, sich zu je drei unter gleichen Winkeln vereinigen können. Er betrachtet den ihnen gemeinsamen Punkt als Mittelpunkt einer Kugel, welche sie also nach Bögen gröfster Kreise schneiden. Auf diese Weise hat man eine gewisse Anzahl hohler Pyramiden, deren Scheitel in einem selben Punkt liegen und deren Basen sphärische Polygone sind, deren Winkel alle 120° betragen. Hr. Lamarle bemerkt zunächst, dafs diese Polygone nur Drei-, Vier- und Fünfseite seyn können, und dieſs liefert ihm eine analytische Relation zwischen der respectiven Anzahl dieser verschiedenen Polygone und der totalen Anzahl der Lamellen; eine andere findet er durch die Bedingung, dafs die Summe der Oberflächen dieser selben Polygone die gesammte Oberfläche der Kugel repräsentiren mufs; endlich müssen alle die besagten Polygone blofs neben einander gelegt seyn, ohne an gewissen Orten übereinander zu greifen und an anderen unter sich leer zu seyn. Mittelst dieser drei Bedingungen findet Hr L., dafs nur sieben Vereinigungen von Lamellen möglich sind, die von einem selben Punkte ausgehen und sich zu je drei unter gleichen Winkeln zusammenfügen.

Wenn man in jeder dieser Vereinigungen die Seiten der sphärischen Polygone durch ihre Sehnen ersetzt, so hat man die Gesammtheit der Kanten eines Polyëders, und die

sieben sonach gebildeten Polyëder sind: das regelmäfsige Tetraëder, das gerade trianguläre Prisma mit gleichseitiger Basis und einem bestimmten Verhältnifs zwischen Höhe und Basisseite; der Würfel; das gerade pentagonale Prisma mit regelmäfsiger Basis und einem bestimmten Verhältnifs zwischen Höhe und Basisseite; zwei besondere aus Vier- und Fünfseiten zusammengesetzte Polyëder; und endlich das regelmäfsige Dodecaëder. Bei diesen Polyëdern beträgt die Anzahl der flüssigen Kanten respective 4, 6, 8, 10, 12, 16 und 20.

Nun beweist Hr. Lamarle, dafs für jedes dieser Systeme, das des regulären Tetraëders ausgenommen, immer eine Art der Entstaltung denkbar ist, woraus von ihrem Ursprung ab bis zu einer gewissen Gränze, eine Abnahme der Summe der Flächeninhalte der Lamellen erfolgt. Das System des regulären Tetraëders, in welchem es nur vier flüssige Kanten giebt, die unter gleichen Winkeln in einem selben Punkt zusammentreffen, ist also das einzige, welches Stabilität besitzen könnte. Wenn also die Lamellen eben sind, sind der flüssigen Kanten, die sich in einem selben flüssigen Punkt vereinigen, nothwendig vier an der Zahl, und sie machen gleiche Winkel unter einander. Endlich zeigt Hr. Lamarle, dafs dieselbe Schlufsfolgerung für krumme Lamellen, mithin auch für krumme Kanten gültig ist. In der That beschränkt nichts die Kleinheit der oben erwähnten Kugel und folglich ist man im Stande diese Kugel so klein anzunehmen, dafs die in ihrem Innern liegenden Stücke der Lamellen als eben betrachtet werden können.

Mein zweites Gesetz, nämlich dafs bei jedem stabilen Laminarsysteme die in einem selben flüssigen Punkt zusammentreffenden flüssigen Kanten immer vier an der Zahl sind und an diesem Punkt gleiche Winkel mit einander bilden, ist also von Hrn. Lamarle ebenso vollständig wie das vorhergehende erwiesen und gleichfalls aus dem Minimumsprincip hergeleitet.

Fügen wir hinzu, dafs die von Hrn. Lamarle voraus-

gesetzten Entstaltungsweisen, welche er mittelst einer sinnreichen Idee alle unter ein Princip bringt, genau diejenigen sind, welche zu reellen Resultaten führen, d. h. zu denjenigen, welche man durch Versuche mit Gerippen von Eisendraht erhält.

Kurz Hr. Lamarle hat Aufgaben gelöst, die von ungemeiner Schwierigkeit zu seyn schienen, und seine Arbeit trägt wesentlich zur Vervollständigung der Theorie der flüssigen Lamellen bei.

Zweiter Theil.

In dem ersten Theil seiner Arbeit hat sich Hr. Lamarle speciell mit theoretischen Fragen über die Stabilität der Laminarsysteme beschäftigt; in dem gegenwärtigen Theil wendet er sich zu dem Versuch mit Gerippen von Eisendrähten und Glycerinflüssigkeit oder einfach Seifenwasser. Er studirt zunächst die Systeme der sieben Polyëdertypen, die er im ersten Theil betrachtet hat, nämlich diejenigen welche, abgesehen von der Stabilität, aus ebenen Lamellen bestehen, die alle in einem einzigen Punkt im Centrum der Figur zusammenstofsen und meinen Gesetzen genügen. Er bestätigt in Betreff dieser Systeme die Resultate, welche ich in meiner sechsten Reihe beschrieben habe, und setzt sie in Beziehung mit den Formeln seines ersten Theiles; allein er gelangt überdiefs entweder durch den Versuch allein, oder unterstützt durch den Calcül, zu einer Reihe neuer Resultate, von denen ich hier einen Abrifs geben will.

Erinnern wir uns zunächst, um Wiederholungen zu vermeiden, dafs wenn man, nach einer mir von Hrn. Van Rees mitgetheilten und von mir in der sechsten Reihe erwähnten Beobachtung, das gewöhnliche System eines Gerippes verwirklicht hat, die Basis desselben wieder in die Flüssigkeit taucht und dann herauszieht, sich in dieser Basis eine Lamelle bildet, welche darauf zwischen die des Systems aufsteigt und eine gewisse Menge Luft umschliefst, woraus inmitten der Figur ein geschlossenes, krummflächiges La-

Digitized by Google

minarpolyëder entsteht. Folgendes sind die Resultate des Hrn. Lamarle.

1. System des regulären Tetraëders.

In dem laminaren, convex-flächigen Tetraëder, welches man durch obiges Verfahren inmitten der Figur erzeugt, ergiebt sich: 1) Die Flächen sind von sphärischer Krümmung und dem gemäfs die Kanten von kreisrunder Krümmung; 2) Der Mittelpunkt der Kugel, zu welcher jede der Flächen gehört, liegt im gegenüberstehenden Scheitel; 3) Der Mittelpunkt des Kreises, zu welchem jede der Kanten gehört, liegt in der Mitte der Sehne der gegenüberstehenden Kante.

2. System des geraden dreiseitigen Prismas mit gleichseitiger Grundfläche.

1. Bezeichnet a die Seite der Grundfläche und liegt die Höhe des Prismas zwischen dem Typenwerth $\frac{a}{\sqrt{6}}$ und einem Werthe, der genau oder sehr nahe gleich $\frac{a}{2}$ ist, so kann man nach Belieben, durch zweckmäfsiges Handhaben, inmitten der aus einer einzigen Eintauchung hervorgehenden Figur, eine den Basen parallele dreiseitige Lamelle oder eine den Seitenkanten parallele flüssige Kante erhalten. Ich hatte diese beiden Formen schon angedeutet, aber als gehörig zu respective Höhengränzen von gröfserer gegenseitiger Entfernung.

2. Um inmitten der Figur ein dreiseitiges Laminarprisma verwirklichen zu können, darf das Verhältnifs zwischen der Höhe des Gerippes und der Seite der Base eine gewisse Gränze nicht überschreiten.

3. Wenn man dieses Laminarprisma erhält, sind seine Flächen niemals von sphärischer Krümmung; um solche Krümmungen annehmen zu können, müfsten die Seitenkanten dieses selben Laminarprismas bis zu Null reducirt werden. Dieser Bedingung kann man sich so viel wie man will nähern; man kann sie sogar erreichen, aber nicht

bleibend, weil dann in jedem der Scheitel des laminären Polyëders sechs flüssige Kanten zusammenstofsen, was, wie ich durch den Versuch festzustellen gesucht habe und Hr. Lamarle im ersten Theil dieser Arbeit bewiesen, die Instabilität des Systems nach sich zieht.

3. System des Würfels.

1. Die Flächen des laminaren Hexaëders, welches man inmitten der Figur bildet, sind von sphärischer Krümmung, und der Radius der Kugeln, zu welchen sie gehören, ist gleich dem Anderthalbfachen der Geraden, welche zwei entgegengesetzte Scheitel einer von ihnen verbindet.

2. Giebt man dem Gerippe eine Höhe gröfser als die Seite der Basis, macht man es also zu einem geraden Prisma mit quadratischer Basis, so giebt das Verfahren des Hrn. Van Rees gleichfalls ein inneres Laminarprisma mit krummen Flächen, vorausgesetzt, dafs die Höhe des Gerippes nicht zu grofs sey. Aber diese Flächen sind niemals von sphärischer Krümmung.

3. Wenn die Höhe des Gerippes die Seite der Basis bedeutend übertrifft, so zeigt sich die centrale Lamelle des gewöhnlichen Systems immer parallel zweien der Seitenflächen; wenn aber der Ueberschufs der Höhe hinreichend klein ist, kann man durch ein zweckmäfsiges Mittel diese Lamelle in eine andere, der Basis parallele verwandeln, analog dem, was man vorhin beim System des dreiseitigen Prisma gesehen hat.

4. System des geraden fünfseitigen Prisma mit regelmäfsiger Basis.

1. Den Radius des in die Basis eingeschriebenen Kreises mit r bezeichnend, hatte ich in meiner sechsten Reihe als Werth der Typen-Höhe $2r\sqrt{3} = 2r \times 1{,}732$ gegeben. Dieser Werth, zu welchem ich mit Vernachlässigung der äufserst schwachen Krümmungen der Lamellen des Systems gelangt war, ist nicht ganz genau. Der wahre Werth ist:

$$\frac{2r\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = 2r \times 1{,}618.$$

Digitized by Google

2. Auch hier darf, um inmitten der Figur ein pentagonales Laminarprisma darstellen zu können, die Höhe des Gerippes nicht zu grofs gegen die Dimensionen seiner Basis seyn. Unter diesen Bedingungen, und sobald die Höhe die Typenhöhe übertrifft, hat das Laminarprisma Flächen von sphärischer Krümmung, wenn man ihm ein gewisses bestimmtes Volum in Bezug auf die Dimensionen des Gerippes giebt. Dieses Laminarprisma hat alsdann eine Höhe gleich dem 21,853fachen der Sehne der Seite seiner Basis, und der Radius der Kugeln, zu welchen seine Flächen gehören, ist gleich dem 23,072fachen dieser selben Sehne.

3. Wenn die Höhe des Gerippes sehr wenig geringer ist als die Typenhöhe, so kann man, bei gewissen Handthierungen, nach Belieben durch eine einzige Eintauchung entweder eine sehr kleine pentagonale Lamelle inmitten der Figur erhalten oder auch ein anderes System d. h. dasjenige, welches der Typenhöhe oder einer gröfseren Höhe entspricht.

5. System des regelmäfsigen Dodecaëders.

Die Flächen des laminaren Dodecaëders, welches man inmitten des Systems bildet, sind von sphärischer Krümmung; der Radius der Kugeln, zu welchen sie gehören, ist ungefähr gleich der 23fachen Sehne ihrer Seite.

Bei allen obigen Systemen mit innerem Laminarpolyëder, wenn dessen Flächen von sphärischer Krümmung sind, sind alle Lamellen, die sich von den Kanten des Gerippes bis zu denen des Laminarpolyëders erstrecken, eben, und folglich sind alle flüssigen Kanten, welche die Scheitel des Gerippes mit denen dieses selben Polyëders verbinden, gerade.

6. Systeme zweier besonderen Polyëder.

Diese Polyëder, sowie ihre Laminarsysteme, würden, um wohl verstanden zu seyn, eine lange Beschreibung oder Abbildungen erfordern. Ich werde mich daher begnügen, nur einige Worte darüber zu sagen.

Das erste Polyëder besteht aus zwei gleichen und pa-

Digitized by Goog

parallelen Quadraten, gedreht in Bezug auf einander um einen Viertelkreis und verbunden mit einander durch acht halbreguläre Pentagone. In jedem dieser Pentagone macht die Ebene, welche die mit einem der Quadrate gemeinschaftliche Seite und die beiden anliegenden Seiten enthält, mit der Ebene, welche die beiden anderen Seiten enthält, einen einspringenden Winkel von etwa 168°. Dieses Gerippe liefert fünf verschiedene Laminarsysteme, die man nach Belieben erhält, und überdiefs kann man in der Mitte acht gleichfalls verschiedene Laminarsysteme darstellen.

Das zweite polyëdrische Gerippe, von noch schwierigerer Beschreibung, besteht aus vier Rectangeln und vier halbregelmäfsigen Pentagonen; jedes dieser Pentagone ist auch aus zwei Theilen gebildet, deren Ebenen einen einspringenden unter sich bilden. Dieses Gerippe giebt zwei verschiedene Laminarsysteme, und man kann darin vier inners Laminarpolyëder darstellen.

Herr Lamarle verläfst hierauf die Typenpolyëder und entwickelt einige allgemeine Betrachtungen über die Laminarsysteme der übrigen Gerippe.

Er wählt, als Beispiel eines detaillirten Studiums, das reguläre Octaëder. Mit Hülfe eines Kunstgriffs im Folgern gelangt er a priori und alleinig durch die Theorie zu fünf verschiedenen Laminarsystemen, welche sehr wahrscheinlich in dem besagten Gerippe die einzig möglichen sind. Das erste besteht ganz aus ebenen Lamellen und seine Mitte ist eingenommen von dem gemeinschaftlichen Scheitel sechs spiefsförmiger (*fer de lance*) Vierseite, welche ihre scharfen Scheitel respective an den sechs Scheiteln des Gerippes haben. Das zweite besteht aus krummen Lamellen und bietet in seiner Mitte eine sechsseitige Lamelle dar. Diese beiden Systeme hatte ich schon angegeben; die drei neuen, von Herrn Lamarle aufgefundenen, welche aus gekrümmten Lamellen bestehen, enthalten in ihrer Mitte eine pentagonale Lamelle, ein anderes eine vierseitige trapezoïdale Lamelle und das letzte eine Lamelle von vier gleichen Sei-

Digitized by Google

ten, Hr. L. stellt alle diese Systeme nach Belieben dar und läfst, ebenfalls nach Belieben, eins in das andere übergehen.

Er verweilt besonders bei dem ersten dieser fünf Systeme d. h. bei demjenigen, welches nur ebene Lamellen hat, und zeigt, dafs die Dimensionen seiner Theile unter sich und zu den Dimensionen des Gerippes in sehr einfachen numerischen Beziehungen stehen.

Was die innern Laminarpolyëder betrifft, so stellt Hr. L. in diesem selben Systeme funfzehn verschiedene dar. Es gelingt ihm, sie alle aus der Theorie zu entwickeln und sie theoretisch und experimentell von einander abzuleiten.

Endlich beschäftigt sich Hr. L., immer relativ auf dasselbe Gerip, mit einer Gattung von Systemen, welche er unvollständige nennt, weil man sie erzeugt, wenn man in einem schon gebildeten Systeme gewisse Lamellen sprengt, wo sie dann leere Räume bilden. Wenn man inmitten des Systems mit ebenen Lamellen eins der obigen Laminarpolyëder herstellt, bilden sich sechs kleine dreieckige Lamellen, welche in diesem Polyëder enden. Indem Hr. L. zwei oder vier dieser Lamellen sprengt, erhält er die unvollständigen Systeme, von denen die Rede war. Für drei von ihnen, die aus dem Verschwinden zweier entgegengesetzen Lamellen entspringen, werden die innern Polyëder, die ursprünglich Octaëder sind, Hexaëder und zwar von sehr eleganten Formen. Das Verschwinden zweier anderen gegenüberstehenden Lamellen verwandelt eins dieser Hexaëder in ein Tetraëder von sonderbarem Ansehen, weil seine Flächen verdreht sind.

Dieser zweite Theil der Arbeit des Hrn. L. bildet eine merkwürdige Ergänzung zu dem ersten.

Digitized by Google

XIII. *Untersuchung über die Drehwirkung, welche der Quarz auf die Polarisationsebene der brechbaren Strahlen des Spectrums ausübt;* von *Hrn. P. Desains.*

(*Compt. rend. T. LXII, p.* 1277.)

In einer Abhandlung in den *Ann. de chim. et phys. Sér. III, T. XXX, p.* 267 [1]) haben wir, De la Provostaye und ich, die drehende Wirkung untersucht, welche die sogenannten *activen* Substanzen auf die Wärmestrahlen des sichtbaren Spectrums ausüben. Ich habe diese Untersuchung auf den dunklen Theil der Sonnenstrahlung ausgedehnt, und erlaube mir hier, der Akademie die erlangten Resultate mitzutheilen.

Als ich zuvörderst mit Strahlen operirte, die in dem angewandten Spectrum eine beinahe symmetrische Lage des Gelb in Bezug auf das äufserste Roth einnahmen, erkannte ich, dafs die Polarisationsebene dieser Strahlen nur eine Drehung von 19° erfuhr, wenn sie winkelrecht durch eine Quarzplatte gingen, welche das mittlere Roth desselben Spectrums um 52° zu drehen vermochte.

Nach Erlangung dieser Thatsache operirte ich mit noch weniger brechbaren Strahlen in der symmetrischen Region des Blau in Bezug auf das äufserste Roth; ich fand Wärme, deren Polarisationsebene nur eine Drehung von 8 bis 9° durch Wirkung der eben genannten Quarzplatte erlitt. Unter gleichen Umständen war also die Drehung dieser Strahlen ungefähr sechszehn Mal schwächer als die des äufsersten Violett des Hrn. Biot. Ihre Wellenlänge würde also vier Mal gröfser seyn als die dieses Violett characterisirende, wenn es wahr wäre, dafs man bis zu diesen äufsersten Gränzen, wenigstens als erste Annäherung, annehmen könnte, dafs die Drehungen umgekehrt proportional seyen den Quadraten der Wellenlängen.

Um die eben erwähnten sehr schwachen Drehungen be-

1) Diese Ann. Bd. LXXXII, S. 114.

quem zu beobachten, hat man nicht nöthig, mit isolirten Strahlen aus dem dunklen Theil eines Spectrums zu operiren. Leitet man ein Sonnenbündel durch eine etwas dicke Schicht einer nach Hrn. Tyndall's Angabe bereiteten Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff, so bleiben fast nur Strahlen übrig, die denen, mit welchen die obigen Beobachtungen gemacht wurden, ähnlich sind.

Ich habe über diesen neuen Punkt eine ziemlich beträchtliche Zahl von Versuchen angestellt und werde eine Reihe derselben beschreiben.

Ein gut polarisirtes Sonnenbündel, durch eine Schicht jener Jodlösung geleitet, ward vollständig ausgelöscht, als mein Zerleger auf 45° stand. Die Dazwischensetzung des Quarzes rief wieder eine Wirkung auf das Rheometer hervor, aber diese Wirkung verschwand abermals, als der Zerleger auf 55° gestellt ward; alle in anderen Azimuten gemachten zeigten übereinstimmend, dafs die Drehung wirklich 10 Grad betragen habe. Hier die Beobachtungen:

Stellung des Zerlegers	Ablenkung
55	0
55	0,1
— 35	20,5
+ 10	10
+ 100	10,5.

Für gleich weit von 55° abstehende Stellungen des Zerlegers sind die Ablenkungen gleich, und die Summe derer, die man bei + 10 und bei + 100 erhält, ist gleich der, welche man bei — 35 bekommt, wie es seyn mufs. Die Theilung des bei diesen Messungen angewandten Limbus geht von Null aus nach beiden Richtungen bis 180. Der Quarz war immer derselbe.

Ich schliefse diese Notiz mit Erwähnung einiger Beobachtungen ganz anderer Art, die mir indefs die obigen Resultate zu bestätigen scheinen. Hr. Dumoulin-Froment hatte die Güte, mir ein von ihm selbst verfertigtes feines Gitter (*réseau au* 250e) anzuvertrauen. Auf diesen zarten Apparat liefs ich ein Sonnenbündel fallen, welches durch

Digitized by Google

eine schmale Oeffnung geleitet und durch eine Linse concentrirt worden war; in zweckmäfsigeren Abstande erhielt ich auf einem Schirm die Fraunhofer'schen Erscheinungen in grofser Reinheit. Als ich die Säule in die dunklen Räume stellte, die sich diefs- und jenseits des centralen Bündels ausbreiteten, erhielt ich keine Ablenkung. Dagegen wurde die Magnetnadel durch die Wirkung der grünen, gelben und rothen Strahlen des ersten Spectrums zuweilen bis auf 15° getrieben. Die Gränze des äufsersten Roth dieses Spectrums berührte das Violett des zweiten. Bei Auffangung der in dieser Region liegenden Strahlen erhielt ich noch 10° Ablenkung; weiterhin nahmen die Wirkungen rasch ab, und unter den Umständen bei meinen Versuchen erhielt ich nur noch eine Ablenkung von 2 bis 3° als ich das Orange und das Gelb des zweiten Spectrums nebst den diesen Farben benachbarten Portionen des Roth und des Grün mit der Säule auffing; allein und das ist der Punkt, den ich hervorhebe: als ich eine Zelle voll der erwähnten Jodlösung in die Bahn der Strahlen einschaltete, verlöschten alle Wirkungen, welche von der Wärme im sichtbaren Theil des ersten Spectrums bis zum Violett des zweiten hervorgebracht waren, während, wenn die Säule so gestellt worden, dafs sie das Grün, das Gelb und das Orange dieses zweiten Spectrums aufnahm, die Dazwischensetzung der Jodlösung die Wärmewirkung nicht vollständig vernichtete. Das war also, in dem *ersten* Spectrum, die Lage der dunklen Strahlen, die von der Jodlösung durchgelassen wurden. Diese letzten Resultate wurden mit einer sehr empfindlichen Thermosäule erhalten, welche Hr. Ruhmkorff nach den neueren Angaben des Hrn. E. Becquerel construirt hatte.

Digitized by Google

XIV. *Ueber die Töne rotirender Stimmgabeln; von W. Beetz.*

Die Brüder Weber haben in ihrer Wellenlehre [1]) folgenden Versuch beschrieben: »Wenn man eine Stimmgabel so in eine Drechselbank einspannt, dafs die Stimmgabel um die Längenaxe ihres Stiels gedreht werden kann, so bemerkt man, dafs die tönende Stimmgabel aufhört zu tönen, wenn ihre Umdrehungen eine gewisse Geschwindigkeit erreicht haben, aber der Ton wieder wahrnehmbar wird, wenn man das Rad der Drechselbank plötzlich anhält. Es ist dieses nicht so zu erklären, dafs das Geräusch der Drechselbank die Stimmgabel übertäube, denn auch dann, wenn man die Oeffnung einer cylinderförmigen Röhre in die Nähe der Zinken hält, und an die andere Oeffnung der Röhre das Ohr bringt, überzeugt man sich davon, dafs die Umdrehung zwar nicht die Schwingung der Gabel aufhebt, aber die Mittheilung derselben an die Luft hindert. Wir können von dieser merkwürdigen Erscheinung noch keine Erklärung geben.«

Ich hatte schon vor langer Zeit diesen Versuch wiederholt, war aber zu einer ganz anderen Wahrnehmung gelangt, worüber ich der physikalischen Gesellschaft zu Berlin Bericht erstattet habe [2]). Ich hörte nämlich niemals, dafs der Ton der Stimmgabel verschwand, sondern nur, dafs er geschwächt wurde, und daneben hörte ich deutlich einen höheren Ton und eine Reihe von Stöfsen, deren Zahl mit der Anzahl der halben Umdrehungen der Stimmgabel zusammenfiel. Die Herren W. und E. H. Weber, denen ich mein abweichendes Resultat mitgetheilt hatte, konnten leider die Gabel, welche sie angewandt hatten, nicht mehr auffinden; Hr. W. Weber schrieb mir indefs, es sey eine gewöhnliche a Gabel gewesen, und sprach die Vermuthung

1) Wellenlehre S. 510.*

2) Fortschritte der Physik 1850—51. Bd. VIII u. IX, S. VIII.

Digitized by Google

aus, dafs bei ihren Versuchen der höhere Ton dadurch unmerklicher geworden sey, weil sie einen geräuschvolleren und langsamer laufenden Drehapparat angewandt hätten als ich. Eine genügende Erklärung der Erscheinung zu geben, gelang damals ebenfalls nicht.

Neuerdings wurde meine Aufmerksamkeit auf die fast vergessene Beobachtung durch den schönen Versuch von König geleitet, bei welchem der Ton einer Stimmgabel höher gehört wird, wenn man sie dem Ohre nähert, so dafs die Anzahl der Schwebungen, welche sie mit einer anderen Gabel in der Ruhe gegeben hat, dadurch verändert wird [1]). Der Gedanke lag nahe, dafs die beiden Zinken der gedrehten Stimmgabel dem Ohre zwei verschieden hohe Töne zusenden, indem sich die eine demselben nähert, die andere sich entfernt. Ich nahm deshalb meine Versuche wieder auf, die mich jetzt aber zu einer ganz anderen Auffassung der Erscheinung geführt haben.

Die vortrefflichen Gabeln, über welche man jetzt verfügt, erlauben den Versuch sehr entscheidend anzustellen. Ich benutzte besonders eine c_1 Gabel (512 Schwingungen) von Lange in Berlin, und eine c_2 Gabel (1024 Schwingungen) von König in Paris, erstere mit 155, letztere mit 100^{mm} langen Zinken. Der Durchschnitt einer Zinke war bei beiden Gabeln, wie bei allen gebräuchlichen, ein Rechteck; an der Spitze der c_1 Gabel 11^{mm} lang, 6^{mm} breit, an der der c_2 Gabel 14^{mm} lang, 6^{mm} breit, so dafs die geringere Dicke der Zinke jedesmal der Richtung entspricht, in welcher die Gabel, wenn sie gestrichen wird, ihre Schwingungen ausführt. Wurden diese Gabeln in der Drehbank befestigt zum Tönen gebracht, und dann, um ihre Axe mit der Geschwindigkeit von etwa 12 Umdrehungen in der Secunde gedreht, so erhöhte sich der Ton c_1 um etwa $\frac{8}{4}$, und c_2 um etwas über einen halben Ton. Daneben wurden die früher erwähnten Schwebungen, zwei bei jeder Umdrehung, gehört. Um die Tonerhöhung auch solchen Personen, welche Tonhöhen schlecht unterscheiden, recht merk-

1) König, *Catalogue des appareils d'acoustique p.* 16, *No.* 75.*

Digitized by Google

lich zu machen, braucht man nur ein Resonanzgefäfs unmittelbar unter die rotirende Gabel zu stellen. Ist dieſs auf den Ton der Gabel gestimmt, so hört man bei langsamer Drehung nur die von den Brüdern Weber beobachtete Interferenzerscheinung. Dreht man schneller, so zieht sich der Ton heulend in die Höhe; stimmt man aber das Gefäfs allmählich höher, so tönt es mit der gedrehten Gabel immer heller mit, bis die oben angegebene Höhe erreicht ist. Ebenso hört man die Tonerhöhung vortrefflich, wenn man einen Helmholtz'schen Resonator ins Ohr steckt, dessen Tonhöhe mit der der gedrehten Gabel zusammenfällt. Diese Erscheinung hat aber mit der Mittheilung des Schalles an die Luft und mit der Fortpflanzung desselben in der Luft gar nichts zu schaffen, denn man hört sowohl die Tonerhöhung, als die Schwebungen ganz ebenso gut, ja besser, wenn man den Kopf mit verstopften Ohren an irgend einen Theil der Drehbank anstemmt. Die Erscheinung ist also durchaus objectiv, die Schwingungen der Gabel werden in der That beschleunigt. Sie ist nichts als eine andere Gestalt des Foucault'schen Pendelversuchs. Die Schwingungen haben das Bestreben, in der Ebene, in welche sie erregt wurden, zu verharren; sie gehen also gleichsam auf einen Stab von gröfserer Dicke über und erzeugen deshalb einen höheren Ton. Die Elongation der Schwingungen wird dabei kleiner; sie wächst aber allmählich wieder, und erreicht jedesmal ein Minimum, wenn die Gabel wieder ihre ursprüngliche oder eine um 180° gegen diese gedrehte Stellung einnimmt. Dadurch entstehen die Schwebungen, deren Zahl natürlich nur halb so grofs ist, als die der Stöfse, welche man beim Weber'schen Interferenzversuch hört. Wird die Gabel nur langsam gedreht, so folgt die Schwingungsebene der Drehung der Masse, man hört nur den Grundton und keine Stöfse; bei schnellerer Drehung treten bald, auch objectiv, die Stöfse auf, dann zieht sich der Ton in die Höhe, aber nie so weit, dafs er den Schwingungen eines Stabes von der gröfseren Dicke der Gabelzinken entspräche. Zum Beweise für die Richtigkeit

Digitized by Google

dieser Auffassung experimentirte ich auf einer sehr geschmeidigen hundertheiligen Reactionsmaschine mit zwei kleinen Spiegeln, welche ich Daniellschen in der Construction ähnlich spanne. Die Ablenkung der Nadel (p_0) wurde 6^{mm} breit, 1^{mm} dick (die Dicke in der Richtung genommen, in welcher man die Nadel umdrehen kann), die der andern (p_1) 1^{mm} breit und 6^{mm} dick. Der Torr der p_0 Gabel ging bei der Rotation um eine Linie in die Höhe, der der p_1 Gabel um $\frac{1}{2}$ Toa kommer, derselbe hörte nun bei dieser Gabel auch seine Action, etwas höherer Ton, gerade dadurch entstand, daß die andere Nadel sich in Folge in der Richtung der Diagonale ihrer Durchschwingschlitzen lag, und die Schwingungsmasse durch diesen Richtung hervorgehoben wurde, und der Reize entstand.

Viel auffallender, weil stabiler, ist der Versuch, wenn man die beiden einander ähnlichen statt mit einer Stimmgabel ansteht. Ich konnte keinen Stab finden, der an seinem Ende eingespannt, hinreichend stark und lange getönt hätte. Mit einem am Ende keilförmigen Stab gelang mir jedoch der Versuch vortrefflich. Ein Stahlstab von 1^m Länge, 6^{mm} Breite und 2^{mm} Dicke wurde an einem Ende in einen Feilen aufgehängt, der die Verlängerung der Axe des Stabes bildete, Feile mit ihm ingend einer andern Kreisbewegung hatte zwischen zwei Finger und beiden die daß Anschlagen mit einem weichen Hammer zum Tönen, so erhielt ich den gewünschten Ton. Um den Stab zum Tönen zu bringen, bedurfte das Anschlagen in der ganzen oder der andern Richtung gleichsam, in R. bei der Schwingung mit sich Kanten im Sinne, der Dicke p_0, im Sinne der Breite p_1. Wird nun der Stab in seinem Sinne angeschlagen und dann, wie oft gedacht, so hört man nacheinander zwei Töne, wird er in zweitem Sinne angeschlagen und dann um 90^0 gedreht, so hört man ebenso p_0. Hier ist es wirklich die Schwingungsmasse ganz unmittelbar gehoben. Wird der Faden gedreht, und zwischen der Stab angeschlagen, so hört man nacheinander beide Töne, nämlich beiden Töne, dazwischen noch ein Gebrauch von zu

deren Tönen gehend, welche den schärfsten Schallstoß der Durchschnittsfiguren entsprechen. Ein cylindrischer Stab, ganz ähnlich behandelt, theilte stets auf diese Grundtöne fort. Leitet man den parallelepipedischen Stab rings hängen, während er tönt, und geht mit dem Ohr in seiner Nähe herum, so hört man keine Interferenztöne, denn man ist dagegen an einem gedrillten Faden, den man mit den Zähnen hält, nachdem man sich das Ohren verstopft hat, er hört man sofort den Tonwechsel und die Stöße. Die Erscheinung ist also auch hier von der Fortpflanzung des Schalles in der Luft ganz unabhängig.

Ich verwerfe die beschriebene Erscheinung mittelst einer Wheatstone'schen Kehlenpfeife nicht vollständig, und zwar mittelst eines sehr schönen Exemplars von König, das recht Stöße hat. Mit dem cylindrischen Stabe gelingt der Versuch nicht vollkommen, so wie ihn Wheatstone beschrieben hat[1]). Die in den Knoppe geschenen Schwingungsfigur, wie die gerade Linie, die Ellipse oder die Kreis, wird ganz stabil, zum Beweise, daß die Schwingungsebene wirklich constant bleib. Ich helfe mir gleichfalls dadurch, daß die Schwingungsfiguren der einfachen Stäbe so neben, hier traben aber so verwerrene Gestaltungen sei, daß ich alle anderen Figuren fallen ließ, und durch einen senkrecht auf die Stabfläche geführten Stoß immer nur die gerade Linie entstehen ließ. Beim Drehen des Stabes bleibt diese Linie immerwegs stabil, und verschiedene solche Figuren, welche an meiner Ueberraschung bei allen Stäben mit den verschiedensten Dickenverhältnissen die gleiche war über von der Drehungsgeschwindigkeit abhängig waren. Bei langsamer Drehung entstanden Bilder wie Figur 1, welche bei schnellerer Drehung in Figur 2, 3 und endlich 4

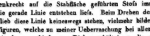


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

1) Instit. No. 899. S. 369; Fortschr. der Physik, 1850 — 51, S. 198.

übergingen, welche letztere aus zwei concentrischen leuchtenden Kreisen auf matter beleuchteter Fläche besteht. In den zwischenliegenden Drehungsgeschwindigkeiten bilden sich Figuren, welche nicht in sich selbst zurücklaufen, und daher mehr verwischt erscheinen. Alle diese Bilder entstehen in folgender Weise. Bliebe die Schwingungsebene eines Stabes constant, so würden seine Schwingungen in der Richtung der gröfsten Dicke eine kleinere, in der der kleinsten eine gröfsere Elongation haben. Man müfste daher einen feststehenden Lichtstreifen sehen, in dem sich die Fig. 5 Umkehrpunkte *a*, *b*, *c* und *d*, Fig. 5 als Ruhelagen der Kugeln auszeichneten. Dem festgeklemmten kantigen Stabe ist aber diese freie Bewegung nur unvollkommen möglich, darum geht die Figur herum, langsamer als der Stab, aber schnell genug um das Bild Fig. 4 zu geben. Je langsamer die Drehung im Verhältnifs zur Schwingungszahl des Stabes wird, desto häufiger kreuzt die in ihrer Lage verrückte Hauptschwingungsebene während einer Umdrehung ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage, und es entstehen daher geschleifte Figuren, unter denen nur die Fig. 3, 2, 1 und noch mehrschleifige sich besonders scharf hervorheben, weil sie in sich selbst zurücklaufen. Ihre Gestalt ist also vom Dickenverhältnifs ganz unabhängig, sie werden um so schwerer vielschleifig, je langsamer der Stab schwingt. Aus diesen und den bekannten kaleidophonischen Figuren sind dann diejenigen zusammengesetzt, welche ein nicht senkrecht zu einer Seitenfläche schwingender Stab während der Rotation zeigt.

Erlangen, im Juni 1866.

Digitized by

XV. *Nachtrag zum Aufsatz von A. Kundt.*

(S. 355 dieses Hefts.)

Während des Druckes des Aufsatzes: »Ueber die Erzeugung von Klangfiguren in Orgelpfeifen, etc. etc.« ist es mir mit einigen neu angefertigten, mit einem verstellbaren Labium versehenen Pfeifen, die einen sehr vollen starken Ton gaben, schliefslich doch gelungen, die beschriebenen Klangfiguren statt mit Kieselsäure mit Lycopodium zu erhalten. Dasselbe zeigt freilich die Querrippungen nicht so gut als die leichtere Kieselsäure, indefs erhält man bei etwas geneigter Pfeife die Knotenpunkte mit Lycopodium sehr scharf. In denselben Pfeifen zeigte sich mit Lycopodium die Spiralbewegung in der Nähe des Labiums sehr gut, und zwar ist es leicht, eine rechts oder eine links gewundene Spirale zu erhalten, indem man die Richtung des aus dem Kernspalt kommenden Windbandes durch ein etwas schräg vor dem Kernspalt gehaltenes Stückchen Blech oder Papier an der einen oder andern Seite ändert. Dieſs zeigt, daſs die Spiralbewegung, die sich in den meisten Pfeifen zeigt, durch zufällige Unregelmäſsigkeiten des Kernspalts oder Labiums hervorgebracht wird.

K.

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1866. ANNALEN No. 8.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXXVIII.

I. *Ueber ein neues Verfahren zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen;* *von Ivan Branislav Zoch.*

(Im physikal. Laboratorium der Universität Erlangen unter der Leitung des Hrn. Prof. Dr. W. Beetz ausgeführt.)

Die Geschwindigkeit der Verbreitung des Schalles in der Luft wurde, bekanntlich auf einem sehr umständlichen Wege, so gemessen, dafs für eine weitere Strecke s an der einen Station ein Schall- und Lichtsignal durch das Abfeuern einer Kanone gegeben und an der zweiten entfernteren Station der Zeitunterschied t zwischen der Wahrnehmung des Lichtes und des Schalles angemerkt wurde. Dabei ergab sich dann aus dem Wege, dividirt durch die beobachtete Secundenzahl die Schallgeschwindigkeit $c = \frac{s}{t}$.

Diese Methode wurde zuerst von den Mitgliedern der Pariser Akademie: Cassini, Maraldi und La Caille im Jahre 1738 [1]) zwischen den Stationen: Observatorium zu Paris, Montmartre, Fontenay-aux-Roses und Monthlery ausgeführt, und dabei die Geschwindigkeit des Schalles für die Luft, reducirt auf 0°, 337^m = 1038 par. Fufs gefunden.

1822 wurde der Versuch zwischen Monthlery und Villejuif wiederholt [2]), und zwar um zugleich auch den Einfluss des Windes auf die Schallgeschwindigkeit festzustellen. Als Beobachter waren dabei Humboldt, Gay Lussac und Bouvard zu Monthlery; Arago, Mathieu und Prony zu Villejuif. Hierbei fand man, dafs die Geschwin-

1) *Mémoires de l'acad. de Paris* 1738 *et* 1739.
2) *Ann. de chim. et de phys. T. XX, p.* 210.

digkeit des Schalles auch von der Geschwindigkeit des Windes abhängig, und der algebraischen Summe beider Geschwindigkeiten gleich ist: sie selbst wurde auf 331m,2 in einer Secunde bei 0° bestimmt.

Denselben Versuch wiederholten später die holländischen Physiker Moll, Van Beek und Kuytenbrouwer[1]) bei Amsterdam, und fanden $c = 332^m,26$ bei 0° in einer Secunde.

Um sich zu überzeugen, ob die Geschwindigkeit in den verschieden dichten Schichten der Luft gleich sey, wiederholten denselben Versuch Bravais und Martins[2]) zwischen den Stationen Faulhorn und Brienzer See, von denen die erstere 2683m die letztere 563m,9 über dem Meere liegt, und fanden für $c = 332^m,37$ bei 0°.

Der berühmte Mathematiker D. Bernoulli gab ein sehr sinnreiches, anscheinend einer grofsen Genauigkeit fähiges Verfahren zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit an, welches darin besteht, dafs man in die tönende Röhre einen graduirten Stempel so weit hineinschiebt, bis sie denselben Ton giebt, welchen sie offen gab. Ein ähnliches Verfahren befolgte zuerst Chladni[3]), dann Dulong[4]), der aus

$$c = 4(l + x)N \text{ bei gedackten und}$$

aus

$$c = 2(l + x + y)N \text{ bei offenen Pfeifen,}$$

(wo l die Wellenlänge, N die Schwingungszahl der Pfeife, x die Correction wegen der Mundöffnung, und y die wegen des Hervorragens der schwingenden Luft aus der Röhre bedeutet) indem er Pfeifen von bestimmter Schwingungszahl mit verschiedenen Gasen tönen liefs, die Länge der Wellen, und hiermit auch die Schallgeschwindigkeit für die entsprechenden Gase berechnete.

Die Werthe von x und y wurden von Dulong beob-

1) Pogg. Ann. Bd. V, S. 351, 469.
2) Pogg. Ann. Bd. LXVI, S. 351.
3) Chladni's Akustik, S. 178, 1830.
4) Pogg. Ann. Bd. XVI, S. 199. — *Ann. de Chim. et de Phys. T. XLI.*

Digitized by Google

achtet, von Wertheim aber berechnet. Doch auch ohne diese kann man die Geschwindigkeit messen, wenn N, die Schwingungszahl, bekannt ist. Wäre c die Schallgeschwindigkeit in einem Gase, c_1 aber die in einem anderen, N und N_1 die entsprechenden Schwingungszahlen, so hat man:

$$c = 4(l+x)N$$
$$c_1 = 4(l+x)N_1 \text{ für gedackte, oder}$$
$$c = 2(l+x+y)N \text{ und}$$
$$c_1 = 2(l+x+y)N_1 \text{ für offene Pfeifen}$$

und daraus das Verhältnifs beider Geschwindigkeiten

$$\frac{c}{c_1} = \frac{N}{N_1}.$$

Nehmen wir die Schallgeschwindigkeit c in der Luft als bekannt an, so kann man aus diesem Verhältnisse die Schallgeschwindigkeit für das entsprechende Gas finden.

Dulong's Versuche lieferten folgende Resultate, reducirt auf 0°:

Für die atmosph. Luft	333^m	oder	1
» Sauerstoff	317 ,17	»	0,952
» Wasserstoff	1269 ,5	»	3,812
» Kohlensäure	261 ,6	»	0,786
» Kohlenoxydgas	337 ,4	»	1,787
» Stickoxyd	261 ,9	»	0,787
» Elayl	314	»	0,943

Ebenso bestimmte Wertheim[1]) die Schallgeschwindigkeit der Luft und Gase mittelst Pfeifentönen, nach einer Formel, die mit der von Cavaillé-Coll $L = \frac{C}{N} - 2T$ übereinstimmt, und in der L die Länge der Pfeife, C die Schallgeschwindigkeit, N die Schwingungszahl und T die mittlere Tiefe, d. h. das Mittel der Senkrechten, welche auf die Linie der Mundöffnung, in der Ebene des Querschnittes, bis an die innere Fläche der Gegenwand gezogen werden, bedeutet. Er fand die Schallgeschwindigkeit 331^m,79 bei 0°.

Aufserdem bestimmte die Wellenlängen in der Luft,

1) Pogg. Ann. Bd. LXXVII, S. 427.

Digitized by Google

bei den Studien über die Reflexion des Schalles N. Savart[1]), besonders aber A. Seebeck in seinen scharfsinnigen und treffenden Arbeiten[2]) als Bemerkungen, Erläuterungen und Nachträge zu N. Savart's Versuchen die Zurückwerfung des Schalles betreffend, indem er zugleich aus den gemessenen Wellenlängen und der Schwingungszahl die Schallgeschwindigkeit nach der Formel $c = ln$ berechnete[3]). Er bekam bei einer Glocke als Mittel aus 40 Wellenlängen bei 5°,5 C. 333m,81, was nach

$$C_t = C_0 \sqrt{1 + \alpha t}$$

330m,49 giebt. Bei einer anderen Glocke bekam er bei 9° C., aus 90 Halbwellen berechnet, 337m,93, was bei 0° 332m,49 entspricht und mit der von Van Beek und Moll zu 332m,26 bestimmten Geschwindigkeit sehr gut übereinstimmt.

Im Jahre 1854 stellte Dr. J. Bosscha[4]) eine sehr sinnreiche Methode zur Messung der Schallgeschwindigkeit in der Luft auf, und zwar nach dem Principe der Coincidenzen, wie folgt.

Gesetzt, das Pendel einer Uhr *A* mache 99 Schläge, während das einer zweiten dicht danebenstehenden Uhr *B* 100 Schläge giebt, und zwar in jeder Secunde einen Schlag. Beginnen nun beide Pendel ihre Schläge gleichzeitig, so wird je der 100. Schlag des Pendels *B* mit dem 99. des Pendels *A* zusammenfallen. Der zweite Schlag des Pendels *B* wird um 0,01 Secunde früher erfolgen, als der zweite des Pendels *A*. Vorausgesetzt nun, die Geschwindigkeit des Schalles wäre bei 6° C. = 338m, so müfste man das Pendel *B* um 3m,38 vom Pendel *A* entfernen, damit das in der unmittelbaren Nähe des Pendels *A* sich befin-

1) Pogg. Ann. Bd. XLVI, S. 458.

2) Pogg. Ann. Bd. LIX (XXIX) S. 176 bis 203. — Ebendaselbst Bd. LXVII (8) S. 145 bis 182. — Ebendaselbst Bd. LXVIII (8) S. 449 bis 470. — Repert. d. Phys. Bd. VI, S. 100 bis 105.

3) Repert. d. Phys. v. Dove Bd. VI, S. 26.

4) Pogg. Ann. Bd. XCII S. 485 bis 494; Berl. Berichte Bd. IX, S. 163 bis 166.

dende Ohr die beiden Schläge gleichmäfsig hörte. Auf diese Art kann man durch ein passendes Entfernen der Pendel oder des Beobachters, die Geschwindigkeit messen, was Dr. J. Bosscha auch that und $c = 352{,}5$ Ellen fand.

Aufserdem spricht er sich folgendermaafsen aus [1]): »Wenn man über einen Raum von 330 Ellen verfügen kann, würde man mittelst einer einzigen Uhr die Geschwindigkeit des Schalles bestimmen können. Man verbindet nämlich eine Uhr mit einem galvanischen Apparate, schaltet aber in die Kette zwei elektromagnetische Glocken ein, die so eingerichtet sind, dafs wenn sie dicht nebeneinander gestellt sind, die Schläge genau zusammenfallen. Wenn man sich mit einer der Glocken entfernt, so werden die Schläge scheinbar auseinandergehen, bis man zu einem Abstand gekommen seyn wird, der genau demjenigen gleich ist, welchen der Schall in der Zwischenzeit zweier aufeinander folgenden Ticke der Uhr durchläuft. Entfernt man sich noch weiter, so gehen die Ticke wieder auseinander, bis man zu dem doppelten Abstande gekommen ist, wo sie wieder zusammenfallen, und so fort.«

Diesen schönen Gedanken Dr. J. Boscha's führte R. König im Paris aus, wobei er sich das Verdienst erworben, den Raum von 330 Ellen auf ein Zehntel zu reduciren.

König's Apparat [2]) besteht im wesentlichen aus einer Stimmgabel, die als ein Neeff'scher Selbstunterbrecher wirkt und genau in der Secunde 10 ganze Schwingungen giebt, also nach je 0,1 Seeunde den Strom schliefst. In die Leitung sind zwei elektromagnetische Schlagwerke eingeschaltet. Es werden diese, sobald sie unmittelbar nebeneinander stehen, gleichzeitig 10 Schläge in der Secunde geben. Entfernt man das eine Schlagwerk, so wird die

1) Pogg. Ann. Bd. XCII, S. 491 und 492.

2) Pogg. Ann. Bd, CXVIII, S. 610 bis 614. — *Compt. rend. T. LV*, p. 603 bis 605. — Cosmos Bd. XXI, S. 377, 426 bis 427. — L'Institut 1866, S. 333. — Pisko Neuere Apparate der Akustik, Wien 1865, S. 205 bis 209.

Digitized by Google

Coïncidenz nicht mehr vollkommen, bis sie dann ihr Maximum, bei noch weiterer Entfernung aber das Minimum erreicht, d. h. wieder vollkommene Coïncidenz eintritt. Die Entfernung *s* giebt, multiplicirt mit 10, die Schallgeschwindigkeit.

Durch diese Arbeiten angeregt, benutzte ich die Coïncidenz zu einer sehr einfachen Methode der Messung der Schallgeschwindigkeit in der Luft und Gasen, wie folgt.

Nehmen wir an, wir hätten zwei Röhren, die jede für sich in einander verschiebbar wären und dadurch wenigstens um einen Meter länger oder kürzer gemacht werden könnten. Beide Enden der Röhren wären mit dünnen Kautschukmembranen verschlossen. Vor einem Ende der Röhre würde ein Ton von bestimmter Höhe erregt, an dem anderen befänden sich aber über den Membranen Büchsen mit je zwei Röhrchen; durch eine derselben würde Leuchtgas in die Büchse geleitet, durch die andere aber von da zu einem seiner Brenner geführt. Sobald nun ein Ton erregt wird, gerathen die ersten Membranen in Schwingungen, pflanzen diese durch die Röhren bis zu den anderen Membranen fort, die sie dem zugeführten Leuchtgase mittheilen, wodurch die Flämmchen in Schwingungen gerathen [1]) und durch einen rotirenden Spiegel analysirt werden können. Stellt man die beiden Flämmchen genau übereinander, so wird in dem analysirten Flammenbilde ein Zickzack über dem andern sich befinden. Verlängert oder verkürzt man die eine Röhre durch Verschieben, so fallen die Zickzacke nicht mehr übereinander, sie rücken nach rechts oder links auseinander. Ist die Differenz der Längen der Röhren gleich der $\frac{1}{2}$ Wellenlänge des entstehenden Tones, so kommt je ein Zickzack des oberen Flämmchens über den halben des unteren zu stehen, bis sie bei der Differenz der Röhrenlänge gleich der ganzen Wellenlänge, wieder genau übereinanderfallen.

Diesen Gedanken führte ich folgendermaafsen aus. In der Windlade *W*, (Fig. 7 Taf. VI) steht eine Pfeife *P*,

1) Die Schwingungen werden bei kleinen Flammen so kräftig, dafs diese selbst einen Ton und zwar den erregten geben.

deren Schwingungszahl genau bekannt ist (ich bediente mich sehr genauer Pfeifen von R. König in Paris). In der Mitte derselben befindet sich ähnlich wie bei König's Interferenzpfeifen[1]) eine Büchse *M*, über welche innerhalb eine Membran ausgespannt ist, die zugleich die Wandung der Pfeife bildet, so dafs also diese ihren Ton nicht ändert. In die Büchse *M* sind zwei Röhren von 10^{mm} Dicke eingekittet, von denen dann die ganze Röhrenleitung *a*, *b*, *c*, *d*, *m* und *g*, *e*, *f*, *h*, *m'* ausgeht, und welche ebenfalls aus Röhren von 10 bis 15^{mm} Dicke construirt ist. Beide Leitungsröhren sind 4 mal rechtwinklig gebogen, was darum geschah, um zwischen *m*, *m'* und den Flammen einen gleichlangen Raum zu gewinnen. Die Dicke der Röhren hat auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Luft und Gase in denselben keinen Einflufs, wie es die Versuche mit dicken und dünnen Röhren bestätigen; anders verhält es sich mit Kautschukschläuchen, die, wenn sie auch noch so fest sind, eine merkliche Aenderung hervorbringen. Die Kniee der Röhren sind von Holz und haben an der Reflexionsfläche eine glatte Blechplatte; zweckentsprechender wären sie von Messing. Die Röhren selbst sind aus Glas mit Siegellack luftdicht eingekittet. Da in beiden Leitungen gleiche Reflexion stattfindet, so kann dadurch kein störender Gangunterschied erfolgen. Zwischen *ab*, *cd*, *ge* und *hf*, befinden sich doppelte Röhren, die zum Verschieben, also zum Aendern des Gangunterschiedes dienen, und mittelst über die Enden gezogener Stückchen Kautschukschläuche in einander luftdicht passen, dabei aber doch verschoben, also verlängert oder verkürzt werden können. Die Röhrchen *t* und *u*, dienen zum Einleiten des zu untersuchenden Gases, und werden mit kleinen Quetschhähnen verschlossen. Die Enden der Leitungsröhren münden jedes in ein Membranmanometer, wie ich sie

1) Pogg. Ann. Bd. CXXII, S. 244. — Cosmos Bd. XXIV S. 440. — *Les Mondes T. VII, p.* 647. — König's Illustrirter Katalog akustischer Instrumente, Paris 1865, S. 43 No. 215. — Pisko Neuere Apparate der Akustik, Wien 1865.

Digitized by Google

in meiner Arbeit über die chemische Harmonica [1]) beschrieb. Von diesen geht die Leitung mittelst zwei gleich langer Kautschukschläuche, deren Elasticität hier keinen störenden Einfluſs mehr hat, zu den Brennern.

Da bei der Analyse der Flammenbilder, wenn zwei Zickzacke übereinander sich befinden, ein genaues Einstellen nicht möglich ist, so construirte ich die Brenner so, daſs der untere halbe Theil der einen Flamme mit dem oberen der anderen, im Rotationsspiegel bei Ruhe nur eine Flamme zeigt. Rotirt der Spiegel und ist kein Gangunterschied der Wellen vorhanden, so sieht man nur ein Zickzack wie es Fig. 8 Taf. VI darstellt, das durch die Mitte einen schwarzen Strich hat, an dem man das vollkommene Zusammenfallen deutlich wahrnehmen kann. Bei jedem Gangunterschiede erscheinen die oberen Zacken von den unteren abweichend, je nachdem der Gangunterschied ist, so daſs sie beim Gangunterschiede gleich $\frac{1}{2}$ Wellenlänge das Zickzack Fig. 9 geben. Wird der Gangunterschied gleich einer ganzen Anzahl von Wellenlängen, so entsteht wieder das Zickzack Fig. 8.

Die Brenner sind folgendermaaſsen eingerichtet: In dem Brettchen $\alpha\alpha$ (Fig. 7 und 10) stecken die einzelnen Brenner q und q_1, deren Mündung Nadelspitzendicke hat, und an deren unterem Ende die Schläuche, die von den Manometern m und m_1 kommen, angebracht sind. In der Mitte zwischen beiden befindet sich ein kleiner Spiegel s, der um seine Axe so (Fig. 7 und 10) mittelst des Hebels v sich drehen läſst, und nur bis zur halben Flamme q reicht. Die spiegelnde Fläche ist der Flamme q zugekehrt, so, daſs die untere Hälfte derselben reflectirt von der Richtung q_1, s (Fig. 10) zu kommen scheint, und so den unteren Theil der Flamme q_1 der durch den Spiegel s verdeckt ist, ersetzt. Es entsteht also aus der reflectirten unteren Hälfte der Flamme q, die gegen den Rotationsspiegel mit dem Schirme β (Fig. 7 und 10) verdeckt ist, und der directen oberen Hälfte der Flamme q_1 nur *ein* Flammenbild im ru-

1) Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 583.

Digitized by Google

henden Rotationsspiegel *S*, welches dann, sobald der Spiegel rotirt und ein Ton durch die Pfeife erregt wird, in die entsprechenden Zickzacke zerfällt, und genau anzeigt, ob ein Gangunterschied vorhanden, oder nicht vorhanden ist.

Das Hervorragen der Zickzacke bei α (Fig. 11 Taf. VI) kann man sehr genau sehen, und so durch ein Verschieben der Röhren scharf die Gränzen bestimmen, wo das vollkommene Zusammenfallen der Zickzacke aufhört. Die Gränzen, zwischen welchen das Zusammenfallen der Zickzacke fällt, ist bei den Gasen verschieden; sie ist für Kohlensäure ungefähr 2^{cm}, während sie beim Wasserstoffgase gröfser wird. Ebenso wird sie kleiner, also die Bestimmung genauer, wenn man eine höhere Pfeife anwendet. Ich wandte Pfeife c_1, die Octav davon und g_1 an. Die Resultate waren mit diesen Pfeifen am genauesten, indem bei höheren Tönen die Zickzacke zu eng werden, und man sie dann weniger genau beobachten kann. Die Flammen sind, damit sie ruhig brennen können, was sehr wichtig ist, und von dem Rotationsspiegel, der ziemlich nahe ist, nicht afficirt werden, mit einem Glascylinder geschützt, der innen überall, bis auf eine Lücke, in der Richtung der Strahlen zum Rotationspiegel *s*, mit Rufs geschwärzt ist, damit das von den Wänden reflectirte Licht nicht störend einwirke. Bei der Beobachtung ist es gut, alles Glänzende aus der Nähe zu entfernen, und auch das Zimmer etwas zu verdunkeln.

Alles Holz an den Leitungsröhren, sowie auch die Manometer sind lackirt, damit keine Diffusion des zu untersuchenden Gases mit der äufseren Luft stattfindet.

Will man nun eine Messung vornehmen, so macht man beide Röhrenleitungen, durch Verschieben der Röhren (oder, falls dieſs nicht möglich ist, durch Einschieben von Röhrenstücken) gleich, und stellt die Flammen mittelst des Hebels *v* (Fig. 7 Taf. VI) so ein, daſs die directe Flamme genau über die reflectirte fällt, und im rotirenden Spiegel *s* nur ein Zickzack (Fig. 8) entsteht.

Digitized by Google

Doch ist es hierbei für das Messen der Wellenlängen gleichgültig, ob man von der Fig. 9 oder Fig. 8 Taf. VI der Zickzacke ausgeht; nur kann man die Flammen bei der Fig. 8 schärfer einstellen, da man bei Fig. 9 nur schätzend auf die Hälfte einstellt.

Hätten wir nun so eingestellt, dafs bei gleich langen Röhren das Flammenzickzack Fig. 8 zum Vorschein trete, und verlängern wir dann die Röhre *abcd*, oder verkürzen die *gefh*, so werden wir die Zacken wie in Fig. 11 auseinandergehen sehen; sind sie genau um die Hälfte auseinander, (Fig. 9) so halten wir mit dem Auseinanderschieben der Röhren ein, und messen die Gröfse *eb*, welche vervielfacht das Maafs der Wellenlängen giebt, da $cf=be$ ist, und den Gangunterschied angiebt. Verstellen wir die Röhren so lange bis wieder die Fig. 8 eintritt, so wird der Gangunterschied eine ganze Wellenlänge seyn, welchen wir an den Röhren messen. Aus dem oben angeführten Grunde wird man vorziehen, stets nur die ganzen Wellenunterschiede zu messen; ich maafs oft auch halbe Wellenlängen, und fand, dafs man bei einiger Uebung sehr genau die Mitte der Zacken treffen kann, wobei ein Hin- und Herdrehen des Spiegels *s* oft zu Hülfe kommt.

Da nun eine c_1-Pfeife 256 ganze Schwingungen in der Secunde macht, die Schallgeschwindigkeit in der Luft aber 332^m beträgt, so wird die Differenz der Röhrenlängen kaum 1^m,4 werden, und, da dieselbe auf beide Hälften der Röhrenleitung sich vertheilt, noch um die Hälfte kleiner, woraus zu ersehen ist, dafs der Apparat keinen grofsen Platz einnimmt, und leicht zu handhaben ist. Hiermit ist also die Möglichkeit gegeben, die Schallgeschwindigkeit in der Luft und in Gasen, ja selbst in Dämpfen, die die Membranen nicht afficiren, auf eine sehr einfache Art experimentell darzuthun und zu bestimmen. Für Wasserstoffgas werden die Röhren beim Gebrauche der Pfeife c_1 etwas zu lang, man wählt also lieber eine g_1- oder c_2-Pfeife. Mit der c_1-Pfeife bestimmte ich für das Wasserstoffgas

Digitized by Google

die halbe Wellenlänge, welche mit der Bestimmung, die mit der c_2-Pfeife ausgeführt wurde, sehr gut übereinstimmte.

Bei höheren Pfeifen (g_1, c_2) und etwas längeren Röhren kann man oft zwei Wellenlängen bestimmen und so die Genauigkeit erhöhen.

Die Röhrchen *t* und *u* bleiben durch kleine Quetschhähne verschlossen, doch muſs man die letzteren stets während des Verschiebens Oeffnen, wenn man nicht Gefahr laufen will, die Membranen in den Manometern zu zerreiſsen. Um das Gas, das man einleitet, ganz rein zu haben, muſs man nach jedesmaligem Verschieben der Röhren, bevor man das Flammenbild untersucht, einen frischen Strom durchleiten, dann die Quetschhähne schlieſsen, und darauf erst das Zickzack untersuchen. Bei Vernachlässigung dieser Vorsicht kann man, besonders wenn die Bestimmung länger dauert, leicht falsche Resultate bekommen, da während des Versuches Leuchtgas durch die Membranen mit dem zu untersuchenden Gase diffundirt. Doch ist die Diffusion nicht so stark, daſs sie die mit Vorsicht ausgeführten Messungen beeinträchtigen sollte.

Auſser zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit, eignet sich dieser Apparat, auch zur Nachweisung, daſs der Wind die Geschwindigkeit des Schalles verstärkt, oder schwächt. Leitet man bei *u* (Fig. 7 Taf. VI) einen stärkeren Luftstrom, und bestimmt so die Geschwindigkeit, so wird sie gröſser ausfallen, hingegen kleiner, wenn man während der Bestimmung den Strom bei *t* hineinleitet.

Will man diesen Versuch nur einfach zur Demonstration brauchen, ohne die Geschwindigkeit genau zu messen, so kann man beide von *m* und *m'* ausgehende Schläuche aus einem gemeinschaftlichen Brenner brennen lassen. Bei keinem oder einem eine Wellenlänge betragenden Gangunterschiede verstärken sich die Schwingungen, die Zacken des Flammenbildes im Rotationsspiegel erreichen ihr Maximum; ist der Gangunterschied aber gleich einer $\frac{1}{2}$ Wellenlänge, so heben sich die Schwingungen auf, im Rotations-

Digitized by Google

spiegel sieht man daher die Zickzacke kaum, was man schon selbst an dem Brennen der Flamme sehen kann. Diese Art des Versuches ist nur grober Messungen fähig, ich erwähne ihrer nur darum, weil sie leicht ausführbar ist, da die Leitungsröhren gerade seyn können, wenn nur die Schläuche von den Manometern bis zu den Brennern zwar gleich, doch hinreichend lang sind.

Waren die Quetschhähne verschlossen, und wurden dann die Röhren etwas zusammengeschoben, wodurch das Gas jedenfalls etwas comprimirt wurde, so änderte sich die Geschwindigkeit, stellte sich aber nach einigen Sekunden wieder her. Ob diese Aenderung von dem Drucke, oder von der Aenderung der Membranen durch denselben, oder zuletzt von der Bewegung, die durch das Zusammenschieben der Röhren im Gase entstanden seyn mag, abhängig ist, konnte ich nicht ermitteln, doch würde ich geneigt seyn zu behaupten, dafs diese Aenderung von dem Drucke abhänge.

Da bei jeder ähnlichen Bestimmung der Fehler durch das nothwendige Multipliciren wächst, so habe ich, da sich $c : c_1 = l : l_1$ verhält, dieses Verhältnifs untersucht, und aus diesen nach der bereits ermittelten Geschwindigkeit in der Luft die Geschwindigkeit der Gase berechnet, ähnlich wie es Dulong that.

Da der todte Gang, d. h. die Gröfse der Verschiebung der Röhren, bis man dieselbe an der Flamme merkt, bei einiger Uebung auf 5 bis 2^{cm} verringert werden kann (bei Kohlensäure noch weniger), so kann der Unterschied zwischen dem bestimmten Maximum und Minimum der Geschwindigkeit für eine Secunde höchstens 5^{m} betragen, was bei Dulong's Bestimmungen nicht der Fall war.

So fand ich aus sehr vielen Messungen (mit verschiedenen Pfeifen) als Maximum der Geschwindigkeit in der Luft, reducirt auf die Temperatur bei 0° C. $335^{m},28$; als Minimum $330^{m},02$ mit der Pfeife c_1; mit c_2 fallen die Resultate noch näher zusammen, ich bekam als Maximum $333^{m},78$, als Minimum $330^{m},07$; nimmt man das Mittel daraus, so

Digitized by Google

erhält man aus den ersteren Bestimmungen 332m,65, aus den letzteren 331m,925.

Das Minimum der Wellenlängen für das Wasserstoffgas betrug bei der Pfeife g_1 3m,32, für die Luft aber 0m,884, was die Verhältnifszahl 3,755 liefert. Als Maximum [1]) erhielt ich mit derselben Pfeife für das Wasserstoffgas 3m,56, für Luft 0m,892, was die Verhältnifszahl 3,991 giebt; das Mittel davon liefert 3,873. Beide Messungen geschahen bei der Temperatur von 14,5° C., also ist keine Reduction nothwendig. Andere Versuche lieferten die Zahl 3,763, Luft gleich 1 gesetzt.

Für Kohlensäure fand ich die Wellenlänge für g als Maximum 0m,762, als Minimum 0m,748, was die Verhältnifszahlen 0,845 und 0,854 giebt, um 0,1 gröfser als die von Dulong (0,786, Luft mit 333m als 1 genommen) beobachteten.

Die Kohlensäure wurde aus chemisch reinem doppeltkohlensaurem Natron mit gereinigter Schwefelsäure entwickelt, gewaschen und getrocknet, durch eine Flasche geleitet, in der sich ein Thermometer befand, das aber während der ganzen Versuchsdauer mit der äufseren Temperatur (14,5° C.) übereinstimmte. Das Wasserstoffgas wurde ebenfalls aus reinem Zink mit gereinigter Schwefelsäure entwickelt, gewaschen und getrocknet.

Aufser diesen Gasen maafs ich auch die Wellenlängen des Leuchtgases welches analysirt in 100 Theilen aus

Stickstoff	1,072
Ditetryl	1,654
Kohlensäure	2,504
Elayl	4,688
Kohlenoxydgas	10,138
Grubengas	37,852
Wasserstoffgas	42,092
Summa	100,000

1) Unter Maximum und Minimum verstehe ich die Gränzen, bei denen die Verschiebung der Leitungsröhre an dem Flammenbilde sichtbar wird.

Digitized by Google

bestand. Es gab ein überraschendes Resultat, welches zu dem darin enthaltenen Wasserstoffgase in einem eigenthümlichen Verhältnisse steht; die Geschwindigkeit im Leuchtgase ist nur 1,477 Mal gröfser als die der Luft.

Aehnliche Resultate erhielt ich mit Gemischen aus Wasserstoffgas und Kohlensäure

Das Gemisch *A* bestand analysirt aus

Sauerstoffgas	0,894
Stickstoff	3,864
Wasserstoffgas	45,730
Kohlensäure	49,511
Summa	99,999.

Das Gemisch *B* bestand in 100 Theilen aus:

Sauerstoff	0,409
Stickstoff	1,584
Kohlensäure	27,368
Wasserstoff	70,639
Summa	100,000.

Gemisch *C* enthielt zufolge der Analyse in 100 Theilen:

Sauerstoff	0,190
Stickstoff	0,668
Kohlensäure	11,456
Wasserstoff	87,686
	100,000.

Diese Gemische ergaben, wie die nachstehende Tabelle zeigt, für $A = 1{,}007$, für $B = 1{,}393$, für $C = 2{,}710$ mal so grofse Geschwindigkeit als in der Luft. Die Vergröfserung hängt jedenfalls von der Kohlensäure ab, da schon 11 Proc. eine so grofse Verzögerung im Stande hervorzurufen sind.

Nachstehende Tabelle zeigt schliefslich zusammengestellt die bestimmten Minimal- und Maximalwerthe für die Wellenlängen der Pfeife g_1 nebst der Temperatur, dann dieselben Werthe reducirt auf 0^0, zuletzt die Verhältnifszahlen im Maximum und Minimum zur Luft, diese als Einheit genommen, und ihr Mittel.

Gas	Wellenlänge in Metern		$\frac{l_{cm}}{T}$	$\frac{l}{T}$ in v	Verhältniszahlen zur Luft $= 1$			
	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Mittel	
Luft	14,34	0,984	0,922	0,961	0,963	1,000	1,000	1,000
Kohlensäure	14,36	0,760	0,949	0,735	0,488	0,787	0,661	0,874
Schwefelwasserstoff	14,34	0,746	0,762	0,728	0,742	0,945	0,864	0,843
Stickoxydul	14,34	0,745	0,760	0,727	0,740	0,943	0,862	0,841
Äthylen	13,56	1,310	1,000	1,304	1,320	1,377	1,415	1,348
Äthan	13	2,300	1,440	2,300	2,304	1,677	1,745	2,710
Kohlenoxyd	14,34	1,287	1,360	1,283	1,284	1,407	1,407	1,407

Aus diesen Verhältniszahlen kann man leicht die Schallgeschwindigkeit für eine Secunde in den entsprechenden Gasen finden, indem man dieselben mit der Schallgeschwindigkeit in der Luft, die nach VAN BEEK und MOLL = 332",05 anzunehmen wollen, multiplicirt. Die nachfolgende Tabelle zeigt uns dieselben zusammengestellt.

Die Schallgeschwindigkeit beträgt bei 0° in einer Secunde für:

die Luft	332,05
die Wasserstoffgase . . .	1286,362
die Kohlensäure . . .	281,910
das Gemisch A . . .	334,374
„ „ B . . .	402,545
„ „ C . . .	989,955
das Leuchtgas . . .	490,437

1) Nach Bestätigung dieser Arbeit haben ich das neueste Heft von POGG. Ann. (Bd. CLXVII Heft 4), in welchem sich eine Arbeit über die Messungen der Schallgeschwindigkeit befindet. Dr. A. KUNDT's Messungen stimmen besonders für Kohlensäure mit den meinigen vollkommen überein. Daß die Geschwindigkeit im Leuchtgase von KUNDT differirt, wird von der verschiedenen Zusammensetzung desselben herrühren.

II. *Ueber die Ausdehnung des Wassers und des Quecksilbers; von A. Matthieſsen.*

In einer Mittheilung über die chemische Natur der Legirungen [1]) habe ich darauf hingewiesen, dafs die physikalischen Eigenschaften derselben in zwei Classen geordnet werden können, nämlich in solche, welche die chemische Natur der Legirungen nicht erkennen lassen, und solche, welche dieselben andeuten. Von dieser Betrachtungsweise ausgehend, wurde ich veranlafst die Eigenschaft der Ausdehnung durch die Wärme zu untersuchen; ich wollte sowohl das Gesetz auffinden, welchem die Legirungen in dieser Beziehung folgen, als auch bestimmen, welcher von den beiden Classen diese Eigenschaft unterzuordnen sey.

Zu diesem Zwecke erschien es zuerst nothwendig, die Ausdehnungs-Coëfficienten der Metalle zu bestimmen, welche für die Anfertigung der Legirungen benutzt wurden. Es war hierbei zu bedenken, dafs Stäbe, welche die lineare Ausdehnung mit genügender Genauigkeit anzeigen sollen, eine grofse Menge des reinen Metalles erfordern würden, in der That eine solche Menge, welche praktisch nicht herzustellen war. Man hatte daher zu einer solchen Methode Zuflucht zu nehmen, nach welcher die Versuche mit geringen Quantitäten der Metalle und ihrer Legirungen ausgeführt werden konnten, und diejenige, welche sich sofort darbot, war: das Gewicht des Metalles oder der Legirung in Wasser von verschiedener Temperatur zu bestimmen. Diesen Weg haben schon Hällström und Hagen eingeschlagen, um den Ausdehnungscoëfficienten für Wasser aufzufinden.

Zur Prüfung der Methode wurde die Ausdehnung des Quecksilbers bestimmt, wobei die Berechnungen auf die von Kopp angegebenen Coëfficienten für die Ausdehnung

1) *Report of the British Association for the Advancement of Science for* 1863, *p.* 37.

Digitized by Google

des Wassers gegründet wurden. Gegen meine Erwartung indessen stimmte der auf diese Weise abgeleitete Coëfficient mit dem von Regnault gefundenen nicht überein, sondern wich im Gegentheile bedeutend davon ab. Hierdurch war angezeigt, dafs entweder die Methode, oder dafs die Coëfficienten entweder von Kopp oder von Regnault oder von Beiden fehlerhaft seyen. Nach sorgfältiger Beobachtung konnte ich keinen Fehler in der angewandten Methode entdecken, welche mir stets übereinstimmende Resultate ergab; es war daher geboten, von Neuem die Ausdehnungscoëfficienten für Wasser und für Quecksilber festzustellen, und die Wiederholung dieser schon öfters ausgeführten Bestimmungen bildet den Gegenstand der gegenwärtigen Abhandlung. Ich habe dieselbe in vier Abschnitte getheilt:

I. Ueber die Bestimmung des Coëfficienten für die lineare Ausdehnung gewisser Glasstäbe.

II. Ueber die Methode, welche zur Bestimmung der Coëfficienten für die cubische Ausdehnung von Wasser und Quecksilber benutzt wurde.

III. Ueber die Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten für Wasser.

IV. Ueber die Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten für Quecksilber.

I. Ueber die Bestimmung des Coëfficienten für die lineare Ausdehnung gewisser Glasstäbe.

Ich verdanke der Güte des Hrn. F. Osler in Birmingham, welcher ein warmes Interesse an meiner Arbeit nahm, zwei Glasstäbe, welche er eigens für diese Versuche in seiner Fabrik anfertigen liefs. Von den Enden derselben waren Stücke abgeschnitten, geschliffen und polirt, welche zu den Wägungen in Wasser von verschiedener Temperatur dienen sollten. Die Mischung für den Glassatz, aus dem die Stäbe hergestellt waren, war annähernd 3 Gewichtstheile Sand, 2 Blei und 1 Alkali.

Digitized by

Die Anordnung des Apparates, welcher zur Messung der Längenausdehnung diente, ist in Fig. 3 Taf. IX angegeben, welche einiger Erklärung bedarf.

Der Glasstab lag in dem langen, aus Zinkblech verfertigtem Troge *A*, Fig. 3, und seine Enden ragten aus zwei in den kleineren Seiten befindlichen Oeffnungen hervor. In diese waren zwei Zinkröhren *a*, *a* Fig. 4 eingelöthet, jede ungefähr 50^{mm} lang; sie dienten sowohl dazu, den Glasstab zu unterstützen als auch den Trog wasserdicht zu machen. Der gröfsere Theil der Röhren lag im Innern des Troges; über den äufseren Theil konnten leicht Stücke vulkanisirten Kautschucks gezogen werden, welche, wenn der Stab durch sie hindurchging, einen wasserdichten Verschluſs bewirkten. Die wenigen aufserhalb des Troges liegenden Millimeter der Zinkröhre waren bestimmt, die Enden des Glasstabes (ungefähr 5 bis 10^{mm}) wenn nicht ganz auf derselben, so doch auf einer möglichst annähernden Temperatur des Bades zu erhalten. Drei andere Lager für den Glasstab *bbb*, Fig. 4, waren im Innern des Troges angebracht. Die langen Seiten und der Deckel des Troges hatten doppelte Wände; seine Länge, Breite und Höhe, im Innern gemessen, war ungefähr resp. 1800, 180 und 150^{mm}. In einer Oeffnung in der Mitte des Deckels war das Thermometer *T* befestigt, dessen Gefäfs sich in gleicher Horizontalebene mit dem Glasstabe befand: ein zweites Thermometer *T'* stand dicht beim ersteren, um die Temperatur der Quecksilbersäule anzugeben, welche nicht von Wasser umgeben war; d. h. sein Gefäfs war in der Mitte zwischen dem oberen Ende des Quecksilberfadens des Thermometers *T* und dem Deckel.

Damit der Apparat die nothwendige Festigkeit besitze und die Ausdehnung des Glases nur in einer Richtung angezeigt werde, war folgende Anordnung getroffen. In der Wand des Zimmers war ein Loch ausgehöhlt, um das Ende *e* der Röhre *B*, Fig. 3, aufzunehmen. Dieser Theil des Apparates ist in Fig. 5 besonders abgebildet; er besteht aus einer starken Glasröhre von 300^{mm} Länge, deren etwas

ausgebrochene Enden sich fest gegen zwei Zinkkappen anlagern, so, dafs Wasser, welches bei *d* eintritt, zuerst seine Richtung gegen das Ende der Zinkkappe nehmen mufs, alsdann durch die Glasröhre fliefst und letztere auf ähnliche Weise bei *e* verläfst. Kautschuckringe verbinden die Zinkkappen mit der Glasröhre wasserdicht. Das Ende der Röhre *B* oder vielmehr die eine Zinkkappe ist mit Cement in der Wand befestigt; die Röhre selbst ruht auf zwei Mauersteinen, mit welchen sie ebenfalls durch Cement verbunden ist, und bildet auf diese Weise einen festen unbeweglichen Widerstand, gegen den sich das eine Ende des Glasstabes anlegen kann. Die Verbindung zwischen dem andern Ende des Glasstabes und dem Mefsapparate ist durch eine ähnliche, aber bewegliche und 350^{mm} lange Glasröhre vermittelt. Um derselben ein möglichst festes Lager zu geben, war sie durch eine andere Röhre von etwas gröfserem Durchmester hindurchgeschoben, welche durch Cement an dem Steine *C* (Fig. 6 Taf. IX) festgehalten wurde. In Folge dieser Vorrichtung konnte sich die Röhre vorwärts und rückwärts bewegen, ohne ihre Lage aufserdem zu verändern. Vermittelst der Spiralfeder *i* drückte sie gegen den Glasstab, während ein von ihr herabhängendes Gewicht *h* der aufwärts ziehenden Richtung der Feder entgegenwirkte. Durch die Kraft anderer ähnlicher Federn *hh* (Fig. 4) im Troge wurde das andere Ende des Glasstabes mit der unbeweglichen Röhre in unveränderlicher Berührung erhalten.

Der ganze Apparat stand auf einem festen, gemauerten Boden, so dafs selbst genaue Beobachtungen angestellt werden konnten, wenn Personen im Zimmer hin- und hergingen.

Zum Messen diente die Mikrometerschraube *D* (Fig. 3 Taf. IX); an ihrem Ende trug sie ein Messingplättchen, durch welches ein bewegliches, rundes und mit Achat überkleidetes Stück derselben Legirung hindurchging. Beim Umdrehen der Schraube drückte das Messingstück, sobald

es die Zinkkappe berührte, gegen den kurzen Arm des Hebels *l* und zeigte so den Punkt der Berührung an. Um genaue und vergleichbare Ablesungen zu erhalten, wurde die Schraube immer so lange gedreht, bis das rechtwinklig gebogene Ende des langen Hebelarmes die Linie auf dem darunter befindlichen Tischchen berührte. Um den Fehler durch Parallaxe zu vermeiden, geschah die Ablesung durch die Röhre *E*, Fig. 3 Taf. IX, die an ihrem oberen Ende eine sehr feine Oeffnung hatte, und an deren unterem Ende ein Vergröfserungsglas angebracht war. Bei dieser Einrichtung konnten mit ein wenig Uebung (und natürlich bei Vermeidung des todten Ganges der Schraube) Ablesungen bis zu grofser Genauigkeit gemacht werden, in der That leicht bis zu $0^{mm},001$.

Der Längenwerth einer Umdrehung der Mikrometerschraube wurde durch Messen von Drähten, deren Durchmesser bekannt war, ermittelt. Diese Drähte waren früher in Heidelberg in Kirchhoff's Laboratorium mit einer calibrirten Mikrometerschraube unter dem Mikroskope gemessen worden. Da ich beständig denselben Apparat benutzt hatte, um den Durchmesser von allen Drähten zu messen für meine Versuche über elektrische Leitfähigkeit, welche ich in Gemeinschaft mit Andern angestellt habe, so dachte ich, dafs sich durch den fortwährenden Gebrauch der Werth der Mikrometerschraube geändert haben könnte. Als ich mich daher an Hrn. B. Stewart wandte, stellte mir derselbe gütigst die Normal-Maafsschraube, welche in Kew benutzt wird, zur Verfügung, und als ich vermittelst derselben den Längenwerth einer Umdrehung meiner Mikrometerschraube von Neuem bestimmte, fand ich denselben gleich $0^{mm},185$, fast in absoluter Uebereinstimmung mit dem frühern Werthe, nämlich $0^{mm},184$; ich nahm das Mittel, nämlich $0^{mm},1845$. Der Umfang des Schraubenkopfes war in 200 Theile getheilt, von denen also ein jeder ungefähr $0^{mm},001$ entsprach. Eine geringe Correction war für die Bewegung des Hebels anzubringen, da sich derselbe zu-

gleich und in fester Vereinigung mit der Schraube bewegte. Die relativen Längen der Hebelarme waren ungefähr 1:250, so dafs eine rückgängige Bewegung der Schraube, um für die Ausdehnung des Glasstabes zu erlauben, in der Ablesung einen Fehler von ungefähr $0^{mm},005$ veranlafste, da die Ausdehnung des Stabes $1^{mm},3$ betrug; in andern Worten, da der Drehungspunkt des Hebels veränderlich war, so würde die Schraube zu viel gedreht werden müssen, damit die Spitze des Hebels mit der Linie auf dem Tischchen zusammenfiel, und der Werth für die Ausdehnung würde zu gering ausfallen. Durch directe Bestimmungen wurde ermittelt, dafs die Correction für 6 Umdrehungen der Schraube $0^{mm},005$ betrug.

Bei einer sorgfältig ausgeführten Calibrirung der Schraube ergab ein Theil derselben (8 Umdrehungen) für die Länge einer jeden einzelnen Windung fast absolut denselben Werth; dieses Theiles der Schraube bediente ich mich bei meinen Versuchen. Die Richtigkeit der benutzten Thermometer war durch Vergleichung mit den Normalthermometern in Kew festgestellt worden; ihr Nullpunkt wurde von Zeit zu Zeit von Neuem bestimmt. Die Correction für die nicht ins Wasser tauchende Quecksilbersäule wurde vermittelst Kopp's Formel ausgeführt:

$$N(T-t).0{,}0001545,$$

worin N bedeutet die Anzahl der nicht vom Wasser umgebenen Grade, T die uncorrigirte Temperatur des Wassers und t die Temperatur des Thermometers, dessen Gefäfs sich dicht beim andern befindet, in der Mitte zwischen dem Ende des Quecksilberfadens und der Mitte des Korkes. Der Coëfficient bezeichnet die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers in Glas.

Nach dieser Erklärung der einzelnen Theile des Apparates will ich dazu übergehen, die Art und Weise zu beschreiben, in der die Bestimmungen ausgeführt wurden. Nachdem der Apparat zusammengesetzt war, wurde der Trog mit Wasser gefüllt, indem der Hahn F mit der Was-

serleitung verbunden wurde; war der Trog voll, so liefs man das Wasser noch für eine halbe Stunde durchfliefsen, während es durch eine am anderen Ende oben angebrachte Röhre abzog. Nach dieser Zeit wurde die Verbindung mit *F* unterbrochen und mit *d* hergestellt; das Wasser floſs dann durch *B*, von *c* durch die Kautschuckröhre nach *f*, trat in die Röhre *C* und entwich bei *g* in einen Abzugscanal. Nachdem die Temperaturen an den Thermometern abgelesen waren und die Stellung der Schraube bemerkt war, wenn sie das Ende der Röhre *C* berührte, wurden die 18 Bunsen'schen Brenner angezündet; nach und nach und gleichzeitig mit der Ausdehnung des Glasstabes wurde die Schraube rückwärts gedreht. War das Wasser im Sieden, so wurden die Temperaturen abgelesen und die veränderte Stellung der Schraube aufgezeichnet, wenn sie gegen *C* anlag. Das Wasser mufste $\frac{1}{4}$ Stunde lang im Sieden erhalten werden, bevor die Ablesungen constant wurden. Um zu niedrigen Temperaturen wieder zurückzugehen, wurde die Verbindung der Wasserleitung mit *F* wieder hergestellt und dieselbe so lange unterhalten, bis das abfliefsende Wasser dieselbe Temperatur als das einfliefsende zeigte; alsdann wurde die Leitung wieder mit *d* verbunden. Es nahm ungefähr 3 bis 4 Stunden, ehe die Temperatur constant wurde. Es mag hier erwähnt werden, dafs Schirme zwischen den Enden des Troges und den Röhren *B* und *C* angebracht waren, um eine Temperaturerhöhung durch strahlende Wärme vom Troge her zu vermeiden, wenn Beobachtungen bei hohen Temperaturen gemacht wurden. Ein Thermometer, nahe beim Schirm am Mefsapparate, zeigte keine Veränderung während der Dauer eines Versuches, was theilweise auch darin seine Erklärung finden mag, dafs das Zimmer, in welchem die Beobachtungen angestellt wurden, von sehr grofsen Dimensionen war.

Nur, wenn übereinstimmende Resultate beim Erwärmen und Abkühlen des Glasstabes erhalten wurden, wurden die Beobachtungen als zuverlässig betrachtet. Da die

Digitized by Google

geringste Verschiebung in irgend einem Theile des Apparates die gröfsten Unterschiede in diesen Werthen hervorrufen mufste, so war es im Anfange schwer, gute Resultate zu gewinnen, aber nach einiger Uebung wurden Werthe gefunden, welche gut mit einander übereinstimmten; sie finden sich in Tab. I.

1, 2 und 3 sind Beobachtungen am Glasstab I, wenn ihn nur zwei Spiralfedern in seiner Lage im Troge festhielten;

3 und 4 sind Beobachtungen am Glasstab I, nachdem der Apparat auseinander genommen und wieder zusammengestellt war; der Glasstab war umgedreht und wurde durch vier Federn in seiner Lage erhalten;

6 und 7 sind Beobachtungen am Glasstab II mit Benutzung von 4 Federn;

8 giebt Beobachtungen am Glasstab II mit Benutzung von 4 Federn, nachdem der Glasstab umgedreht und der Apparat von Neuem adjustirt war.

Tabelle II enthält einige Messungen, welche beweisen, dafs die Ausdehnung in Länge zwischen 0° und 100° für diese Glasstäbe als proportional der Zunahme der Temperatur angesehen werden kann.

1. T_2, a und b beobachtet während Erwärmen des Troges für Versuch 4, Tabelle I.

2. T_2, a und b beobachtet während Erwärmen des Troges für Versuch 5, Tabelle I.

3. T_2, a und b beobachtet während Erwärmen des Troges für Versuch 7, Tabelle I.

4. T_2, a und b beobachtet während Erwärmen des Troges für Versuch 8, Tabelle I.

Digitized by Google

Tabelle I.

No.	T_1	T_2	T_3	a	b	$\frac{100\,a}{T_2-T_1}$	$\frac{100\,b}{T_2-T_3}$
1	18°,6	100°,3	17°,9	1,098	1,098	1,341	1,331
2	17 ,8	100 ,2	18 ,1	1,092	1,090	1,325	1,328
3	18 ,2	100 ,3	18 ,6	1,099	1,091	1,339	1,335
4	19 ,2	100 ,0	18 ,6	1,073	1,078	1,328	1,324
5	18 ,6	100 ,0	19 ,4	1,087	1,070	1,335	1,327
6	18 ,6	100 ,6	18 ,8	1,091	1,084	1,330	1,325
7	18 ,4	100 ,4	19 ,0	1,091	1,090	1,330	1,339
8	20 ,6	100 ,5	19 ,4	1,069	1,072	1,337	1,332
						Mittel:	1,331

Tabelle II.

No.	T_1	T_2	T_3	a	b	$\frac{100\,a}{T_2-T_1}$	$\frac{100\,b}{T_3-T_2}$
1	19°,2	60°,7	100°,0	0,549	0,524	1,323	1,333
2	18 ,6	63 ,4	100 ,0	0,598	0,489	1,335	1,336
3	18 ,4	66 ,0	100 ,4	0,633	0,458	1,330	1,380
4	20 ,6	59 ,2	100 ,5	0,512	0,557	1,326	1,349

T_1, T_2 und T_3 bezeichnen die wahren Temperaturen des Wassers, a und b die wahre Ausdehnung des Glasstabes innerhalb dieser Temperaturen in Millimetern, und in den beiden letzten Columnen findet sich die Ausdehnung der Glasstäbe für 100°, berechnet aus den verschiedenen Beobachtungen. Da es nicht leicht war, die Temperatur bei T_2 (Tab. I) constant zu erhalten, so sind die Werthe T_2 und a Mittel mehrerer Ablesungen. Die Länge der zwei Glasstäbe war dieselbe, nämlich 1825^{mm} und ihr Durchmesser ungefähr 20^{mm}.

Es beträgt daher die Längenzunahme für 1 Meter zwischen 0° und 100°

$$0^{mm},729,$$

oder die *lineare Ausdehnung* der Glasstäbe wird ausgedrückt durch die Formel:

$$L_t = L_0\,(1 + 0{,}00000729\,t),$$

und die *cubische Ausdehnung* durch die Formel:

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}00002187\, t).$$

Bei der Ausführung der obigen Versuche wurde eine interessante Beobachtung gemacht. Wenn der Glasstab für eine erste Bestimmung am Morgen erwärmt wurde, so war der abgeleitete Werth für die Ausdehnung des Glasstabes grösser, als derjenige, welcher aus einer spätern Bestimmung an demselben Tage gefunden wurde. Dieſs beweist, daſs der Stab nach dem Erwärmen erst nach einiger Zeit seine Normallänge wieder einnimmt; ein allmählicher Wechsel in der Länge ist selbst nach 12 bis 15 Stunden wahrnehmbar. Tab. III enthält einige hierauf bezügliche Beispiele.

Tabelle III.

No.	T_1	T_2	T_3	a	b	$\frac{100a}{T_2 - T_1}$	$\frac{100b}{T_2 - T_3}$
1	19°,6	100°,5	19°,0	1,110	1,085	1,372	1,331
2	17 ,4	100 ,3	18 ,3	1,133	1,090	1,367	1,337
3	17 ,2	100 ,5	18 ,8	1,138	1,089	1,366	1,332
4	18 ,2	100 ,0	19 ,0	1,126	1,087	1,376	1,342

Hiernach ist beim ersten Erwärmen der mittlere Werth für die Ausdehnung

des Glasstabes zwischen 0° und 100° . . . . 1^{mm},370;

das Mittel der in Tab. I aufgeführten Versuche ist 1^{mm},331

Die Vergleichung beider Werthe ergiebt für die Ausdehnung somit einen Unterschied von ungefähr 3 Proc.

II. Ueber die Methode, welche zur Bestimmung der Coëfficienten für die cubische Ausdehnung von Wasser und Quecksilber benutzt wurde.

Die Anordnung des für die Bestimmungen benutzten Apparates ist aus Fig. 7 Taf. IX ersichtlich. In dem Boden der Waage und in dem Brette, auf welchem dieselbe stand, war ein Loch ausgeschnitten, durch welches ein

Platindraht von der Waagschaale herabhing. An diesem Drahte von ungefähr $0^{mm},5$ Durchmesser, welcher in einen Haken endigte, war ein zweiter und feinerer Platindraht ($0^{mm},04$ Durchmesser) befestigt, und an letzterem hing das Metallstück in dem Wasser, welches sich im Kasten unter der Waage befand. Der Kasten konnte in seinem Innern ungefähr 4 Liter Wasser aufnehmen, war aus Zink mit doppelten Wänden verfertigt und in Holz eingeschlossen; sein Deckel bestand aus zwei Hälften, so dafs man dieselben abnehmen oder auflegen konnte, ohne den feinen Draht zu berühren. Mehrere Oeffnungen befanden sich in dem Deckel *CC* (Fig. 8 Taf. IX); *aa* für den Rührer, *b* für ein Zugrohr; *c* für den feinen Platindraht und *d* für ein Thermometer. Der Rührer bestand aus einem viereckigen Stück Zinkblech, dessen Fläche sich parallel mit dem Deckel des Kastens aufwärts und abwärts bewegte; an dasselbe waren zwei Kupferdrähte *R R* gelöthet, welche aufserhalb des Kastens durch einen starken als Handhabe dienenden Draht (Fig. 7 Taf. IX) vermittelst Klemmschrauben verbunden waren. In der Mitte des Rührers war ein kreisrundes Loch ausgeschnitten, genügend grofs, um für den Cylinder *a* Raum zu lassen. Das Zugrohr *b* (Fig. 7 und 8) war aus Zink verfertigt und an die eine Hälfte des Deckels angelöthet; es diente dazu, die bei hohen Temperaturen gebildeten Wasserdämpfe abzuführen und deren Verdichtung an dem Platindrahte zu verhindern. Zu diesem Zwecke war das Ende des Rohres in ein Kamin geleitet, in welchem ein grofser Gasbrenner einen Zug erzeugte. Durch Versuche bei niedrigen Temperaturen wurde ermittelt, dafs der erzeugte Zug nicht den geringsten Einfluſs auf die Wägungen ausübte, da die letzteren genau dieselben waren, mochten sie mit Benutzung des Zugrohres oder ohne dasselbe ausgeführt seyn.

In der Mitte des Kastens stand der Silber-Cylinder *A*, gefüllt mit destillirtem Wasser, in welchem das Metall- oder Glasstück gewogen wurde. Wie es die Figur zeigt,

befand sich das Gefäfs des Thermometers in demselben Niveau mit dem Metallstück. Um Verdampfung des Wassers zu vermeiden durch den Luftstrom, welcher bei Benutzung des Zugrohres bei *c* eintrat, und damit keine Staubtheilchen in das Wasser fallen konnten, war der Cylinder mit einem Platindeckel versehen, welcher aus zwei Hälften bestand und zwei Löcher hatte, das eine für den feinen Draht, das andere für das Thermometer [1]).

Das Wasser in dem Kasten wurde durch Dampf erhitzt, welcher durch eine Röhre zugeführt wurde, die den Cylinder umgab; ein kleiner Schirm von Zinkblech verhinderte, dafs der Dampf in directe Berührung mit dem Cylinder kam. Im Allgemeinen war die Beobachtungsmethode die folgende: Die zu untersuchende Substanz wurde geschliffen oder gegossen in eine Form ähnlich Fig. 9 Taf. IX; an einer Schlinge, gebildet durch den feinen Platindraht, hing sie in das im Cylinder befindliche destillirte Wasser. Der Cylinder stand auf einem Dreifufs, das Wasser wurde zum Sieden erhitzt und darin für eine halbe Stunde erhalten. In einem andern silbernen Gefäfse wurde kochendes Wasser in Bereitschaft gehalten, um das verdampfende Wasser zu ersetzen. Nach einer halben Stunde wurde der Cylinder in den Kasten gebracht, der bereits mit Wasser von einer angemessenen Temperatur gefüllt war; Platindeckel wurden über den Cylinder, Zink- und Holzdeckel über den Kasten gelegt, wobei natürlich grofse Sorgfalt darauf genommen wurde, dafs der feine Draht unbehindert schwingen konnte. Bei den bei hohen Temperaturen angestellten Versuchen wurde Dampf in den Kasten geleitet, um die Temperatur constant zu erhalten; diefs wurde erreicht vermittelst eines kleinen Dampfkessels,

1) Zur möglichsten Verminderung des Luftzuges bei *c* und als Schutz gegen Staub, war aufserdem noch die Oeffnung in dem Kastendeckel bei *c* mit einem Stück Zinkblech bedeckt, welches wie Fig. 10 Taf. IX ausgeschnitten war; das Loch in der Mitte hatte ungefähr 2^{mm} Durchmesser.

Digitized by Google

welcher durch Gas erhitzt wurde und sich in einiger Entfernung vom Apparate befand. Durch sorgfältiges Reguliren der Gasflamme war es in der That leicht, irgend eine Temperatur zwischen 50° und 100° für beliebige Zeit constant zu erhalten. Eine an dem Kasten angebrachte Röhre gestattete dem Wasser Abfluſs, sobald es eine gewisse Höhe erreicht hatte. Wenn sich die Temperatur nicht mehr änderte, wurde zur ersten Wägung geschritten. In der einen Schaale der Waage, welche deutlich 0,0001 Grm. anzeigt, befanden sich gröſsere Gewichte, so daſs diese Seite die schwerere war: das Gleichgewicht wurde durch kleinere Gewichte in der anderen Schaale, von welcher der Platindraht hinabhing, hergestellt. Die in einem Glaskasten von der gewöhnlichen Form stehende Waage befand sich in einem zweiten Glaskasten [1]) (in der Figur nicht abgebildet), um den Vortheil einer möglichst unveränderlichen Temperatur zu gewinnen; dieselbe schwankte während einer Versuchsreihe nicht mehr als um 1°. Wenn das richtige Gewicht ermittelt war, was bei Wägungen in Wasser bis zu einer Genauigkeit von 0,0001 Grm. zu erreichen war, so wurde dasselbe gleichzeitig mit den Temperaturen aufgezeichnet: letztere zeigten drei Thermometer an, das eine T in dem Kasten, das zweite T' in der Mitte des auſserhalb des Kastens befindlichen Quecksilberfadens von T und das dritte im Gehäuse der Waage; sie waren alle auf die in Theil I dieser Abhandlung beschriebene Weise geprüft und corrigirt. Das in das Wasser reichende Thermometer T wurde aus der Entfernung von einem zweiten Beobachter abgelesen. Nach Aufzeichnung aller dieser Daten wurde eine zweite und eine dritte Wägung vorgenommen, und da sich unterdessen die Temperatur nur um ein oder zwei Zehntel eines Grades änderte, so konnte man leicht erkennen, ob die erhaltenen Zahlen unter einander übereinstimmten. War dieſs nicht

1) Auch der unter der Waage befindliche übrige Theil des Apparates befand sich in einem besonderen Glaskasten.

Digitized by Google

der Fall, so wurden neue Wägungen gemacht, und wenn diese wiederum von einander abwichen, so stellte sich in vielen Fällen heraus, dafs sich ein feines Staubtheilchen an den Draht im Wasser angehängt hatte. Diefs kommt in der That so oft vor, dafs stets mit besonderer Sorgfalt nach Beendigung der Wägungen darauf geachtet wurde, ob sich nicht irgend ein fremder Körper an den feinen Draht angesetzt hatte. Wenn die Beobachtungen bei der einen Temperatur vollständig waren, so wurde der Cylinder wieder aus dem Kasten entfernt, das Wasser von Neuem für eine halbe Stunde lang ausgekocht und die Wägungen für eine jede verschiedene Temperatur in der eben beschriebenen Weise wiederholt.

Die Waage war sorgfältig adjustirt; wenn man zwei Gewichte von 50 Grm. in den Waagschalen vertauschte, konnte nicht der geringste Gewichtsunterschied bemerkt werden. Die Gewichte wurden von Zeit zu Zeit unter einander verglichen; das 50 Grm. Gewicht stimmte mit dem Normalgewichte in Kew überein. Irgend welche Aenderung in den kleineren Gewichten wurde berichtigt. Ein Barometer und ein Thermometer in der Waage wurden des Tages wenigstens ein Mal, bei mehreren Versuchen nach jeder Beobachtung abgelesen, um die Gewichte auf den leeren Raum zu reduciren.

Auf die Gewichtsbestimmungen hatte der Umstand keinen Einfluss, dafs bald mehr, bald weniger von dem feinen Platindrahte ins Wasser tauchte; dagegen liefsen sich bestimmbare Unterschiede erkennen, wenn ein Draht von etwas gröfserem Durchmesser benutzt wurde. Das Gewicht eines Meters des feinen Platindrahtes betrug nur 0,06 Grm. und der Fehler war deshalb so gering, dafs er vernachlässigt werden konnte. Nur 60 bis 70^{mm}, hauptsächlich nothwendig zur Bildung der Schlinge, befanden sich im Wasser; das Gewicht betrug daher ungefähr 0,004 Grm., welche im Wasser 0,0002 Grm. verlieren würden. Da es sich indessen nur um die Unterschiede im Gewichts-

Digitized by Google

verluste im Wasser bei verschiedenen Temperaturen handelte, so war eine Aenderung im Volumen dieser 0,0002 Grm. so unmefsbar klein, dafs sie in den Berechnungen nicht berücksichtigt werden konnte.

Das Thermometer T^1 wurde für den Theil des Quecksilberfadens, welcher nicht ins Wasser tauchte, nach der in Theil I beschriebenen Weise corrigirt.

III. Ueber die Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten für Wasser.

Um die Coëfficienten für die Ausdehnung des Wassers zu bestimmen, wurden die Glasstücke, welche von den Enden der Glasstäbe abgeschnitten waren und welchen durch Schleifen die Form eines doppelten Keiles ertheilt war, in Wasser von verschiedener Temperatur gewogen. Die Flächen der Glasstücke besafsen den höchsten Grad von Politur, und an dem einen Ende waren Einschnitte eingeschliffen, in welche sich die Schlinge des Platindrahtes einlegte.

Zwischen jeder Beobachtung bei verschiedenen Temperaturen wurde das Wasser im Cylinder von Neuem gekocht, um die Luft auszutreiben, welche während der Zeit des Wägens etwa absorbirt seyn möchte. Das benutzte Wasser war von einer kupfernen, innen verzinnten Blase destillirt und die Dämpfe waren in einem Schlangenrohre von Zinn condensirt; es wurde in einem grofsen Glasgefäfse für den Gebrauch aufbewahrt.

Die Resultate der verschiedenen Wägungen finden sich in Tab. IV, V, VI. (Alle Gewichte sind in Grammen angegeben und die Wägungen auf den leeren Raum reducirt.)

Tabelle IV.

Versuche mit einem von Glasstab I abgeschnittenen Glasstücke. (Erste Reihe.)

T	Absoluter Gewichtsverlust in Wasser.	$\frac{1+at}{gt}$	Volumen des Wassers bei t^0	Berechnet	Differenz
4°,00	15,4057	0,0649167	1,000000	1,000000	
6 ,60	15,4057	0,0648204	1,000057	1,000055	+ 0,000002
12 ,25	15,4005	0,0649504	1,000518	1,000525	— 0,000007
16 ,70	15,3917	0,0649939	1,001189	1,001177	+ 0,000012
20 ,15	15,3822	0,0650393	1,001888	1,001889	— 0,000001
23 ,10	15,3730	0,0650820	1,002546		
24 ,80	15,3679	0,0651060	1,002915		
27 ,10	15,3592	0,0651461	1,003534		
32 ,85	15,3353	0,0652559	1,005224		
43 ,25	15,2808	0,0655035	1,009039		
44 ,50	15,2736	0,0655362	1,009544		
48 ,90	15,2452	0,0656646	1,011520		
61 ,00	15,1588	0,0660653	1,017555		
74 ,50	15,0487	0,0665685	1,025443		
85 ,10	14,9584	0,0670216	1,032424		
98 ,70	14,8126	0,0676558	1,042894		

Tabelle V.

Versuche mit einem zweiten, von Glasstab I abgeschnittenen Glasstücke. (Zweite Reihe).

T	Absoluter Gewichtsverlust in Wasser	$\frac{1+at}{gt}$	Volumen des Wassers bei t^0
5°,35	15,7327	0,0635693	1,000015
8 ,45	15,7317	0,0635775	1,000144
19 ,75	15,7113	0,0636757	1,001689
30 ,45	15,6716	0,0638520	1,004463
50 ,80	15,5558	0,0643561	1,012393
73 ,30	15,3776	0,0651340	1,024628
86 ,40	15,2542	0,0656794	1,033209
94 ,30	15,1721	0,0660462	1,038980

Digitized by Google

Tabelle VI.

Versuche mit einem von Glasstab II abgeschnittenen Glasstücke.
(Dritte Reihe.)

T	Absoluter Gewichtsverlust in Wasser	$\frac{1+at}{gt}$	Volumen des Wassers bei t^0
8°,90	11,3425	0,0881812	1,000192
20 ,90	11,3258	0,0883344	1,001929
32 ,35	11,2934	0,0886099	1,005055
46 ,40	11,2376	0,0890769	1,010352
60 ,40	11,1661	0,0896751	1,017136
70 ,35	11,1067	0,0901744	1,022799
86 ,80	10,9957	0,0911173	1,033495
98 ,40	10,9096	0,0918596	1,041926

In der ersten Columne sind die corrigirten Temperaturen angegeben; die Zahlen in der zweiten drücken in Grammen den Gewichtsverlust in Wasser aus, oder die Differenz zwischen dem Gewichte des Glasstückes im leeren Raume und im Wasser bei den verschiedenen Temperaturen.

Die Werthe in der dritten Reihe wurden auf folgende Weise erhalten:

Ist a der Coëfficient der cubischen Ausdehnung des Glases, dessen Volumen bei $0^0 = V_0$, so ist das Volumen des Glases bei t^0 natürlich $V_0(1+at)$. Dieser Ausdruck bezeichnet aber gleichfalls das Volumen des verdrängten Wassers, dessen Gewicht g_t durch den Versuch bestimmt ist. Daher ist

$$\frac{V_0(1+at)}{g_t}$$

das Volumen einer Einheit Wasser bei t^0, oder allgemeiner, *das Volumen eines gegebenen Gewichtes Wasser* ist *proportional dem Ausdruck*:

$$\frac{1+at}{g_t}.$$

In der vierten Columne ist das Volumen Wasser bei 4° gleich 1 gesetzt (Tab. IV) und um die Werthe in Tab. V und VI auf dieselbe Einheit zu reduciren, wurde aus den fünf ersten Beobachtungen der ersten Reihe (Tab. IV) eine Formel berechnet, welche die Ausdehnung des Wassers zwischen 4° und 20°,4 ausdrückt. Diese Formel, nach welcher die berechneten Werthe (Tabelle IV) erhalten sind, war

$$V_t = 1 + 0000084465\,(t-4)^2 - 0{,}00000008900\,(t-4)^3.$$

Digitized by Google

Mit Hülfe dieser Formel können wir die Volumina des Wassers bei 5°,35 und 8°,90 berechnen, und wenn wir diese identisch mit den Verhältnifszahlen annehmen, welche für die Volumina Wasser bei denselben Temperaturen gefunden worden sind, so können wir in der zweiten und dritten Reihe (Tab. V und VI) die Volumina des Wassers bei verschiedenen Temperaturen auf dieselbe Einheit beziehen.

Tabelle VII giebt die auf diese Weise für die Ausdehnung des Wassers erhaltenen Werthe für alle drei Reihen.

Tabelle VII.

Reihe No.	Temperatur $= t$	Beobachtetes Volumen des Wassers bei $t^0 = V_t$	Berechnetes Volumen des Wassers bei t^0	Differenz
1	4°,00	1,000000	1,000000	0,000000
2	5 ,35	1,000015	1,000012	+ 3
1	6 ,60	1,000057	1,000049	+ 8
2	8 ,45	1,000144	1,000149	− 5
3	8 ,90	1,000192	1,000181	+ 11
1	12 ,25	1,000518	1,000510	+ 8
1	16 ,70	1,001189	1,001175	+ 14
2	19 ,75	1,001689	1,001762	− 73
1	20 ,45	1,001888	1,001911	− 23
3	20 ,90	1,001929	1,002007	− 78
1	23 ,10	1,002546	1,002512	+ 34
1	24 ,80	1,002915	1,002932	− 17
1	27 ,10	1,003534	1,003534	0
2	30 ,45	1,004463	1,004475	− 18
3	32 ,35	1,005055	1,005041	+ 14
1	32 ,85	1,005224	1,005201	+ 23
1	43 ,25	1,009039	1,009020	− 19
1	44 ,50	1,009544	1,009540	+ 4
3	46 ,40	1,010352	1,010352	0
1	48 ,90	1,011520	1,011464	+ 54
2	50 ,80	1,012393	1,012342	+ 51
3	60 ,40	1,017136	1,017178	− 42
1	66 ,00	1,017555	1,017502	+ 53
3	70 ,35	1,022799	1,022858	− 59
2	73 ,30	1,024628	1,024662	− 34
1	74 ,50	1,025443	1,025413	+ 30
1	85 ,10	1,032424	1,032387	+ 37
2	86 ,40	1,033209	1,033284	− 75
3	86 ,80	1,033495	1,033561	− 66
2	94 ,30	1,038980	1,038917	+ 63
3	98 ,40	1,041926	1,041964	− 38
1	98 ,70	1,042194	1,042179	+ 15

Ein einziger Ausdruck, mit Hülfe dessen man die Volumina berechnen könnte, würde zu viele Glieder erfordern. Man fand, dafs die Resultate durch folgende Formeln z. B. nicht mit genügender Genauigkeit zu erhalten sind; zwischen 4° und 100°

$$V_t = a + bt + ct^2 + dt^3$$

$$V_t = 1 + a(t-4) + b(t-4)^2 + c(t-4)^3 + d(t-4)^4.$$

Ich benutzte daher zwei Formeln, um die Ausdehnung des Wassers zwischen 4° und 100 auszudrücken; die eine gilt für Temperaturen zwischen 4° und 32° und ist

$$V_t = 1 - 0{,}0000025300\,(t-4) + 0{,}0000083890\,(t-4)^2 - 0{,}00000007173\,(t-4)^3;$$

die andere für Temperaturen zwischen 32° und 100° ist:

$$V_t = 0{,}999695 + 0{,}0000054724\,t^2 - 0{,}000000011260\,t^3.$$

Bei Berechnung der ersten Formel wurden die Beobachtungen bei 19°,75 und 20°,90 ausgelassen, da sich durch vorausgegangene Berechnungen ihre Fehlerhaftigkeit unzweifelhaft herausgestellt hatte.

Um zu beweisen, dafs Verunreinigungen des Wassers, welches für die eben beschriebenen Versuche gedient hatte, die Resultate nicht beeinflussen konnte, stellte ich eine kurze Reihe von Versuchen mit gewöhnlichem Wasser an. Ich will keineswegs sagen, dafs das Wasser, dessen ich mich bedient hatte, unrein im gewöhnlichen Sinne des Wortes gewesen wäre; es war sorgfältig destillirt, aber diejenigen welche es versucht haben, absolut chemisch reines Wasser darzustellen, werden wissen, wie schwierig es ist, ein Wasser zu erhalten, welches nicht bei der Verdampfung einen wenn auch noch so geringen Rückstand liefse.

Kremers[1]) hat in seinen Arbeiten über die Ausdehnung von Salzlösungen dargethan, dafs selbst ein bedeutender Procentgehalt von Salzen nur wenig Einfluſs auf

1) Pogg. Ann. Bd. 114, S. 41; ibid. Bd. 100, S. 394.

Digitized by Google

die Ausdehnung des Wassers, in welchem sie gelöst sind, ausübt. Tab. VIII enthält einige Beispiele.

Tabelle VIII.

T	Vol. [1])	Vol. [2])	Vol. [3])	Vol. [4])	Vol. [5])	Vol. [6])
19,5	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
100,0	1,04135	1,04144	1,04179	1,04217	1,04135	1,04138

[1]) Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 100°.
[2]) Ausdehnung für Wasser zwischen 19°,5 und 100°, enthaltend 5,2 Proc. Chlorkalium.
[3]) Ausdehnung für Wasser zwischen 19°,5 und 100°, enthaltend 4,7 Proc. Chlornatrium.
[4]) Ausdehnung für Wasser zwischen 19°,5 und 100°, enthaltend 7,5 Proc. schwefelsaures Natron.
[5]) Ausdehnung für Wasser zwischen 19°,5 und 100°, enthaltend 5,1 Proc. schwefelsaures Kali.
[6]) Ausdehnung für Wasser zwischen 19°,5 und 100°, berechnet nach obigen Formeln, das Volumen des Wassers bei 19°,5 = 1,00000 angenommen.

Für die in Tab. IX gegebene Reihe diente gewöhnliches Wasser von der im Laboratorium angelegten Leitung. Das Wasser wurde zur Fällung der durch freie Kohlensäure in Lösung gehaltenen Carbonate gekocht, dann filtrirt und mit 25 Proc. destillirten Wassers vermischt. Das letztere geschah, um das Niederfallen irgend eines Salzes zu verhindern, wenn das Wasser zur Austreibung der atmosphärischen Luft gekocht wurde. Die 25 Proc. wurden in der That nur hinzugefügt, um den durch Verdampfung verursachten Verlust zu ersetzen. Die Bestimmungen mit diesem Wasser wurden auf die gewöhnliche Weise ausgeführt; das benutzte Glasstück war dasselbe als in Reihe 3 (Tab. VI).

Tabelle IX.

T	Absoluter Gewichtsverlust in Wasser	$\frac{1+at}{gt}$	Volumen des Wassers bei t^0	Berechnet	Differenz
20°,70	11,3259	0,0883333	1,001964	1,001964	0,000000
55 ,65	11,1916	0,0894614	1,014759	1,014703	+ 56
95 ,90	10,9292	0,0916900	1,040040	1,040092	− 52

Die berechneten Volumina in der vorhergehenden Tab. sind mit Hülfe der beiden oben gegebenen Formeln abgeleitet; der bei 20°,7 beobachtete Werth wurde gleich dem berechneten angenommen, um die übrigen mit denen vergleichen zu können, welche reines Wasser ergeben hatte.

Für den bequemeren Gebrauch Anderer habe ich in Tab. X das Volumen berechnet, welches das Wasser für einen jeden Grad einnimmt, wenn das Volumen bei 4° = 1,000000 ist; in der letzten Columne finden sich die Unterschiede zwischen den Volumina für je 2 Grade.

Die Temperatur 32° oder der Vereinigungspunkt beider Formeln wurde durch die Auflösung der folgenden Gleichung gefunden:

$$1 - 0{,}0000025300\,(t-4) + 0{,}0000083890\,(t-4)^2 - 0{,}00000007173\,(t-4)^3 = 0{,}99695 + 0{,}0000054724\,t^2 - 0{,}00000011260\,t^3,$$

woraus sich

$$t = 32^0$$

ergiebt.

Das mit der ersten Formel berechnete Volumen bei 32° ist 1,004932

Das mit der zweiten Formel berechnete Volumen bei 32° ist 1,004930;

das Mittel beider Werthe ist in der Tabelle aufgeführt.

Digitized by Google

Tabelle X.

T^0 C.	Volumen des Wassers bei T^0	Differenz für 1°	T^0 C.	Volumen des Wassers bei T^0	Differenz für 1°	T^0 C.	Volumen des Wassers bei T^0	Differenz für 1°
4	1,000000	0,000006	37	1,006616	0,000355	69	1,022050	0,000598
5	1,000006	22	38	1,006979	363	70	1,022648	604
6	1,000028	38	39	1,007351	372	71	1,023252	609
7	1,000066	53	40	1,007730	379	72	1,023861	616
8	1,000119	69	41	1,008118	388	73	1,024477	622
9	1,000188	83	42	1,008514	396	74	1,025099	628
10	1,000271	98	43	1,008918	404	75	1,025727	634
11	1,000369	110	44	1,009331	413	76	1,026361	639
12	1,000479	125	45	1,009751	420	77	1,027000	646
13	1,000604	138	46	1,010179	428	78	1,027646	650
14	1,000742	150	47	1,010614	435	79	1,028296	657
15	1,000892	162	48	1,011059	445	80	1,028953	662
16	1,001054	173	49	1,011510	451	81	1,029615	668
17	1,001227	185	50	1,011969	459	82	1,030283	673
18	1,001412	196	51	1,012435	466	83	1,030956	678
19	1,001608	206	52	1,012909	474	84	1,031634	684
20	1,001814	215	53	1,013391	482	85	1,032318	689
21	1,002029	225	54	1,013879	488	86	1,033007	694
22	1,002254	234	55	1,014376	497	87	1,033701	699
23	1,002488	243	56	1,014879	503	88	1,034400	704
24	1,002731	251	57	1,015390	511	89	1,035104	709
25	1,002982	259	58	1,015907	517	90	1,035813	714
26	1,003241	266	59	1,016432	525	91	1,036527	718
27	1,003507	273	60	1,016964	532	92	1,037245	724
28	1,003780	279	61	1,017502	538	93	1,037969	728
29	1,004059	286	62	1,018047	545	94	1,038697	732
30	1,004345	290	63	1,018599	552	95	1,039429	737
31	1,004635	296	64	1,019158	559	96	1,040166	741
32	1,004931	318	65	1,019724	566	97	1,040907	746
33	1,005249	329	66	1,020296	572	98	1,041653	751
34	1,005578	338	67	1,020874	578	99	1,042404	0,000755
35	1,005916	0,000345	68	1,021459	585	100	1,043159	
36	1,006261				0,000591			

Der Vergleichung halber lasse ich in Tab. XI die Werthe folgen, welche von verschiedenen Beobachtern über die Ausdehnung des Wassers angegeben werden; in allen Fällen ist sein Volumen bei $4^0 = 1{,}000000$ angenommen.

Tabelle XI.

T.	Kopp[1])	Despretz[2])	Pierre[3])	Hagen[4])	Matthiefsen
4°	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
10	1,000247	1,000268	1,000271	1,000269	1,000271
15	1,000818	1,000875	1,000850	1,000849	1,000892
20	1,001690	1,001790	1,001717	1,001721	1,001814
30	1,004187	1,004330	1,004195	1,004250	1,004345
40	1,007654	1,007730	1,007636	1,007711	1,007730
50	1,011890	1,012050	1,011939	1,011994	1,011969
60	1,016715	1,016980	1,017243	1,017001	1,016964
70	1,022371	1,022550	1,023064	1,022675	1,022648
80	1,028707	1,028850	1,029486	1,028932	1,028953
90	1,035524	1,035660	1,036421	1,035715	1,035813
100	1,043114	1,043150	1,043777	1,042969	1,043150

Kopp, Despretz und Pierre bedienten sich bei ihren Bestimmungen alle derselben Methode; sie bestimmten die Ausdehnung des Wassers in Glasgefäfsen, Dilatometern. Hagen benutzte den Wägungsprocefs, aber bei hohen Temperaturen nahm derselbe keine besondern Vorsichtsmaafsregeln, um die Condensation des Dampfes auf der Oberfläche des feinen Platindrahtes zu verhüten. Diefs mag der Grund dafür seyn, dafs seine Werthe bei 90° und 100° niedriger sind, als die von mir gefundenen. Einige andere Bemerkungen über diese Tabelle lasse ich besser nach der Beschreibung meiner Experimente über die Ausdehnung des Quecksilbers folgen.

IV. Ueber die Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten für Quecksilber.

Das für die folgenden Versuche benutzte Quecksilber wurde gereinigt durch Digeriren mit Salpetersäure, Destillation, wiederholter Behandlung mit Salpetersäure und eine zweite Destillation; es wurde unter einer Lösung von salpetersaurem Quecksilberoxydul aufbewahrt. Kurz vor

1) Pogg. Ann. Bd. XCII, S. 42.

2) *Ann. de chim. et de phys. T. LXX* (1re *sér.*) *p.* 1.

3) *Ann. de chim. et de phys. T. XIII* (3me *sér.*) *p.* 325. Berechnet von Frankenheim, Pogg. Ann. Bd. XCVI, S. 451.

4) Abhandlungen d. k. Akad. der Wissensch. zu Berlin, 1865.

Digitized by Google

dem Gebrauche wurde es noch einmal mit Salpetersäure für einige Zeit auf dem Wasserbade digerirt, vollständig mit destillirtem Wasser gewaschen und dann auf dem Wasserbade, zuletzt über der nackten Flamme getrocknet.

Um das Metall in Wasser von verschiedener Temperatur zu wiegen, bediente ich mich kleiner Eimer, ungefähr 20^{mm} lang und 15^{mm} weit, welche aus den Enden dünner Reagensröhren verfertigt waren. Quer über die Oeffnung war ein dünner Platindraht ins Glas eingeschmolzen, an welchem der bei Beschreibung des Apparates erwähnte dünne Draht befestigt werden konnte. Der Ausdehnungscoëfficient dieser Glassorte wurde durch Wägen eines Stückes von derselben Qualität in Wasser bei hohen und niedrigen Temperaturen bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde eine Röhre in der Flamme ausgezogen und ihr eine Form wie Fig. 9 Taf. IX gegeben; ehe sie indessen zugeschmolzen wurde, wurde ein kleines Stück Blei hineingelegt, damit sie im Wasser untersinken könne.

Die Wägungen ergaben folgende Resultate:

	Absoluter Gewichtsverlust	
T	in Wasser	$gt(1+a't)$
11,70	7,72250	7,72595
95,20	7,44775	7,74250

Die Werthe in der dritten Columne wurden erhalten durch Multiplication des beobachteten Gewichtsverlustes in Wasser mit dem Volumen $(1+a't)$, welches das Wasser bei der Temperatur einnahm, bei der die Wägung ausgeführt wurde (Tab. X). Denn wenn die Gewichte des verdrängten Wassers auf 4° reducirt werden, so drücken die resultirenden Gröfsen die Volumina des Glases bei den verschiedenen Temperaturen in Cubikcent. aus. Aus den eben angeführten Versuchen ergiebt sich für den Ausdehnungscoëfficienten dieses Glases zwischen 11°,7 und 95°,2

0,002143,

wenn wir das Volumen bei 11°,7 = 1 annehmen, oder zwischen 0° und 100°

0,002566,

wenn das Volumen bei $0^0 = 1$ ist. Der Ausdruck, um die Ausdehnung dieser Glassorte zu corrigiren, ist daher

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}00002566\, t).$$

Bei Ausführung der Versuche wurde der Eimer zuerst in der Luft gewogen und dann im Wasser des Silbercylinders eine halbe Stunde lang gekocht, um alle anhängende Luft zu entfernen. In der Zwischenzeit wurde das Quecksilber, wie schon beschrieben, getrocknet und, wenn noch heifs, in den Eimer gegossen, welcher gerade über das Wasser hervorragte, aber noch ganz mit Wasser gefüllt war. Auf diese Weise konnte man den Eimer mit Quecksilber füllen, ohne dafs sich Luft zwischen das letztere und das Glas anlagerte. Das Kochen wurde dann noch für eine Viertelstunde fortgesetzt und endlich die Beobachtungen in der gewöhnlichen Weise gemacht.

Tab. XII enthält die 5 Reihen Beobachtungen, welche an verschiedenen Proben von Quecksilber angestellt wurden. Um das Gewicht des Quecksilbers zu bestimmen, wurde dasselbe nach Beendigung der Wägungen in einen Porcellantiegel gegossen, im Wasserbade getrocknet und gewogen.

Tabelle XII.

T.	Gewichtsverlust in Wasser	$gt(1+a't)$	Volumina des Glases	Volumina des Quecksilbers: Beobachtete	Volumina des Quecksilbers: Berechnete	Differenz
			Erste Reihe.			
4°,2	3,47615	3,47615	0,49900	2,97715	2,97704	+ 0,00011
47 ,3	3,46245	3,49965	0,49955	3,00010	3,00031	− 21
71 ,4	3,43380	3,51345	0,49990	3,01355	3,01333	+ 22
95 ,4	3,39170	3,52640	0,50020	3,02620	3,02629	− 9
			Zweite Reihe.			
11°,5	3,69250	3,69405	0,49910	3,19495	3,19497	− 2
41 ,7	3,68090	3,71880	0,49935	3,21245	3,21243	+ 2
69 ,3	3,64740	3,72850	0,49985	3,22865	3,22838	+ 27
95 ,3	3,60060	3,74335	0,50020	3,24315	3,24347	− 32

Digitized by Google

T.	Gewichtsverlust in Wasser	$gt(1+a't)$	Volumina des Glases	Beobachtete Volumina des Quecksilbers	Berechnete Volumina des Quecksilbers	Differenz
			Dritte Reihe.			
6°,5	3,54240	3,54255	0,49905	3,04350	3,04355	— 0,00005
44 ,6	3,53020	3,56405	0,49950	3,06455	3,06448	+ 6
67 ,9	3,50235	3,57730	0,49980	3,07750	3,07730	+ 20
94 ,0	3,45780	3,50160	0,50015	3,09145	3,09164	— 19
			Vierte Reihe.			
4°,7	4,54765	4,54765	0,47250	4,07515	4,07522	— 7
34 ,4	4,54395	4,56990	0,47285	4,09705	4,09702	+ 3
63 ,5	4,50700	4,59210	0,47320	4,11890	4,11844	— 46
94 ,3	4,43905	4,61505	0,47360	4,14145	4,14186	+ 41
			Fünfte Reihe.			
6°,1	4,78140	4,78155	0,47255	4,30900	4,30901	— 1
47 ,6	4,76285	4,81445	0,47305	4,34140	4,34137	+ 3
96 ,5	4,66395	4,85335	0,47365	4,37970	4,37974	— 4

Das Gewicht des für die Reihe 1, 2 und 3 benutzten Eimers, auf den leeren Raum reducirt, war 1,2523 Grm. und er verlor in Wasser bei 11°,2 0,4989 Grm. Das Gewicht des Eimers in Reihe 4 und 5 war 1,1750 Grm. und er verlor in Wasser von 8°,5 0,47245 Grm. Leiten wir aus diesen Daten das Volumen bei 0° ab, so finden wir für den ersten Eimer 0,49895 Cubikcent. und für den zweiten 0,47245 Cubikcent. Die Correctionsformel für die Ausdehnung des ersten Eimers ist daher

$$V_t = 0{,}49895\,(1 + 0{,}00002566\,t),$$

und für den zweiten

$$V_t = 0{,}47245\,(1 + 0{,}00002566\,t).$$

Die Volumina des Glases wurden von den Volumina des verdrängten Wassers abgezogen, um die Volumina des Quecksilbers zu finden; denn

$$gt(1 + a_1 t) = V_{,0}(1 + bt) + V_0(1 + at),$$

wenn $V_{,0}$ das Volumen des Quecksilbers bei 0°, b sein Ausdehnungscoëfficient, $gt(1 + a_1 t)$ das Volumen des

verdrängten Wassers und $V_0(t+at)$ das Volumen des Eimers ist.

Berechnen wir aus einer jeden Reihe den Ausdehnungscoëfficienten für Quecksilber, und leiten wir vermittelst desselben die Volumina von Quecksilber bei 0° ab, so gelangen wir zu folgenden Ausdrücken:

für Reihe 1: $V_1 t = 2{,}97477 + 0{,}0005400\,t$
» » 2: $V_1 t = 3{,}18832 + 0{,}0005782\,t$
» » 3: $V_1 t = 3{,}03998 + 0{,}0005496\,t$
» » 4: $V_1 t = 4{,}07168 + 0{,}0007364\,t$
» » 5: $V_1 t = 4{,}30424 + 0{,}0007816\,t$

Die mittelst dieser Formeln berechneten Werthe stimmen, wie ersichtlich, mit den beobachteten nahe überein; wir können indessen die Formeln auch folgendermaafsen schreiben

1. $V_1 t = 2{,}97477 + (1 + 0{,}0001815\,t)$
2. $V_1 t = 3{,}18822 + (1 + 0{,}0001813\,t)$
3. $V_1 t = 3{,}03988 + (1 + 0{,}0001808\,t)$
4. $V_1 t = 4{,}07168 + (1 + 0{,}0001808\,t)$
5. $V_1 t = 4{,}30524 + (1 + 0{,}0001816\,t)$

wenn die Coëfficienten auf ein und dieselbe Volumeneinheit des Quecksilbers bei 0° bezogen werden.

Das Mittel der Coëfficienten ist

0,0001812,

eine Gröfse, welche nahe mit der von Regnault gefundenen übereinstimmt, nämlich

0,0001815.

Die obigen fünf Reihen liefern gleichzeitig den Beweis, dafs die Luft, welche vom Wasser während der zum Wägen nothwendigen Zeit absorbirt wird, keinen Einfluſs auf die Resultate ausübt; denn in Reihe 1 und 2 wurde das Wasser nur, um es von Luft zu befreien, und einmal während der Beobachtungen ausgekocht: die Wägungen wurden zuerst bei den hohen Temperaturen und dann beim Abkühlen bei den niederen Temperaturen ausgeführt,

während das Wasser im Kasten gar nicht umgerührt wurde. Reihe 3 wurde unter denselben Bedingungen ausgeführt, nur dafs das Wasser zwei Mal ausgekocht wurde, nämlich vor den Wägungen bei 94° und 44°,6. In Reihe 4 wurde das Wasser zwei Mal ausgekocht, nämlich vor den Beobachtungen bei 95°,3 und 4°,7 und vor denen bei 63°,5 und 34°,4, während das Wasser im Kasten umgerührt wurde. In Reihe 5 endlich wurde das Wasser vor einer jeden Beobachtung ausgekocht mit Benutzung des Rührers während der Beobachtungszeit.

Im Eingange dieser Abhandlung habe ich als Grund, weshalb ich die vorgehends beschriebene Untersuchung unternommen habe, angegeben, dafs ich den Ausdehnungscoëfficienten für Quecksilber nicht in genügender Uebereinstimmung mit dem von Regnault gegebenen erhalten konnte, als ich meine Berechnungen auf Kopp's Coëfficienten für die Ausdehnung des Wassers gründete. Leiten wir diesen Werth aus Tab. XII ab mit Benutzung von Kopp's Coëfficienten (natürlich das Volumen bei 4° = 1 gesetzt), so finden wir als Mittel

$$V_1 t = V_{,0} (1 + 0{,}0001780\, t)$$

derselbe Werth, basirt auf Berechnung mit Werthen in Tab. X, ist

$$V_1 t = V_{,0} (1 + 0{,}0001812\, t).$$

Regnault fand für die Ausdehnung des Quecksilbers durch directe Messung

$$V_1 t = V_{,0} (1 + 0{,}0001815\, t).$$

Bei einer Vergleichung der Zahlen in Tab. XI ist ersichtlich, dafs Despretz und meine Werthe nahe übereinstimmen, während die Resultate von Kopp und Despretz von einander abweichen, obwohl sie auf demselben Wege erhalten worden sind. Berücksichtigen wir diese Umstände, so werden wir zum Schlusse genöthigt, dafs die von Kopp gefundenen Coëfficienten für die Ausdehnung des Wassers zu niedrig sind,

1) weil der Ausdehnungscoëfficient für Quecksilber niedriger als der von Regnault gefundene ausfällt, wenn er vermittelst Kopp's Coëfficienten abgeleitet wird.
2) weil Kopp's Coëfficienten niedriger sind als die von andern Beobachtern gefundenen, und
3) weil der Ausdehnungscoëfficient für Quecksilber, wenn er von demjenigen für Wasser hergeleitet wird, welchen die eben erwähnten Beobachter gefunden haben, nahe mit dem von Regnault gegebenen übereinstimmt; denn hätte ich Despretz Coëfficienten anstatt meines eigenen benutzt, so würde ich nahezu denselben Ausdehnungscoëfficienten für Quecksilber erhalten haben.

Zum Schlusse spreche ich Denjenigen meinen Dank aus, welche mich bei der Ausführung dieser Untersuchung unterstützt haben, Hrn. Prof. Hirst, welcher die Güte hatte, die Methoden der Reduction und Berechnung anzugeben, Hrn. Basset und Hrn. Dr. M. Berend für die geschickte Hülfe, welche sie mir im experimentellen Theile der Arbeit angedeihen liefsen, und Hrn. Dr. C. Vogt für die Uebernahme des gröfseren Theiles der Berechnungen.

Digitized by Google

III. *Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke.*

(Fortsetzung von S. 399.)

IV. Ueber die elliptische Polarisation des Lichtes bei metallischer Reflexion.

38.

Der erste, welcher das von andern Körpern abweichende Verhalten der Metalle gegen polarisirtes Licht bemerkt hat, ist wohl Arago[1]) gewesen, welcher die zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel gebildeten Newton'schen Farbenringe mit einem Kalkspath-Rhomboëder untersuchte, und diese Versuche am 18. Februar 1811 dem Französischen Institut mittheilte. Die Abhandlung wurde jedoch erst 1817 gedruckt und der damalige Zustand der Wissenschaft war noch weit von einer Erklärung der Erscheinungen und einer Erkenntnifs des Einflusses der Metallreflexion entfernt.

Im Jahre 1815 entdeckte Brewster[2]), dafs die Reflexion von Metallflächen linear polarisirtem Lichte dieselben Eigenschaften ertheilt, wie der Durchgang durch eine dünne Gypsplatte, wenn deren Mittellinie dieselbe Richtung hat wie die Einfallsebene der vom Metall reflectirten Strahlen. Eine je gröfsere Anzahl von Reflexionen die Strahlen erfuhren, um so gröfser mufste die Dicke der Gypsplatte seyn, um unter sonst gleichen Umständen dieselbe Wirkung hervorzubringen. Mit diesen Thatsachen, welche in zwei Abhandlungen gegen Ende des Jahres 1815 von Biot in Brewster's Namen dem Französischen In-

1) *Mém. de soc. d'Arc. T. III*, 1817, *p.* 323. — Arago's Werke, deutsch von Hankel Bd. 10 S. 12.

2) *Biot, traité de phys. T. IV*, 1816, *p.* 580 — 599 und *Lettre of Dr. Brewster to Dr. Th. Young, Works of Dr. Young by Peacock, T. I, p.* 359.

Digitized by Google

stitute mitgetheilt wurden, war die sogenannte elliptische Polarisation des Lichtes durch Reflexion von Metallflächen erwiesen. Die Abhandlungen von Brewster wurden in weiteren Kreisen erst 1816 im Auszuge durch den vierten Band von Biot's *traité de physique* bekannt, der zugleich eigene Beobachtungen von Arago und besonders von Biot über Metallreflexion enthielt.

Im Jahre 1830 veröffentlichte Brewster [1]) selbst eine gröfsere Abhandlung, in der die Erscheinungen der elliptischen Polarisation des Lichtes durch Metallreflexion näher und ausführlicher auseinander gesetzt wurden. Kurze Zeit darauf zeigte F. E. Neumann [2]), dafs die vielen von Brewster beobachteten complicirten Erscheinungen sich aus zwei Grundsätzen erklären liefsen, 1) dafs die Intensität (oder also die Amplitude) eines von einer Metallfläche reflectirten Lichtstrahles bei demselben Einfallswinkel verschieden ist, je nachdem seine Polarisationsebene $\parallel$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene lag. Ist der Einfallswinkel 0° oder 90°, so ist das Verhältnifs der Intensitäten gleich 1; ist der Einfallswinkel gleich dem Polarisationswinkel, so ist das Verhältnifs ein Minimum und stets von 0 verschieden. 2) Zwei von einer Metallfläche reflectirte Lichtstrahlen $\parallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt verhalten sich nach der Reflexion so, dafs der erstere dem anderen um einen Bruchtheil einer Wellenlänge voraus ist. Der Gangunterschied der beiden Strahlen $\parallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt nimmt zu von 0 bis zu $\frac{1}{2}$ Wellenlänge, wenn der Einfallswinkel von 0° bis 90° wächst [3]) und beträgt $\frac{1}{4}$ Wellenlänge bei dem Polarisationswinkel.

Gleichzeitig stellte Neumann, geleitet von der Analogie zwischen totaler und Metallreflexion, Formeln auf, welche für den von Metall reflectirten Strahl die Verzögerung und das Amplitudenverhältnifs der Strahlen $\perp$

1) *Phil. trans.* 1830, *T. II*, *p.* 287. — Pogg. Ann. Bd. 21, 1831, S. 219.

2) Pogg. Ann. Bd. 26, 1832, S. 89.

3) Pogg. Ann. Bd. 40, 1837, S. 513.

und ∓ zur Einfallsebene polarisirt zu berechnen erlaubten. Es sey H der Polarisationswinkel des Metalls oder der Haupt-Einfallswinkel, bei welchem die Verzögerung der Strahlencomponenten $= \frac{\lambda}{4}$ ist; n der Brechungsexponent des Metalls, J der Einfallswinkel, J_1 der zugehörige Brechungswinkel im Metall, $\operatorname{tg}\beta$ das Verhältnifs der Amplituden ⊥ und ∓ zur Einfallsebene polarisirt, nach der Reflexion unter dem Einfallswinkel J, während dasselbe vor der Reflexion $= 1$ war und B der zu dem Winkel H gehörige Werth von β. Dann ist

$$n = \operatorname{tg} H \qquad \sin J = n \sin J_1$$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \operatorname{tg} J \,.\, \operatorname{tg} J_1 \qquad \operatorname{tg} 2\beta = \frac{\operatorname{tg} 2B}{\sin \frac{\delta}{\lambda} 2\pi}$$

Neumann zeigte, wie mit diesen Formeln Brewster's Versuche im Allgemeinen übereinstimmen; er machte besonders darauf aufmerksam, dafs nach Brewster's Versuchen H (d. h. auch der Brechungsexponent n, wenn $n = \operatorname{tg} H$) für blaues Licht kleiner als für rothes wäre, und dafs wahrscheinlich auch der Werth von B von der Farbe abhinge. Schliefslich wurde angegeben, wie daraus die Farbe des an Metallflächen reflectirten Lichtes berechnet werden könnte.

Brewster bestimmte den Phasenunterschied der beiden Strahlencomponenten durch die Färbung eines Krystallblättchens oder dadurch, dafs er linear in einem beliebigen Azimuth polarisirte Lichtstrahlen mehrere Male unter demselben Einfallswinkel reflectiren liefs, bis sie wieder linear polarisirt waren. Das Verhältnifs der Amplituden, ⊥ und ∓ zur Einfallsebene polarisirt, liefs sich aus den bekannten Azimuthen des einfallenden und des durch mehrmalige Reflexionen linear polarisirten Lichtstrahles bestimmen. De Sénarmont[1]) wandte zur Bestimmung dieser Gröfsen ein Glimmerblättchen von solcher Dicke an, dafs

1) *Ann. de chim.* T. 73, 1840, *p.* 337. — Pogg. Ann. Ergbd. 1, 1842, S. 461.

Digitized by Google

die ∓ und ⊥ zum Hauptschnitt polarisirten Lichtstrahlen beim Durchgang durch dasselbe einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge erhalten. Die in einem beliebigen Azimuth linear polarisirten Lichtstrahlen fallen unter einem beliebigen Einfallswinkel auf das Metall auf, und gelangen nach der Reflexion durch das Glimmerblatt und ein Nicol'sches Prisma ins Auge. Durch passende Stellung des Hauptschnitts des Glimmerblattes kann man die vom Metall reflectirten und dadurch elliptisch polarisirten Lichtstrahlen in polarisirtes Licht verwandeln, und durch eine passende wieder in linear Stellung des analysirenden Nicol'schen Prismas auslöschen. Aus der Neigung der Hauptschnitte des Glimmerblattes, des polarisirenden und analysirenden Nicol'schen Prisma's gegen die Reflexionsebene lassen sich dann Phasenunterschied und Amplitudenverhältnifs bestimmen. Diese Methode gestattet jedoch wegen praktischer Schwierigkeiten, besonders wegen der Dispersion des vom Metall reflectirten Lichtes keine genauen Messungen.

Aufserdem suchte de Sénarmont auch den Phasenunterschied der beiden Strahlencomponenten ∓ und ⊥ zur Einfallsebene polarisirt nach einer zuerst von Babinet[1]) vorgeschlagenen Methode zu bestimmen, indem er die beiden Strahlenbündel eines Interferenzprismas[2]) von Metall und Glas reflectiren und dann interferiren liefs. Ich werde auf diese und ähnliche von de Sénarmont[3]) und Billet[4]) angegebene und benutzte Methoden bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

Jamin[5]) bestimmte den Phasenunterschied durch die schon von Brewster angewandte Methode der mehrfachen Reflexionen. Er berechnete denselben mit einer Formel,

1) *Compt. rend. T. VIII*, 1839, *p.* 709.

2) Herschel, *on light*. §. 736, 1827.

3) Pogg. Ann. Ergbd. I, 1842, S. 473.

4) Billet, *Traité d'optique physique T. II*, *p.* 181, 1859.

5) *Compt. rend. T. XXII*, 1846, *p.* 477. — *Ann. de chim. T. XIX*, 1847, *p.* 320.

Digitized by Google

welche mit der von Neumann gegebenen vollkommen übereinstimmt und auf befriedigende Weise die Beobachtungen wiedergiebt. Die Intensitäten des Lichtes, welches unter verschiedenen Einfallswinkeln von Metall reflectirt worden, bestimmte Jamin [1]) durch Vergleichung mit der Intensität des unter denselben Verhältnissen von einer Glasfläche reflectirten Lichtes. Die letztere wurde, nachdem der Brechungsexponent des Glases durch Reflexionsversuche bestimmt war, mit Hülfe der von Fresnel gegebenen Formeln berechnet. Das Licht einer Carcel'schen Lampe fiel im Azimuth 0° oder 90° polarisirt auf die halb aus Glas, halb aus Metall bestehende reflectirende Fläche, wurde nach der Reflexion mit einem doppeltbrechenden Prisma aufgefangen, und dieſs so lange gedreht, bis das ordinäre oder extraordinäre Bild der metallischen Reflexion gleiche Intensität mit dem extraordinären oder ordinären Bild der gewöhnlichen (Glas-) Reflexion hatte. Gleichzeitig wurde gezeigt, wie die von Cauchy [2]) für Metallreflexion gegebenen Formeln mit den Beobachtungen übereinstimmten, obwohl diese von den Neumann'schen Formeln wesentlich verschieden sind.

Später hat Jamin [3]) mit der Methode der vielfachen Reflexionen den Haupteinfallswinkel und das Azimuth der wiederhergestellten Polarisation oder das Amplitudenverhältniſs der Strahlencomponenten $\fallingdotseq$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt bestimmt für verschiedene Farben des Sonnenspectrums bei Silber, Kupfer, Zink, Stahl, Messing, Spiegelmetall und Glockenmetall. Aus den beobachteten Constanten wurde dann mit Hülfe der Cauchy'schen Formeln die Intensität des von den Metallen reflectirten Lichtes für die verschiedenen Farben berechnet, und gezeigt, wie die Farben der verschiedenen Metalle damit übereinstimmen.

1) *Compt. rend. T. XXIII*, 1846, *p.* 1103. — *Ann. de chim. et de phys. T. XIX*, 1847, *p.* 298.
2) *Compt. rend. T. VIII*, 1839, *p.* 560.
3) *Ann. de chim. et de phys. T.* XXII, 1848, *p.* 311.

Endlich hat noch in neuster Zeit Haughton[1]) mit Hülfe des von Jamin als Meſsinstrument eingerichteten Babinet'schen Compensators in ähnlicher Weise wie es §. 14 und 15 beschrieben worden, Haupt-Einfallswinkel und Haupt-Azimuth oder das Amplitudenverhältniſs der Strahlencomponenten, ∓ und ⊥ zur Einfallsebene polarisirt bestimmt, für eine groſse Reihe von Metallen und rothes Sonnenlicht.

Fast gleichzeitig veröffentlichte ich[2]) die Resultate einer mit ähnlichen Methoden angestellten Untersuchung über die elliptische Polarisation des Lichtes bei Reflexion von durchsichtigen Metallschichten, oder beim Durchgang durch dieselben. Der Phasenunterschied war stets kleiner für durchgegangenes als für reflectirtes Licht bei demselben Einfallswinkel, hatte aber dasselbe Vorzeichen, d. h. die ∓ der Einfallsebene polarisirten Strahlen waren den ⊥ zur Einfallsebene polarisirten voraus.

Die Genauigkeit der Messung des Einfallswinkels bei allen angeführten Beobachtungsmethoden ist nur eine beschränkte, da sie in ähnlicher objectiver Weise, wie §. 4 beschrieben worden, geschah. Wenn Haughton ausdrücklich sagt, daſs er die angewandten Nicol'schen Prismen sorgfältig geprüft und keine Ablenkung der einfallenden Strahlen gefunden hätte, so weiſs ich damit die Bemerkung schwer zu vereinigen, daſs das Azimuth der wiederhergestellten Polarisation periodischen Schwankungen unterworfen gewesen sey, die von der Drehung des analysirenden Nicol'schen Prismas abgehangen hätten. (Vergl. Anm. §. 14 Ende). Möglich ist es freilich, daſs diese Schwankungen nur von Ungleichartigkeiten der Metalloberfläche herrührten. Die von Haughton gefundenen Werthe weichen zum Theil von den Bestimmungen Brewster's, Jamin's und meinen eigenen zahlreichen Messungen er-

1) *Phil. trans.* 1863, *T. I*, *p.* 81.

2) Monatsber. der Berl. Acad. 16. März 1863. — Pogg. Ann. Bd. 119, 1863, S. 368.

heblich ab. Haughton selbst giebt für zwei verschiedene Silberspiegel den Haupteinfallswinkel 72° 7′ und 78° 7′, ohne auf diese merkwürdigen Verschiedenheiten näher einzugehen.

Diese Verschiedenheiten hatten mich selbst abgehalten, einen grofsen Theil meiner Versuche über Metallreflexion, die schon vor dem Erscheinen der Haughton'schen Abhandlung angestellt worden waren, bekannt zu machen, da es natürlich nur ein untergeordnetes Interesse haben kann, für verschiedene Metalle die optischen Constanten zu bestimmen, sobald diese nur für einen bestimmten Spiegel gelten. Ich habe deshalb auch geglaubt meine Untersuchungen auf wenige Metalle beschränken zu müssen und diese unter verschiedenen Verhältnissen das Licht reflectiren zu lassen. Die Abweichungen um die es sich bei den einzelnen Metallen handelt, sind so grofs, dafs ich der Bequemlichkeit wegen bei der von Jamin empfohlenen Methode des Babinet'schen Compensators stehen geblieben bin. Ich hoffe später für verschiedene Metalle die optischen Constanten nach einer anderen Methode bestimmen zu können, die in Bezug auf Genauigkeit wenig zu wünschen übrig läfst.

Auf die theoretischen Betrachtungen, mit welchen Beer[1]) und Eisenlohr[2]) die Cauchy'schen Formeln für Metallreflexion abgeleitet haben, werde ich ebenfalls später zurückkommen, und will hier nur bemerken, dafs die vorliegende Uebereinstimmung der Beobachtungen mit denselben noch kein Beweis der Cauchy'schen Theorie und der derselben zu Grunde liegenden Hypothesen ist, für welche diese Uebereinstimmung wohl gehalten zu werden pflegt.

39.

Da ich nicht im Stande war, das in das Metall zurückgeworfene Licht zu untersuchen, so habe ich die Hy-

1) Pogg. Ann. Bd. 91, 1854, S. 561. — Pogg. Ann. Bd. 92, 1855, S. 402.

2) Pogg. Ann. Bd. 104, 1858, S. 368.

potenusenfläche des rechtwinkligen Crownglasprismas, das zu den Versuchen §. 20 bis 21, §. 30 bis 31 gedient hatte, mit Silber nach dem Petitjean'schen Verfahren[1]) belegt, das Silber polirt, und an derselben Silberschicht, die vollkommen undurchsichtig war, das in Luft oder das in Crownglas zurückgeworfene Licht mit dem Babinet'schen Compensator nach der in §. 15 und 16 beschriebenen Methode untersucht.

Die Einfallswinkel und der Einfluſs der Brechung des Lichtes durch die Kathetenflächen des Prismas wurden in der §. 30 angegebenen Weise bestimmt. Zwischen analysirendes Nicol'sches Prisma und Auge war ein rothes Glas eingeschaltet. Die Versuche sind in folgenden Tabellen zusammengestellt, die Bezeichnungen dieselben wie früher.

1) Pogg. Ann. Bd, 101, 1857, S. 314.

Digitized by Google

XXX*a*. Auf Silber in Luft.

(Reflectirtes Licht.)

$a = 7',6$ $\alpha = 45°$

J	r	β	k	δ			arc ($\mathrm{tg} = k$)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$			
25°	— 0,740	44° 27′	0,981	0,097	0,065	0,032	44° 27′	44° 56′	— 0° 29′
35	— 1,318	45 33	1,019	0,173	0,131	0,042	45 33	44 48	0 45
45	— 2,170	44 22	0,978	0,286	0,230	0,056	44 22	44 39	0 17
55	— 3,228	44 22	0,978	0,425	0,373	0,052	44 22	44 27	— 0 5
65	— 4,826	43 45	0,957	0,637	0,592	0,045	43 45	44 12	— 0 27
75 57′	— 7,600	44 1	0,966	1	1		44 1	44 1	
80	— 9,600	43 23	0,945	1,263	1,227	0,036	43 23	44 4	— 0 41

XXX*b*. Auf Silber in Crownglas.

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7'{,}6$ $\alpha = 45°$ $\mu = 1{,}5149$

J	r	β	k	δ			arc ($tg = k$)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$			
25° 34′	— 0,936	46° 15′	1,009	0,123	0,107	0,016	45° 16′	44° 34′	0° 42′
35 10	— 1,456	44 30	0,975	0,192	0,198	— 0,006	44 16	44 11	0 5
45	— 2,512	44 25	0,980	0,331	0,358	— 0,027	44 25	43 39	0 46
54 50	— 3,900	42 59	0,924	0,513	0,563	— 0,050	42 45	43 2	— 0 17
64 26	— 5,948	43 45	0,925	0,783	0,836	— 0,053	42 46	42 33	— 0 13
69 5	— 7,600	45 10	0,915	1	1		42 28	42 28	
72 50	— 8,442	45 50	0,954	1,111	1,149	— 0,038	43 40	42 32	1 8
74 37	— 9,220	46 16	0,918	1,213	1,226	— 0,013	42 34	42 37	— 0 3

Digitized by Google

Nach Anm. §. 15 S. 208 ist α positiv, wenn das polarisirende Nicol'sche Prisma auf $-\alpha$ steht. Die angegebenen Werthe von α und β sind das Mittel der Ablesungen von positiven und negativen Azimuthen.

Die mit ber. überschriebenen Werthe von δ und arc (tg=k) wurden mit Hülfe der Gleichungen

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{\lambda}2\pi = \sin 2B \,.\, \operatorname{tang}\left(2 \operatorname{arc\,tg} = \frac{\sin J \operatorname{tg} J}{\sin H \operatorname{tg} H}\right) \quad (1)$$

$$\cos 2\beta = \cos 2B \,.\, \sin\left(2 \operatorname{arc\,tg} = \frac{\sin J \operatorname{tg} J}{\sin H \operatorname{tg} H}\right) \quad (2)$$

berechnet, wo J der betreffende Einfallswinkel, H der *Haupteinfallswinkel* und B das zu diesem letzteren gehörige Azimuth des analysirenden Nicol'schen Prismas bezeichnet, wenn das auf die reflectirende Fläche auffallende Strahlenbündel im Azimuth $\alpha = 45^0$ polarisirt ist. Ich werde im Folgenden diesen Werth von B mit *Haupt-Azimuth* bezeichnen.

Diese Gleichungen stimmen im Wesentlichen mit den von Eisenlohr [1]) in geänderter Form gegebenen Cauchy'schen Gleichungen [2]) für Metallreflexion überein, wenn man darin Gröfsen vernachlässigt, die sich bei der Genauigkeit der angewandten Untersuchungsmethode nicht mehr feststellen lassen. Beiläufig bemerkt, geben die Gleichungen (1) und (2) auch bei Licht, das in Luft auf Flintglas oder Crownglas (§. 28 und 30) reflectirt worden ist, für δ und arc (tg = k), Werthe, die innerhalb der Genauigkeits-Gränzen der angewandten Beobachtungsmethoden mit den berechneten übereinstimmen.

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt unmittelbar für senkrecht auffallende Strahlen $\delta = 0$, für streifend ($J = 90^0$) auffallende Strahlen aber $\delta = \frac{\lambda}{2}$. Für beide Fälle ist $\beta = 45^0$, $k = \operatorname{tg}\beta = 1$, oder die Componenten $\fallingdotseq$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt sind auch nach der Reflexion

1) Pogg. Ann. Bd, 104, 1858, S. 374.

2) *Compt. rend. T. VIII*, 1839, *p.* 560. — *Compt. rend T. XXVI*, 1848, *p.* 86, auch Pogg. Ann. Bd. 74, 1848 S. 543.

gleich, wenn sie im einfallenden Strahlenbündel gleich grofs waren. Diese Schlüsse sind, wie schon §. 37 angedeutet wurde, in Uebereinstimmung mit allen Versuchen, die ich in dieser Beziehung angestellt habe. Ich will noch hinzufügen, dafs für alle von mir untersuchten Metalle die Reflexion oder δ positiv waren, d. h. die $\shortparallel$ der Einfallsebene polarisirte Strahlencomponente war immer der $\perp$ zur Einfallsebene polarisirten Strahlencomponente voraus.

Fig. 16 und 17 Taf. XI zeigen die Werthe von δ und k für die Reflexion auf Silber in Luft und Crownglas als Ordinaten einer Curve, deren Abscissen die betreffenden Einfallswinkel sind.

40.

Aus derselben Versilberungsflüssigkeit, aus welcher sich die im vorigen §. untersuchte Silberschicht auf Crownglas abgesetzt hatte, hatte ich gleichzeitig Silber auf der Hypotenusenfläche des Flintglasprismas No. 174 (vergl. §. 36) sich niederschlagen lassen. Die Glasflächen beider Prismen waren genau auf dieselbe Weise gereinigt und geputzt, und nach dem Trocknen die Silberschichten abwechselnd mit demselben Lederballen gleichzeitig polirt worden.

Ich hatte erwartet auf diese Weise vollkommen identische Silberschichten zu erhalten, und doch zeigen in der folgenden Tabelle XXXI*a*. Haupt-Einfallswinkel und Haupt-Azimuth für das Silber auf Flintglas Werthe, die um einen Grad von denen für das Silber auf Crownglas verschieden sind. Diese Differenzen sind weit gröfser, als die Beobachtungsfehler der angewandten Methode, und haben ihren Grund in der verschiedenen Molecularbeschaffenheit der beiden Silberschichten, die bei oberflächlicher Betrachtung vollkommen gleich erschienen und beide undurchsichtig waren. Das Silber auf Crownglas hatte ich wahrscheinlich mit stärkerem Druck polirt, da ich gefunden habe, dafs dasselbe Metall um so gröfsere Werthe für den Haupteinfallswinkel und das Haupt-Azimuth ergiebt, je stärker es gedrückt wird.

Digitized by Google

XXXI*a*. Auf Silber in Luft.

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7'{,}6$ $\alpha = 45°$

J	r	β	k	δ			arc ($tg = k$)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$			
25°	$-0{,}300$	45° 39′	1,023	0,039	0,070	−0,031	45° 39′	44° 49′	0° 50′
35	− 1,256	44 45	0,991	0,165	0,143	0,022	44 45	44 37	0 8
45	− 1,886	43 44	0,957	0,248	0,249	−0,001	43 44	44 22	−0 38
55	− 2,956	43 12	0,939	0,389	0,404	−0,015	43 12	44 11	−0 59
65	− 4,704	43 45	0,957	0,619	0,636	−0,017	43 45	43 36	0 9
74 50′	− 7,6	43 20	0,943	1	1		43 20	43 20	
80	− 9,586	44 2	0,967	1,262	1,267	−0,005	44 2	43 29	0 33
85	−12,320	45 14	1,008	1,621	1,613	+0,008	45 14	44 3	1 11

XXXI*b*. Auf Silber in Flintglas (No. 174).

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7',6 \qquad \alpha = 45° \qquad \mu = 1{,}6258$

J	r	β	k	δ			arc (tg = k)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{\lambda}$	$\frac{\lambda}{\lambda}$	$\frac{\lambda}{\lambda}$			
27° 13′	— 1,342	45° 30′	0,973	0,188	0,116	0,072	44° 13′	44° 20′	— 0° 7′
35 58	— 1,716	45 2	0,991	0,226	0,209	0,017	44 44	43 49	0 55
45 7	— 2,534	43 16	0,941	0,333	0,344	— 0,011	43 16	43 7	0 9
54 16	— 4,066	43 7	0,926	0,535	0,528	0,007	42 49	42 19	0 30
63 1	— 5.155	45 5	0,959	0,726	0,764	— 0,038	43 48	41 37	2 11
69 48	— 7,6	44 15	0,881	1	1		41 22	41 22	
75 14	— 8,606	45 56	0,889	1,132	1,228	— 0,096	41 39	41 35	0 4

Obwohl man die Silberschichten von Tab. XXX und XXXI nicht direct vergleichen kann, so scheinen sich doch die Reflexionen auf Silber in Luft und Flintglas weniger von einander zu unterscheiden, als die Reflexionen auf demselben Metall in Luft und Crownglas. Die Gleichungen (1) und (2) §. 39 geben die beobachteten Werthe von δ und k in genügender Weise wieder.

41.

Um die Reflexion auf Gold in Luft und Crownglas untersuchen zu können, wurde die undurchsichtige Goldschicht benutzt, welche sich auf einer Spiegelglasplatte abgesetzt hatte durch Reduction einer Natron-haltigen Chlor-Gold-Chlor-Natrium-Lösung mit ätherhaltigem Alkohol in der Wärme nach dem von Liebig'schen Verfahren [1]).

Das Gold war durch Versuche, es zu poliren, stark gedrückt worden. Ein mit Gold belegtes Stückchen Spiegelglas von passender Gröfse wurde in ein Uhrglas mit verdünnter Chlorwasserstoffsäure gebracht, und mit einem Zinkstückchen berührt. Sofort entwickelte sich Wasserstoff an dem Gold, die Goldschicht löste sich von dem Spiegelglase los und schwamm auf der Flüssigkeit. Diese wurde zu verschiedenen Malen durch destillirtes Wasser ersetzt, das Gold schliefslich längere Zeit mit destillirtem Wasser in Berührung gelassen und mit der Hypotenusenfläche des rechtwinkligen Crownglasprismas, das zu den früheren Versuchen gedient hatte, abgehoben. Beim Verdunsten des Wassers legte sich die hellglänzende Goldfläche, die früher an dem Spiegelglas angelegen hatte, vollkommen glatt an die Crownglasfläche an.

Ein ebenso behandeltes Goldblättchen wurde mit einem Stückchen Spiegelglas aufgehoben, so jedoch, dafs die ursprünglich dem Glase zugewandte Seite frei dalag. Nach dem Verdunsten des Wassers erhielt ich dann eine ebene schön spiegelnde undurchsichtige Goldschicht, an der die Reflexion auf Gold in Luft untersucht wurde.

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 98, 1856, S. 132.

XXXIIa. Auf Gold in Luft.

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7',6$ $\alpha = 45^0$

J	r	β	k	δ			arc ($tg = k$)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$			
25°	— 0,776	44° 40′	0,988	0,102	0,093	0,009	44° 40′	44° 40′	0°
35	— 1,513	44 57	0,988	0,199	0,188	0,011	44 57	44 21	0 36′
45	— 2,573	44 40	0,988	0,339	0,327	0,012	44 40	43 55	0 45
55	— 3,938	42 47	0,925	0,518	0,522	— 0,004	42 47	43 23	— 0 36
65	— 6,076	42 21	0,911	0,799	0,796	0,003	42 21	42 54	— 0 33
70 40′	— 7,6	42 47	0,925	1	1		42 47	42 47	
80	— 11,016	42 49	0,926	1,450	1,430	0,020	42 49	43 16	— 0 27
85	— 12,990	44 56	0,930	1,709	1,706	0,003	44 56	44 1	0 55

XXXIIb. Auf Gold in Crownglas.

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7',6$ $\alpha = 45°$ $\mu = 1{,}5149$

J	r	β	k	δ			arc ($tg = k$)		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$			
25° 34′	— 1,389	45° 46′	0,993	0,183	0,119	0,064	44° 47′	44° 26′	+ 0° 21′
35 10	— 1,910	44 8	0,962	0,251	0,233	0,018	43 54	43 55	— 0 1
45	— 2,468	42 48	0,926	0,325	0,396	— 0,071	42 48	43 14	— 0 26
54 50	— 4,604	42 28	0,908	0,606	0,619	— 0,013	42 15	42 31	— 0 16
64 26	— 6,590	43 50	0,928	0,867	0,905	— 0,038	42 51	42 2	0 49
67 9	— 7,6	44 39	0,953	1	1		43 14	42	1 14
67 45	— 7,850	43 25	0,897	1,033	1,022	+ 0,011	41 54	42	— 0 6
74 37	— 10,056	45 54	0,907	1,323	1,291	0,032	42 12	42 18	— 0 6

Digitized by Google

Beobachtete und berechnete Werthe von δ und k stimmen innerhalb der Genauigkeitsgränzen der Beobachtung mit einander überein. Die Werthe von Haupt-Einfallswinkel und Haupt-Azimuth sind bei Reflexion auf Gold in Crownglas wieder kleiner, als bei Reflexion in Luft, analog den beim Silber beobachteten Erscheinungen. In Fig. 15 und 16 Taf. XI sind für Reflexion auf Gold in Luft die Werthe von δ und k als Ordinaten einer Curve zum betreffenden Einfallswinkel als Abscisse gegeben.

42.

Ein gleichseitiges Prisma von Flintglas wurde mit Quecksilber und Zinnfolie belegt, und die Reflexion auf der dünnen (zinnhaltigen?) Quecksilberschicht in dem Flintglas untersucht.

XXXIII. Auf Spiegelfolie in Flintglas.

(Reflectirtes Licht.)

$a = -7',6$ $\quad \alpha = 45°$ $\quad \mu = 1{,}6282$

J	r	β	k	δ			arc $(tg = k)$		
				beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
				$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$			
36° 47'	— 1,365	45° 11'	0,922	0,180	0,132	0,048	42° 41'	42° 24'	0° 17'
42 7	— 1,690	41 9	0,835	0,220	0,178	0,042	39 52	41 30	— 1 38
47 52	— 1,877	40 59	0,853	0,247	0,241	0,006	40 27	40 21	0 6
50	— 2,816	36 45	0,747	0,370	0,435	— 0,065	36 45	37 12	— 0 27
56 7	— 4,380	36 10	0,727	0,565	0,587	— 0,022	36 2	35 17	0 45
72 8	— 5,840	33 58	0,661	0,768	0,803	— 0,035	33 28	33 34	— 0 6
76 40	— 7,660	34	0,651	1	1		33 4	33 4	
80 37	— 9,926	34 27	0,644	1,360	1,277	0,083	32 46	34 4	1 18

Für Reflexion in Luft auf derselben Spiegelfolie fand ich

$$H = 79^{\circ}\,31' \qquad B = 36^{\circ}\,24',$$

also Werthe, die wieder gröfser sind als für Reflexion in Flintglas.

43.

Um die Reflexion auf demselben Metall in verschiedenen Flüssigkeiten untersuchen zu können, wurde der in Fig. 18 Taf. XI abgebildete Apparat angewandt.

Aus Spiegelglas vom Brechungsexponenten 1,51 wurde mit Schellack ein Hohlprisma geklebt, dessen Basis BC unter 80° gegen die Seitenfläche AB, unter 79° 30′ gegen die Seitenfläche CD geneigt war. Auf die Basis BC wurde der Metallspiegel gelegt, und dann als Deckel der in der Mitte durchbohrte Kork K mit einem passenden Glasrohr eingesetzt. Das federnde Fischbeinstück F drückte den Metallspiegel gegen die Basis BC des Prismas, so dafs der Spiegel auch beim Drehen des an der Goniometeraxe befestigten Hohlprismas seine Stellung behielt. Das Glasrohr verhinderte das Ausfliefsen der das Hohlprisma füllenden Flüssigkeit. Die durch das Glasrohr einfallenden Lichtstrahlen wurden senkrecht gegen den Metallspiegel gestellt, in der früher (§. 4) beschriebenen Weise. Die Drehung des Hohlprismas wurde am Goniometer abgelesen, und daraus mit Hülfe des bekannten Brechungsexponenten des Glases und der Flüssigkeit im Prisma der Einfallswinkel berechnet. Gleichzeitig wurde der Einfluſs der Brechung durch die Seitenflächen AB und CD des Hohlprismas auf die Stellung des analysirenden Nicol'schen Prismas bei der Bestimmung von k berücksichtigt.

Ein Silberspiegel wurde in das Hohlprisma gebracht, dieses mit Wasser oder Terpenthinöl gefüllt, und Haupt-Einfallswinkel H und zugehöriges Haupt-Azimuth B für rothes Licht (etwa von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie D) bestimmt.

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten Werthe, wenn die Reflexion auf Silber in verschiedenen Substanzen stattfand, zusammengestellt. Die durch eine Klammer

Digitized by Google

verbundenen Horizontalreihen beziehen sich auf dieselbe Silberplatte. Die letzte Verticalspalte giebt den durch prismatische Brechung bestimmten Brechungsexponenten μ der Substanz, in welcher die Reflexion stattfand.

XXXIV. Reflexion auf Silber.

$\alpha = 45^0$

in	H	B	μ
Luft	74° 19′	43° 48′	1
Wasser	71 28	44 3	1,336
Terpenthin	69 16	43 21	1,474
Luft	74 50	43 20	1
Flintglas	69 48	41 22	1,626
Luft	75 57	44 1	1
Crownglas	69 5	42 28	1,515

Aus diesen Beobachtungen ist eine einfache Beziehung zwischen den Constanten H, B und μ nicht ersichtlich. Man kann nur sagen, was schon aus den Versuchen §. 38 bis 40 folgte, dafs *im Allgemeinen die Haupteinfallswinkel bei demselben Metall um so kleiner sind, je gröfser der Brechungsexponent der Substanz ist, in welcher die Reflexion stattfindet. Ein gleiches scheint bei den Haupt-Azimuthen*, den zum Haupt-Einfallswinkel gehörigen Werthen $B = \text{arc}\,(\text{tg} = k)$, *der Fall zu seyn.*

Ich bemerke übrigens, dafs die nach verschiedenen Verfahren (Petitjean, von Liebig, Martin) dargestellten und polirten Silberspiegel keine gröfseren Unterschiede bei Reflexion in Luft zeigen, wie die einzelnen nach demselben Verfahren mit derselben Versilberungsflüssigkeit hergestellten Silberspiegel.

44.

Die oben §. 39 gegebenen Formeln, welche für das von Metallen reflectirte Licht δ und k als Functionen des Haupt-Einfallswinkels und Haupt-Azimuths geben, stellen nicht nur bei undurchsichtigen, sondern auch bei durchsichti-

Digitized by Google

gen Metallschichten auf befriedigende Weise die beobachteten Werthe dieser Gröfsen dar.

In den folgenden Tabellen sind die bei einer anderen Gelegenheit [1]) von mir bei durchsichtigen Metallen beobachteten Werthe von δ und k mit den nach obigen Gleichungen (1) und (2) berechneten zusammengestellt.

Das durchsichtige Gold war gewöhnliches Blattgold auf Spiegelglas vom Brechungsexponenten 1,52.

XXXV. Durchsichtiges Gold [2]).

(In Luft reflectirtes Licht.)

Golddicke $= 0^{mm}00016$ (?) $\quad \alpha = 45^{0}$

J	δ			arc (tg $= k$)		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	$\frac{\lambda}{\lambda}$	$\frac{\lambda}{\lambda}$				
20°	0,094	0,059	0,035	45° 50′	44° 38′	1° 12′
30	0,207	0,136	0,071	46 45	44 11	2 34
40	0,306	0,252	0,054	43 15	43 31	— 0 16
50	0,452	0,417	0,035	42 37	42 40	— 0 3
60	0,659	0,650	0,009	40 23	41 44	— 1 21
70	0,979	0,979	0	41 11	41 11	0
70 32′ *	1	1		41 11	41 11	
75	1,170	1,190	— 0,020	43 2	41 21	+ 1 41
80	1,473	1,435	0,038	42 21	42 2	0 20
85	1,674	1,709	— 0,035	43 27	43 18	0 9

Der mit * bezeichnete Haupteinfallswinkel war nicht direct beobachtet, sondern durch Interpolation gefunden. Dasselbe ist bei Reflexion in Luft auf einer durchsichtigen Silberschicht der Fall. μ giebt den Brechungsexponenten der Glasplatte, auf welcher die Metallschicht lag. Die Dicke des Silbers ist in jenem Aufsatz durch ein Versehen doppelt so grofs angegeben, als sie in Wirklichkeit war.

1) Monatsber. d. Berl. Akad. 1863, 16. März. — Pogg. Ann. Bd. 119, 1863 S. 373 usw.

2) Monatsber. der Berl. Akad. 1863, S. 119.

XXXVI. Durchsichtiges Silber[1]) auf Crownglas.
(In Luft reflectirtes Licht.)

Silberdicke $= 0^{mm},000038$ $\mu = 1{,}538$ $\alpha = 45^0$

J	δ			arc (tg $= k$)		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
20°	0,012	0,056	− 0,044	44° 18′	43° 42′	+ 0° 36′
30	0,099	0,129	− 0,030	41 54	42 1	− 0 7
40	0,232	0,241	− 0,009	40 29	39 34	0 55
50	0,378	0,404	− 0,026	36 9	36 26	− 0 17
60	0,622	0,649	− 0,027	33 1	33 4	− 0 3
69 39′ *	1	1		31 17	31 17	
70	1,028	1,015	0,013	31 17	31 17	0
80	1,467	1,497	− 0,030	33 23	34 52	− 1 29
85	1,732	1,750	− 0,018	36 34	39 23	− 2 49

Ferner folgen hier noch die Beobachtungen an zwei durchsichtigen Platinplatten, von denen die eine (Tab. XXXVII) schon zu anderen Versuchen gedient hatte. Die zweite Platte (Tab. XXXVIII) war nach demselben Verfahren wie die erste dargestellt, durch Erhitzen eines organischen Platinsalzes, das ich der Güte des Hrn. Prof. Böttger in Frankfurt a. M. verdankte. Diese zweite Platte war aber, obwohl dieselbe Menge Platin auf der Flächeneinheit war, viel durchsichtiger als die erste, und der beobachtete Werth $B = 16^0\,32'$ ist mit der kleinste, der mir bei Metallreflexionen vorgekommen ist.

XXXVII. Durchsichtiges Platin[2]) auf Crownglas.
(In Luft reflectirtes Licht.)

Platindicke $= 0^{mm},0004$ (?) $\mu = 1{,}52$ $\alpha = 45^0$

J	δ			arc (tg $= k$)		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
20°	0,049	0,030	0,019	44° 41′	44° 4′	0° 37′
30	0,100	0,069	0,031	43 46	42 51	0 55
40	0,144	0,128	0,016	42 19	41	1 19
50	0,233	0,218	0,015	39 51	38 22	1 29
60	0,380	0,360	0,020	35 20	34 42	0 38
70	0,637	0,622	0,015	32 5	29 50	2 15
75	0,848	0,851	− 0,003	28 17	27 51	0 26
77 34′	1	1		27 44	27 29	0 15
80	1,155	1,186	− 0,031	27 29	28 3	− 0 34

1) Monatsber. d. Berl. Akad. 1863, S. 121.
2) Monatsber. d. Berl. Akad. 1863, S. 123.

XXXVIII. Durchsichtiges Platin auf Crownglas.

(In Luft reflectirtes Licht.)

Platindicke $= 0^{mm},0004$ (?) $\mu = 1{,}52$ $\alpha = 45°$

J	δ			arc ($tg = k$)		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
20°	0,048	0,023	0,025	43° 10′	43° 23′	— 0° 13′
30	0,090	0,054	0,036	42 20	41 17	1 3
40	0,128	0,102	0,026	39 43	38 6	1 37
50	0,213	0,177	0,036	34 11	33 33	0 38
60	0,331	0,309	0,022	27 25	27 11	0 14
70	0,619	0,620	— 0,001	20 17	19 6	1 11
75	0,929	0,966	— 0,037	17	16 33	0 27
75 23′	1	1		16 32	16 32	

Man sieht, wie im Allgemeinen die beobachteten und berechneten Werthe übereinstimmen.

Auf den Einfluſs, welchen Dicke der Metallschicht auf Phasenunterschied und Azimuth hat, werde ich später noch zurückkommen.

Berlin, im Mai 1866.

IV. *Ueber die Ausdehnung starrer Körper durch die Wärme; von Hrn. Fizeau.*

(*Comp. rend. T. LXII, p.* 1101 *et* 1133.)

Erster Theil.

Bereits hatte ich die Ehre der Akademie meine ersten Versuche über die Ausdehnung starrer, besonders krystallisirter Körper durch die Wärme, vorzulegen [1]). Die Natur der am Bergkrystall, Diamant, Kupferoxydul und an mehren anderen Substanzen beobachteten Erscheinungen, die Sauberkeit der durch die Methode der Wellenlängen

1) Vergl. Ann. Bd. CXXIII, S. 515; Bd. CXXVI, S. 611.

erhaltenen Resultate, endlich die Leichtigkeit und Sicherheit der Beobachtungen, haben mich veranlafst, diese Untersuchungen fortzusetzen und, wie ich hoffe, zu erweitern. Heute gebe ich den ersten Theil meiner neuen Studien, in welchem ich einige allgemeine, mehr geometrische als physikalische Sätze in Betreff der Ausdehnungsphänomene krystallisirter Substanzen untersuchen werde.

Betrachtet man zuvörderst die durch Wärme bewirkten Volumsveränderungen bei amorphen und homogenen Körpern, welche in allen Punkten und nach allen Richtungen einerlei Molecular-Constitution besitzen, so müssen die Ausdehnungsphänomene dieselbe Einfachheit und Einförmigkeit darbieten, welche man in Betreff anderer physikalischer Eigenschaften z. B. der tönenden Elasticität, der Wärmeleitungsfähigkeit, der Wirkung des polarisirten Lichtes usw. an ihnen beobachtet hat.

Bei krystallisirten Körpern dagegen, welche die mannigfaltigsten und scheinbar oft die unregelmäfsigsten polyëdrischen Formen darbieten, obwohl sie immer einer gewissen Anordnung und wohl bestimmten Symmetriegesetzen in Bezug auf die Spaltbarkeit unterworfen sind, ist man genöthigt, eine ganz andere innere Structur anzunehmen, die ohne Zweifel zwar in allen Theilen eines Krystalls homogen, aber je nach der betrachteten Richtung verschieden ist. Diese Besonderheiten der inneren Structur müssen sich unfehlbar durch ungleiche Ausdehnungen nach verschiedenen Richtungen kund geben, so gut, wie durch entsprechende Modificationen in den eben erwähnten physikalischen Eigenschaften.

Diese Modificationen der physikalischen Eigenschaften, je nach den verschiedenen Richtungen, befolgen indefs eine gewisse Ordnung in Bezug auf die Lage der Krystallflächen und die allgemeine Symmetrie der Krystalle; und diese Ordnung tritt besonders hervor, wenn man gewisse feste Richtungen, die Fresnel bei der Theorie der Doppelbrechung angewandt hat, in Betracht zieht. Ich meine die drei rechtwinkligen Richtungen, die man *Elasticitäts-*

Digitized

axen nennt, und um welche sich nicht allein alle optischen Erscheinungen der Doppelbrechung ein- und zweiaxiger Krystalle in vollkommener Ordnung gruppiren, sondern auch die hauptsächlichsten Symmetriegesetze der verschiedenen Krystallsysteme, die Beobachtungen über die tönenden Schwingungen krystallisirter Platten, die Entdeckungen Senarmont's über die Fortpflanzung der Wärme in Krystallen und endlich die Beobachtungen Fresnel's und Mitscherlich's über die ungleiche Ausdehnung mehrer krystallisirter Körper.

Messungen der Ausdehnung an einer grofsen Anzahl krystallisirter Körper, die ich weiterhin in dieser Arbeit beibringen werde, stimmen mit diesen, an sich schon sehr sicheren Betrachtungen überein, um festzustellen, dafs die hauptsächlichsten Phänomene der Ausdehnung der Krystalle von der Lage der Elasticitätsaxen abhängen, in demselben Grade, wie die übrigen physikalischen Eigenschaften. Demgemäfs mufs man annehmen, dafs es in einem krystallisirten Körper drei unter sich rechtwinklige Richtungen giebt nach welchen sich drei Haupt-Ausdehnungen α, α', α'' äufsern; die eine dieser Richtungen repräsentirt die gröfste Linear-Ausdehnung der Substanz, die zweite die kleinste und die dritte eine mittlere. Die combinirten Effecte dieser drei Ausdehnungen sind es, welche zu den mannigfachen Ausdehnungen in anderen Richtungen Anlafs geben.

Es ist überdiefs zu bemerken, dafs diese complexen Ausdehnungen nothwendig begleitet sind von kleinen Veränderungen in den Winkeln zwischen den Krystallflächen, die jedoch immer eben bleiben, und dafs diese Winkel sich, innerhalb der Beobachtungsgränzen, um so kleine Gröfsen verändern, dafs man dieselben als ganz zu vernachlässigen betrachten kann.

Aus dem Vorhergehenden folgt, dafs wenn man die Volumsveränderung oder die cubische Ausdehnung einer Substanz mittelst direct beobachteter linearer Ausdehnungen bestimmen will, man im Allgemeinen drei gesonderte Bestimmungen in den drei bezeichneten Richtungen machen

Digitized by Google

muſs. Die Summe der drei Werthe giebt, unter Vernachlässigung der Gröſsen zweiter Ordnung, den Werth der cubischen Ausdehnung. Einige Substanzen sind auf diese Weise studirt worden; allein die zu solchen Beobachtungen erforderliche Zeit und die Schwierigkeit, die oft sehr kleinen Krystalle zu schneiden, muſsten nothwendig diese Art von Bestimmungen sehr beschränken. Ich bin daher veranlaſst worden, zu untersuchen, ob es nicht einige besondere Richtungen gäbe, die geeignet wären, die Beobachtungen zu erleichtern, und ich glaube wirklich dahin gelangt zu seyn, eine durch Einfachheit und Allgemeinheit merkwürdige Beziehung entdeckt zu haben, die, wie ich hoffe, einen bedeutenden Fortschritt im Studium der Ausdehnungen darstellt, indem sie die Beobachtungen in unerwarteter Weise erleichtert.

Ich suchte zunächst einen geeigneten Ausdruck für die Ausdehnung, die ein zu den drei Krystalltypen gehöriger Krystall nach irgend einer gegebenen Richtung hin erleidet, welche die Winkel δ, δ', δ'' mit den drei rechtwinkligen Elasticitätsaxen bildet, nach welchen die drei Haupt-Ausdehnungen α, α', α'' stattfinden.

Diese Ausdehnung kann in Function der drei Winkel und dreier Coëfficienten ausgedrückt werden, wenn man folgenden Gang einschlägt.

Durch eine der Axen (α) und die gegebene Richtung denke man sich eine Ebene gelegt, welche die Ebene der beiden anderen Axen (α'), (α'') nach einer geraden schneide, die in dieser letzten Ebene mit einer dieser Axen (α') den Winkel β, und mit der anderen (α'') den Winkel $90^0 - \beta$ macht. Der Winkel β ergiebt sich mittelst eines sphärischen Dreiecks aus den gegebenen Winkeln δ und δ'.

Nun suche man in der Ebene (α') (α'') den Werth der Ausdehnung nach β, welcher sich ergeben muſs aus den beiden unter sich rechtwinkligen, in dieser Ebene liegenden Ausdehnungen α' und α''. Einige Hülfsdreiecke führen zu dem Ausdruck:

$$\alpha = \alpha' \sin^2\beta + \alpha'' \cos^2\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Das ist in einer Ebene der Ausdruck für die Ausdehnung nach irgend einer Richtung β unter dem Einfluſs zweier unter sich rechtwinkliger und immer als sehr klein vorausgesetzter Ausdehnungen. Allein diese Richtung β, für welche man so die Ausdehnung d findet, liegt auch in der ursprünglich betrachteten Ebene $(\alpha)\,\beta$ und ist rechtwinklig auf der Axe (α); überdiefs befindet sich in dieser Ebene die gegebene Richtung, welche mit der Axe (α) den gegebenen Winkel δ, und mit der neuen Richtung β den Winkel $90^0 - \delta$ bildet. Dieselbe Formel wie in dem vorhergehenden Fall kann angewandt werden, und man hat für die gesuchte Ausdehnung D nach der gegebenen Richtung:

$$D = d \sin^2 \delta + \alpha \cos^2 \delta \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Substituirt man in diesem Ausdruck den Werth von d (1) und drückt β in Function von δ und δ' aus durch die Relation $\cos^2 \beta = \frac{\cos^2 \delta'}{\sin^2 \delta}$, so gelangt man nach einigen Transformationen zu der Endformel:

$$D = \alpha \cos^2 \delta + \alpha' \cos^2 \delta' + \alpha'' \cos^2 \delta'' \quad . \quad (3).$$

Das ist der Ausdruck, welcher für irgend einen Krystall und für einen kleinen Temperaturanwuchs giebt: den Anwuchs der Längen-Einheit nach irgend einer Richtung, die mit den drei rechtwinkligen Elasticitätsaxen des Mittels die Winkel δ, δ', δ'' macht, und zwar in Function der diesen drei Axen entsprechenden Haupt-Ausdehnungscoëfficienten α, α', α''.

Bekanntlich wird die cubische Ausdehnung der Volum-Einheit für einen kleinen Temperatur-Anwuchs im Allgemeinen gegeben durch die Summe $\alpha + \alpha' + \alpha''$ der drei Haupt-Ausdehnungen, die irgend welche, positiv oder negativ (Ausdehnungen oder Zusammenziehungen) seyn können, sobald sie nur in der Gröfsen-Ordnung bleiben, welche die Erfahrung bei den bekannten Körpern als geeignet für diese Gröfsen befunden hat.

Für die Krystalle des regelmäfsigen Systems (den Würfel) sind die drei linearen Ausdehnungen gleich und die

Digitized by Google

cubische Ausdehnung wird 3α. Man hat also die einzige lineare Ausdehnung

$$L = \frac{\alpha}{3}^{\text{cub.}}$$

Für die Krystalle der rings um eine der Elasticitätsaxen symmetrischen Systeme (gerades quadratisches Prisma, hexagonales Prisma und Rhomboëder) sind die beiden auf dieser Axe winkelrechten Ausdehnungen α', α'' unter sich gleich; die dritte α, längs der Axe, ist verschieden. Die cubische Ausdehnung wird dann $\alpha + 2\alpha'$, wo α' die oberflächliche Ausdehnung einer auf der Axe winkelrechten Ebene vorstellt; die mittlere, lineare Ausdehnung wird

$$L = \frac{\alpha + 2\alpha'}{3}.$$

Bei den Systemen des geraden und des schiefen rhombischen Prismas, sowie des doppelt schiefen Prismas, sind die drei Ausdehnungen im Allgemeinen ungleich, und die cubische Ausdehnuug ist $\alpha + \alpha' + \alpha''$; alsdann ist die mittlere lineare Ausdehnung

$$L = \frac{\alpha + \alpha' + \alpha''}{3}.$$

Dieser Ausdruck schliefst die beiden vorhergehenden als besondere Fälle ein.

Wie man sieht kann man in jedem der drei vorhergehenden Fälle zur Kenntnifs der Volumveränderung oder der cubischen Ausdehnung gelangen, wenn man entweder einen, oder zwei oder drei besondere lineare Ausdehnungscoëfficienten bestimmt. Allein man kann dahin auch auf einem einfacheren und sehr allgemeinen Wege gelangen, der sich aus dem vorhin für die Ausdehnung nach irgend einer Richtung gefundenen Ausdruck ergiebt.

In der That nimmt man wieder die Gleichung:

$$D = \alpha \cos^2 \delta + \alpha' \cos^2 \delta' + \alpha'' \cos^2 \delta'' \quad . \quad . \quad (3)$$

und bemerkt, dafs die drei Winkel δ, δ'', δ''' mit einander verknüpft sind durch die bekannte Relation:

$$\cos^2 \delta + \cos^2 \delta' + \cos^2 \delta'' = 1 \quad . \quad . \quad (4)$$

so findet man, dafs für den Fall, wo die betrachtete Rich-

tung gleich geneigt ist gegen die drei Axen, d. h. für $\delta = \delta' = \delta''$, die Gleichung (4) giebt:

$$\cos^2 \delta = \tfrac{1}{3}; \quad \delta = 54^\circ\, 44';$$

allein alsdann wird die Gleichung (3)

$$D = \frac{\alpha + \alpha' + \alpha''}{3}$$

was genau die oben mit L bezeichnete Gröfse ist, d. h. die mittlere Ausdehnung des Krystalls im allgemeinsten Fall.

Man sieht also, dafs für eine gegen die drei Elasticitätsaxen gleich geneigte Richtung von 54° 44′ die Ausdehnung genau der mittleren linearen Richtung gleich ist, welches Krystallsystem auch die Substanz habe und welche Werthe, positive oder negative, die drei Haupt-Ausdehnungscoëfficienten des Krystalls auch besitzen.

Man wird auch bemerken, dafs diese Richtung die der Diagonale des Würfels in Bezug auf seine Axen ist, und folglich winkelrecht auf der Fläche des regulären Octaëders, welches daraus entspringt. Ueberdiefs ist klar, dafs dasselbe Raisonnement für andere ähnliche Richtungen in dem Krystall gilt, d. h. dafs es sich wiederholt für die acht Ecken, welche von den drei Ebenen der Elasticitätsaxen gebildet werden.

Man kann sich im Innern eines jeglichen Krystalls ein reguläres Octaëder so gestellt denken, dafs seine Flächen gegen die drei Elasticitätsaxen gleich geneigt seyen; dann wird man winkelrecht auf den Flächen dieses Octaëders die mittlere Ausdehnung dieses Krystalles haben.

Im Fall die Richtung der Elasticitätsaxen unbekannt wäre, kann man sich im Innern des Krystalls einen Würfel irgendwie gelagert denken und man wird dann die cubische Ausdehnung erhalten, wenn man die Summe der drei linearen Ausdehnungen nimmt, die in den drei auf den Flächen des Würfels winkelrechten Richtungen gemessen worden sind. Dieser Satz ergiebt sich leicht aus den Relationen (3) und (4).

Die eben aufgestellten Principien erlauben, wie man

Digitized by Google

sieht, die Ausdehnungen unter den scheinbar verwickeltsten Umständen zu untersuchen und die Volumveränderungen verschiedener Körper dadurch mit Sicherheit zu erhalten, daſs man die linearen Ausdehnungen nach gewissen wohl bestimmten Richtungen miſst, was sich leicht bewerkstelligen läſst.

Ich will nun einige Details über die experimentelle Einrichtung angeben, bei welcher ich stehen geblieben bin, nachdem ich die verschiedenen Umstände, die bei den numerischen Bestimmungen zu merklichen Fehlern Anlaſs geben könnten, sorgfältig studirt hatte; dann werde ich die Resultate der Beobachtungen beibringen, die ich an einer groſsen Anzahl amorpher oder krystallisirter, ihrer Wärme-Ausdehnung nach meistens ganz unbekannter Substanzen angestellt habe.

Zweiter Theil.

Ich werde die Principien der früher beschriebenen Beobachtungsmethode [1]) in einigen Worten wiederholen, um die seitdem zur Erhöhung der Genauigkeit der neuen Bestimmungen getroffenen Einrichtungen deutlicher auseinandersetzen zu können.

Man giebt dem zu untersuchenden Stück des Krystalls oder der Substanz zwei einander parallele und polirte Flächen, und legt es, so vorbereitet, frei auf den Teller eines kleinen metallenen Dreifuſses, dessen Füſse aus drei Schrauben bestehen, die durch den Teller gehen und oben in stumpfen Spitzen endigen. Auf diesen drei Spitzen und der Substanz sehr nahe ruht eine polirte Glastafel, deren Abstand von der oberen Fläche der Substanz durch die Bewegung der drei Schrauben so regulirt werden kann daſs das Phänomen der Newton'schen Farbenringe zum Vorschein kommt.

Für die in Rede stehenden Beobachtungen erzeugt man die Ringe oder Fransen mit dem Lichte einer durch Koch-

1) *Compt. rend., Mai*, 1864 und *Ann. de chim. et de phys. Sér. IV, T. II* (Ann. Bd. CXXIII S. 515).

Digitized by Google

salz gelb gefärbten Flamme, und mittelst einer Reflexion und einigen einfachen optischen Vorrichtungen kann man die auf der Oberfläche der Substanz erzeugten Ringe oder Fransen in *distans* unter normaler Incidenz beobachten. Die Lage der Fransen und die eintretenden Verschiebungen derselben werden bestimmt in Bezug auf feste Punkte, die regelmäfsig in die Glastafel eingegraben sind. Es sind wahrhafte Visirpunkte, die gleichzeitig mit den Fransen im Fernrohr sichtbar sind.

Diesen kleinen, sehr einfachen Apparat stellt man in die Mitte eines kleinen Ofens von doppelten Wänden aus sehr starkem Kupfer, der durch zwei recht constante Lampen erhitzt werden kann. Zweckmäfsige, durch Glasplatten verschlossene Oeffnungen und zwei Thermometer mit kurzen Stielen und grofsen die Substanz und den Dreifufs fast berührenden Behältern erlauben in jedem Augenblick die Lage der Fransen und die entsprechenden Temperaturen zu beobachten.

Ohne weiter in die Details einiger Hülfsvorrichtungen einzugehen, läfst sich sagen, dafs der Apparat im Ganzen wenig voluminös, leicht zu handhaben, und merkwürdig regelmäfsig in seinen Functionen ist [1]).

Der bei den früheren Versuchen von Stahl verfertigte Dreifufs ist jetzt [2]) von geschmolzenem Platin mit 0,1 Iridium, nach dem Verfahren des Hrn. Henri Sainte-Claire Deville. Die Vorzüge des Platins in diesem Falle bestehen in seiner gröfseren Dichtigkeit, welche einen festeren Stand bedingt, in seiner Unveränderlichkeit, seiner Ausdehnungsweise, welche weniger als die des Stahls mit der Temperatur variirt, und endlich seiner Feuerbeständigkeit, die verstattete, den Dreifufs im Laboratorium der *École Normale* mehre Stunden hindurch der Rothgluth ohne Schaden auszusetzen. Diese Operation schien nothwendig, um

1) Dieser Apparat ist von Hrn. Soleil construirt, dessen wohlbekannte Geschicklichkeit im Schleifen der Krystalle mir aufserdem bei diesen Untersuchungen von grofsem Nutzen war.

2) Von den HH. Brunner verfertigt.

Digitized by Google

jede Spur von Härtung zu zerstören, welche kleine Unterschiede in der Ausdehnung der verschiedenen Theile der Schrauben und des Tellers hätte veranlassen können.

Mit besonderer Sorgfalt strebte ich bei diesen Versuchen eine genaue Kenntnifs der Temperaturen zu erlangen; zu dem Ende machte ich eine directe Bestimmung der Fehler in der Theilung der angewandten Thermometer, indem ich dieselben mit einem von Hrn. Regnault geprüften Normalthermometer verglich. Zu diesem Behufe tauchte ich die drei Instrumente ganz in ein Gefäfs, dessen eine senkrechte Wand aus Glas bestand, und das etwa 50 Liter enthielt, welches auf verschiedene Temperaturen erhitzt und vor jeder Ablesung mittelst eines Agitators umgerührt wurde. Nach dieser Vergleichung wurde für jedes der beiden Thermometer eine Correctionstafel entworfen, mittelst deren die Angaben dieser Instrumente eine grofse Genauigkeit erlangten. Die kreisrunde Gestalt der beiden concentrischen Ofenwände, die Dicke und die Leitungsfähigkeit ihres Metalls und vor allem die Sorgfalt, dafs man keine Beobachtung anders als bei wenig erhöhten und stundenlang ganz stationär gewordenen Temperaturen machte, — alle diese Umstände nebst verschiedenen sehr befriedigenden Verificationen, die aus den Beobachtungen selbst hervorgingen, berechtigen die Beobachtungen für vollkommen zuverlässig zu halten. — Ich schätze die Unsicherheiten, die bei den höheren Temperaturen am merklichsten seyn müssen, nicht über ein Zehntelgrad.

Es ist gut sich zu erinnern, dafs wenn ein zu studirender Krystall in den Apparat gelegt und die Temperatur erhöht wird, man die Oberfläche des Krystalls durch das Fernrohr ganz mit breiten Fransen bedeckt sieht, welche sich gegen eine gewisse Anzahl schwarzer Punkte, die als Merkzeichen dienen, langsam verschieben. Man weifs auch, dafs, wenn eine ganze Franse vom Centrum aus nach der Peripherie durch einen Visirpunkt geht, der Zwischenraum, worin sich zwischen dem Krystall und der Glasplatte die Fransen bilden, um die Länge einer halben Welle $\frac{1}{2}\lambda_n$ des

Digitized by

gelben Lichtes d. h. um $\frac{1}{2}$ ($0^{mm},0005888$) abgenommen hat, so dafs man immer n Fransen $= \frac{1}{2} n\lambda$ hat. Man braucht also nur die Hälfte der ganzen oder gebrochenen Anzahl verschobener Fransen zu nehmen und sie mit dem Werth von λ zu multipliciren, um das Maafs des gegenseitigen Abstandes beider Flächen sehr genau in Millimetern zu erhalten [1]).

Dieſs ist die scheinbare Ausdehnung der Substanz für ihre Dicke e und für die Temperatur-Erhöhung $t' - t$. Allein diese scheinbare Ausdehnung D'' ist offenbar gleich dem Unterschied zwischen der wirklichen Ausdehnung D der Substanz, welche den Abstand zwischen den Flächen zu vermindern strebt, und der Ausdehnung D' der Platinschraube, welche, indem sie die Glastafel hebt, diesen Abstand zu vergröſsern sucht. Man hat also $D'' = D - D'$,

1) Ich habe die, übrigens ganz sichere Richtigkeit dieses Principes, sowie den numerischen Werth von λ_D, welcher sich aus den Fraunhofer'schen Beobachtungen der Gitterphänomene ergiebt, durch folgende Versuche zu controliren gesucht.

Ein kleines Instrument, analog einer Theilmaschine, aber gebildet aus einer Schraube, bestehend aus zwei Theilen, deren Gang etwa um $\frac{1}{11}$ verschieden ist, wurde nach meinen Angaben von Hrn. Duboscq verfertigt; es ist in zwei mit Furchen laufenden Schlitten versehen, einem festen und einem andern, der durch die Differentialschraube ungemein langsam verschoben werden kann. Man bildete die Newton'schen Ringe mit gelbem Lichte zwischen zwei Glastafeln, von denen die eine von dem festen Schlitten und die andere, mit Visirpunkten versehene, von dem beweglichen getragen wird; auf diesem letzteren war überdieſs ein Froment'sches Glasmikrometer befestigt, dessen Abtheilungen $= 0^{mm},05$ mittelst eines unbeweglichen, mit Fadenkreuz versehenen Mikroskops beobachtet wurden.

Erste Beobachtung. — Die Glastafeln fast in Contact; als der bewegliche Schlitten um $0^{mm},05$ fortgeschoben ward, zählte man 170 Fransen durch einen selben Visirpunkt gehend.

Zweite Beobachtung. — Abstand zwischen beiden Glastafeln etwa $7^{mm},2$. Während der bewegliche Schlitten $0^{mm},05$ vorrückte, zählte man dieselbe Anzahl verschobener Fransen, d. h. 170. Das Phänomen berechnet mit der Fraunhofer'schen Wellenlänge $\lambda_D = 0^{mm},0005888$ hätte $169^{fr},84$ geben müssen, eine Uebereinstimmung, die man als genügend betrachten muſs, wenn man die ziemlich beschränkte Genauigkeit dieses Apparats in Erwägung zieht.

Digitized by Google

woraus man sieht, dafs, wenn D' bekannt wäre, man haben würde $D = D'' + D'$, d. h. die gesuchte Ausdehnung wäre die Summe der Ausdehnung der Platinschrauben und der beobachteten scheinbaren Ausdehnung des Platin und man erhielte den Ausdehnugscoëfficienten, wenn man diesen Werth durch $e(t' - t)$ dividirte.

Die Methode erfordert also die vorgängige und sehr genaue Bestimmung der Ausdehnung des Metalls, aus welchem der Dreifufs verfertigt ist [1]).

Ich will jetzt die Versuche beibringen, die ich machte, um die Constanten der Ausdehnung des neuen platinern Dreifufses, der zu allen ferneren Versuchen dienen sollte, zu bestimmen.

Zwischen der oberen Glastafel und dem polirten Teller des Dreifufses bildete ich Ringe oder Fransen von grofsem Gang-Unterschied. Der für die Mehrzahl der Versuche gewählte Abstand oder die Länge der Schrauben betrug $10^{mm},360$ und für einige $3^{mm},387$, was erlaubte nachzuweisen, dafs die Schrauben sich in ihrer ganzen Länge recht gleichmäfsig ausdehnten.

Der Dreifufs wurde nun in die Mitte des Ofens (in welchen zur Austrocknung der Luft einige Stückchen Aetzkali gelegt worden) gestellt und darauf die Lage der Fransen in Bezug auf zehn Visirpunkte bestimmt, erst bei der umgebenden Temperatur, etwa 12° C. und dann bei immer

1) Man wird bemerken, dafs wenn man die Ausdehnung einer Substanz mit grofser Genauigkeit kannte, man daraus die des Metalls des Dreifufses mit ähnlicher Genauigkeit herleiten könnte. Da nun die Bestimmung dieser letzteren Ausdehnung für den Dreifufs eines jeden Apparats besonders gemacht werden mufs, so habe ich gesucht, den Physikern, die sich mit dieserartigen Beobachtungen befassen wollen, die Mühe zu erleichtern. Es bedarf nämlich dazu (womit ich mich jetzt beschäftige) nur der sehr genauen Bestimmung (durch Vervielfältigung der Versuche und Mittelziehung aus mehren Reihen von Messungen) der beiden Ausdehnungs-Constanten einer wohl charakterisirten Substanz, die jeder Beobachter sich im Zustande der vollkommensten Reinheit und Identität verschaffen kann (Flufsspath z. B.). Es wird dann ein Leichtes, die Ausdehnungs-Constanten des Dreifufses eines jeden neu construirten Apparates in kurzer Zeit und sehr sicher zu bestimmen.

Digitized by

höheren Temperaturen bis 80° (der Apparat war zuvor ohne ihn zu beobachten bis 90° erhitzt worden). Im Moment jeder Beobachtung las man die beiden Thermometer des Ofens und das äufsere Barometer ab. Wie schon bemerkt, wurden die Beobachtungen nur dann für gut gehalten, wenn die von den Thermometern angezeigte Temperatur und die Lage der Fransen zwei bis drei Stunden hindurch ganz constant geblieben waren (vorausgesetzt, dafs das Barometer keine merkliche Veränderung gezeigt hatte).

Aus einigen vorläufigen Versuchen wufste man, wieviel Fransen für eine gegebene Anzahl von Graden vorüberginge (ungefähr 18^{fr},1 für 63°,7); die ganze Anzahl war demnach immer mit Sicherheit bekannt und die Bruchzahl wurde genau erhalten, indem man die Summe der gröfsten und kleinsten Excursionen der Fransen in Bezug auf jeden der zehn Visirpunkte nahm, und aus den zehn also gefundenen Werthen das Mittel nahm.

Allein diese Anzahl verschobener Fransen erfordert eine Berichtigung, hervorgehend aus den Wirkungen der durch die Wärme ausgedehnten Luft und zuweilen aus dem Einfluss einer merklichen Aenderung des Barometerstandes, während der Zwischenzeit von einem Minimum zu einem Maximum der Temperatur (etwa 8 bis 10 Stunden). Diese Berichtigung wird in Fransen-Anzahl gegeben durch die Formel:

$$q = + \frac{2e}{\lambda}(m - m'),$$

wo e die Länge der Schrauben, m und m' die Brechungsindexe der trocknen Luft, hergeleitet aus dem Biot-Arago'schen Gesetz [1]), für niedrigere und höhere Temperaturen

1) Das Biot-Arago'sche Gesetz über die Veränderungen des Brechungsindexes der Gase mit der Temperatur und dem Druck ist folgendes:

$$\frac{m^2 - 1}{d} = \frac{m'^2 - 1}{d}$$

d. h. wenn auch die Dichtigkeit sich durch Aenderungen der Tempe-

Digitized by Google

und für entsprechende Drucke. Nennt man f' die beobachtete Verschiebung, so hat man für die im Vacuo stattfindende Verschiebung

$$f = f' + \varphi$$

ratur und des Drucks verändert, bleibt doch die Gröfse $\frac{m^2-1}{d}$ oder das Brechungsvermögen constant. Diefs Gesetz ist besonders für Druckveränderungen festgestellt worden; für Temperaturveränderungen waren die Beobachtungen weniger zahlreich und weniger sicher; da nun überdiefs, bei Anwendung auf die obigen Versuche, die mittelst dieses Gesetzes berechnete Correction φ ein beträchtlicher Bruch (zuweilen $\frac{1}{10}$) der beobachteten Gröfse f' ist, so war es wichtig die Richtigkeit des Gesetzes durch neue Beobachtungen zu controliren, wenn es auch niemals mangelhaft befunden zu seyn scheint. Diefs habe ich durch die folgenden Versuche zu thun gestrebt; der Erfolg derselben war freilich nicht vollständig, reicht aber doch hin zu der Berechtigung, dieses Gesetz bei den Rechnungen als hinreichend genauen Ausdruck der Phänomene anzuwenden.

Ich nahm einen kleinen Glascylinder von $8^{mm},0$ Höhe, verschlossen durch zwei dünne Glasplatten, die ringsum am Umfang hervorragten. In der Mitte des Cylinders war eine dünne Glasröhre angelöthet, die gestattete den Cylinder auszupumpen, auszutrocknen und durch Zuschmelzen ihrer Spitze zu verschliefsen. Nachdem dieser kleine luftleere Apparat auf den Teller des Dreifufses gestellt worden, konnte man gleichzeitig die Ringe beobachten, welche sich zwischen dem Teller und der Ebene des oberen Glases sowohl in dem inneren luftleeren Theil, als auch im äufseren Theil rings um den Cylinder und folglich in der Luft gebildet hatten; da der Effect der kleinen Glasplatten derselbe war auf diese beiden Theile von Ringen, so fand swischen besagten Theilen nur vermöge des Contrastes der Luft und des Vacuums eine Verschiedenheit statt. Nun war die Verschiebung der Fransen in der That verschieden in beiden Fällen, und zwar um eine Gröfse, welche der vom Calcül als Berichtigung unter denselben Umständen von Temperatur und Dicke angegebenen sehr nahe kam, obgleich nicht strenge gleich war. Der Sinn des Unterschiedes deutete darauf, dafs entweder der Index der Luft etwas rascher abnahm als zufolge des Gesetzes, oder dafs bei der Erhitzung eine merkliche Entwickelung von Wasserdampf in dem leeren Raum stattfand. Diese letztere Ursache schien am wahrscheinlichsten zu seyn und man versicherte sich, dafs man wirklich, ungeachtet der Sorgfalt den Cylinder vor seinem Verschlusse zu trocknen, darin einige Tröpfchen Wasser verdichten konnte, als man ihn erst erhitzte und dann auf seine Oberfläche ein Stück Eis legte. Kurz dieser Versuch zeigte, dafs die nach dem erwähnten Gesetz berechnete Correction bis auf 0,1 richtig

Digitized by Google

und daraus ergiebt sich der Ausdehnungscoëfficient α_ϑ unmittelbar:

$$\alpha_\vartheta = \frac{f}{2e(t'-t)}.$$

$t'-t$ ist der Unterschied zwischen den extremen Temperaturen, und der Index ϑ entspricht $\frac{1}{2}(t'+t)$ d. h. dem mittleren Grad bei der Beobachtung. Die Erfahrung hat nämlich gezeigt, dafs der Ausdehnungscoëfficient, d. h. die Zunahme der Längen-Einheit für einen Grad im Allgemeinen nicht fest ist für verschiedene Punkte der Thermometerscale, sondern bei allen bekannten Substanzen merklich wächst mit steigender Temperatur; allein es ist nach den neuen Beobachtungen gleichfalls sicher, dafs dieser Anwuchs des Ausdehnungscoëfficienten beinahe proportional ist dem Temperatur-Ueberschufs, d. h. gleich für alle Grade in der ganzen Thermometerscale (von 10° bis 85°), so dafs der Anwuchs von α für einen Grad oder $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}$ eine constante Gröfse für jede Substanz ist. Die Ausdehnung eines Körpers erfordert also, um vollständig repräsentirt zu seyn, zwei Constanten

$$\alpha_\vartheta \text{ und } \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}.$$

ist; es scheint mir sogar, dafs die Genauigkeit noch gröfser ist, allein man hat darüber keine Sicherheit. Wenn indefs spätere Versuche eine etwas raschere Verringerung des Indexes, als das Gesetz voraussieht, nachweisen sollten, so wäre es immer möglich, alle in dieser Arbeit angeführten Messungen mit Sicherheit zu corrigiren, mittelst der folgenden numerischen Elemente zweier über die Ausdehnung des Platins gemachter Beobachtungen, die unter denen ausgewählt wurden, bei denen die Barometerveränderungen zu vernachlässigen waren und die Dicke der Luftschicht $10^{mm},36$ betrug.

Erste Beobachtung.

$t = 13°,965$; $t' = 31°,60$; Verschobene Fransen: $4^{fr},86$

Berichtig. wegen der Luft nach dem Gesetz: $+ 0^{fr},561$

$\alpha_\vartheta = 22°\,78 = 0{,}00000873.$

Zweite Beobachtung.

$t = 30°,425$; $t' = 75°,906$; verschobene Fransen: $13^{fr},035$.

Berichtig. wegen der Luft nach d. Gesetz: $+ 1^{fr},218$

$\alpha_\vartheta = 53°\,17 = 0{,}00000894.$

Digitized by Google

Um diese beiden Constanten mit möglichster Genauigkeit für den platinernen Dreifufs zu bestimmen, machte ich drei Reihen von Messungen, bei welchen jeder die mittleren Grade etwas verschieden waren.

Die erste Reihe von 9 Beobachtungen gab als Mittel

$$\alpha = 0{,}00000872665 \qquad \vartheta = 24^{0},9244$$

Die zweite von 8 Beobachtungen

$$\alpha = 0{,}00000878592 \qquad \vartheta = 43^{0},4137$$

Die dritte Reihe von 4 Beobachtungen

$$\alpha = 0{,}00000879673 \qquad \vartheta = 56^{0},6375$$

Aus diesen drei Reihen ergeben sich die folgenden definitiven Werthe für die beiden Constanten der linearen Ausdehnung des platinernen Dreifufses [1]).

$$\alpha_{\vartheta=40} = 0{,}00000883847; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 0{,}7588.$$

Gebraucht man häufig diesen Coëfficienten für mittlere Grade ϑ, die bei jedem Versuche variiren, so ist es zur Erleichterung der Rechnungen zweckmäfsig im Voraus eine

1) Die Anwendung zweier Constanten ist in der Praxis sehr bequem zur Berechnung aller Ausdehnungsphänomene, wenn man die Veränderung des Coëfficienten für verschiedene Temperaturen in Rechnung zieht. Das Wesentlichste ist: dafs man den Werth des Coëfficienten nimmt, der dem mittleren Grad zwischen den betrachteten Temperatur-Extremen zukommt. Zu dem Ende mufs man dem Coëfficienten $\alpha_{\vartheta=40}$ so oft den Werth $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}$ hinzufügen oder von ihm abziehen, als es Grade giebt von dem betrachteten mittleren Grad bis zu 40°, sowohl darüber als darunter. Man hat alsdann den mittleren Coëfficienten, welchen man mittelst der Formel

$$l_t = l_i [1 + \alpha (t' - t)]$$

anwendet.

Um die der cubischen Ausdehnung entsprechenden Werthe zu erhalten, braucht man nur die beiden Constanten mit 3 zu multipliciren.

Ueberdiefs kann man bemerken, dafs wenn man die Ausdehnung durch die zweigliedrige Formel $l_t = l_0 (1 + at + bt^2)$ ausdrücken will, man leicht die beiden Coëfficienten a und b mittelst der beiden vorhergehenden bekommt, denn man hat:

$$a = \alpha_{\vartheta=0} \text{ und } 2b = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}.$$

Digitized by Google

Tafel zu entwerfen, welche die Werthe von α von Grad zu Grad zwischen den Gränzen des Temperatur-Umfangs der Beobachtungen angiebt.

Um zu sehen, wie diese 21 partiellen Beobachtungen, die zur Berechnung der beiden Constanten des Platins dienten, übereinstimmen würden, construirte ich eine Curve mit den Werthen von ϑ als Abscissen und denen von α als Ordinaten. Diese Curve ergab sich nahezu als eine gerade Linie. Zog ich dann die gerade Linie, die aus der Gesammtheit der Beobachtungen für die beiden Constanten hervorging, so liefs sich erkennen, wie stark die partiellen Beobachtungen dies- und jenseits von der die Mittelwerthe repräsentirenden geraden Linie abwichen. Dieser Vergleich zeigte, dafs die Uebereinstimmung der Beobachtungen eine sehr genügende war; und überdiefs erlaubte er den Grad der Genauigkeit dieser Methode deutlich einzusehen und abzuschätzen. Die gröfsten Abweichungen entsprachen in gemessenen Längen nämlich: $\pm \frac{1}{40}$ von λ_D oder beinahe $\frac{1^{mm}}{65000}$, und die mittleren Abweichungen nur der Hälfte dieser Länge, d. h. ungefähr $\frac{1}{130000}$ Millimeter.

Nachdem die Ausdehnung des Platin-Dreifufses bestimmt worden, geschieht das Studium der Ausdehnung eines Krystalls oder sonstigen Körpers mit Leichtigkeit bei geringer Dicke von nur einigen Millimetern und mit Hülfe polirter Flächen von ebenfalls sehr geringer Gröfse, denn die Fransen oder Ringe, die man beobachtet, lassen sich durch Fernröhre mit passenden Ocularen vergröfsern.

Ist der Krystall von der Art, dafs er sich nicht recht poliren läfst, so legt man auf seine Oberfläche, auf drei beliebig angebrachten Vorsprüngen ruhend, einen sehr kleinen Spiegel von demselben Platin, aus welchem der Dreifufs besteht, die polirte Fläche gegen die Glasplatte gewandt. Die Fransen bilden sich dann mit Leichtigkeit und die Ausdehnung des Körpers mifst sich ebenso gut, wie wenn er allein ohne den Spiegel wäre. Es ist nämlich

Digitized by Google

klar, dafs in diesem Fall die Ausdehnung des Spiegels genau compensirt wird durch die Ausdehnung der Schrauben, welchen man genöthigt ist ein Verlängerung zu geben genau gleich der Dicke des Spiegels.

Es ist noch hinzuzufügen, dafs man, um dem Krystall eine vollkommne Unbeweglichkeit zu geben, veranlafst wurde, ihn auf den Teller des Dreifufses mittelst dreier kleiner stumpfer Spitzen ruhen zu lassen.

Der kleine Raum endlich, worin sich die Ringe bilden und welcher bei den Rechnungen zu einer leichten Correction Anlafs giebt, wird insgemein von derselben Dicke $\varepsilon = 0^{mm},02$ genommen, gemessen mittelst der Theilung auf den Köpfen der Schrauben des Dreifufses.

Die Dicke e der Substanz mufs in allen Fällen zuvörderst mit einem sicheren Sphärometer gemessen worden seyn.

Für jede Substanz machte ich wenigstens drei vollständige Beobachtungen, d. h. jede 10 Bestimmungen der Lage der Fransen enthaltend, immer bei vollkommen stationären Temperaturen. Es schien zweckmäfsiger zu seyn mit der höchsten Temperatur, etwa 70°, anzufangen, dann zu einer weniger hohen, etwa 45°, überzugehen, und endlich auf die gewöhnliche Temperatur zwischen 10° und 20° herabzusteigen.

Der Ausdehnungscoëfficient α_ϑ der Substanz entsprechend einem mittleren Grad ϑ, berechnet sich mittelst der folgenden Formel:

$$\alpha_\vartheta = \frac{\frac{1}{2} f\lambda + \alpha'_\vartheta [(e+\varepsilon)(t'+t)]}{e(t'-t)}$$

worin:

λ Wellenlänge des gelben Strahls $= 0^{mm},0005888$;

t' und t höchste und niedrigste Temperatur;

e Dicke der Substanz in Millimetern;

ε Dicke der Luftschicht, in der sich die Fransen bilden;

α'_ϑ Ausdehnungscoëfficient des Platins für den mittleren Grad $\frac{1}{2}(t'+t)$;

Digitized by

f Anzahl der verschobenen Fransen während die Temperatur von t auf t' steigt.

Es ist wichtig zu bemerken, dafs diese letztere Gröfse f das Zeichen + oder — bekommen mufs, je nachdem die Substanz eine gröfsere oder geringere Ausdehnung als die des Platins besitzt; diefs erkennt man sogleich an dem Sinn der Fransenbewegung, die im ersten Fall vom Mittelpunkt der Ringe zu deren Umfang geht und im letztern Fall umgekehrt (die polirten Flächen immer schwach convex vorausgesetzt) [1]).

Die drei Beobachtungen liefern somit zwei Werthe von α entsprechend zweien Werthen von ϑ, die um 20 bis 30 Grad von einander stehen. Man berechnet alsdann die Constante $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = \frac{\alpha - \alpha'}{\vartheta - \vartheta'}$ und mittelst dieser leitet man aus einem der Werthe von α die zweite Constante $\alpha_{\vartheta=0}$ ab, d. h. den Werth des gesuchten Coëfficienten für einen Grad, der auf dem Punkt 40° der Thermometerscale liegt.

Ich will nun die Resultate der Versuche mittheilen, die an einer gewissen Anzahl von Körpern, meistens isolirt und wohl bestimmten Krystallen, besonders zur Gruppe der Metalloxyde gehörig, angestellt wurden.

Ein kundiger Mineraloge, Hr. Des Cloizeaux, hat die Güte gehabt, mich bei der Auswahl und der Bestimmung der Krystalle zu unterstützen, was sehr viel zum Erfolg dieser Untersuchungen beigetragen hat. Ueberdiefs verdanke ich mehrere kostbare Mineralproben der Gefälligkeit des Hrn. Damour. Aber besonders zum Dank verpflichtet fühle ich mich allen denen unserer gelehrten Collegen, die

1) Polirte Flächen von kleinen Dimensionen sind in der Regel etwas convex, wenn sie auf gewöhnliche Weise geschliffen werden. Um einen Irrthum hinsichtlich des Zeichens der Gröfse f zu vermeiden, ist es indefs sicherer, diese Convexität durch eine sehr einfache Probe zu ermitteln. Dazu genügt es, bevor man den Dreifufs mit dem darauf liegenden Krystall in den Apparat stellt, die Ringe mit bloßem Auge unter rasch vergröfserten Schiefen zu betrachten. Sind es die Ringe convexer Flächen, so fliehen sie vom Centrum, während sie sich demselben nähern, wenn die Flächen concav sind.

Digitized by Google

mich sowohl oft durch ihren Rath unterstützten als mir auch freien Zugang zu unseren grofsen öffentlichen Sammlungen in der *École des Mines*, im Museum und im *Collége de France* verstatteten.

Spiegelglas von Saint-Gobain. — Aus einem sehr reinen Stück wurde ein rechteckiges Parallelepipedon von $10^{mm},057$ Dicke geschnitten; es hatte eine Dichte $= 2,514$ und für gelbes Licht einen Brechungsindex $= 1,528$.

Die cubische Ausdehnung, aus der linearen durch Multiplication mit 3 hergeleitet, fand sich für $\vartheta = 40^0$

$$\alpha^{cub.}_{\vartheta=40} = 0,00002331; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,74.$$

Diamant (dem regulären oder cubischen System angehörig). — Ein sehr klares gelbes, als Brillant geschliffenes Exemplar von $1^{grm},94$ Gewicht, dem Museum gehörig.

In einer früheren Mittheilung [1]) gab ich den sehr schwachen Werth der Ausdehnung des Diamanten und dessen rasche Abnahme mit der Temperatur, wonach sich für diese Substanz das Daseyn eines Dichtigkeitsmaximums gegen -40^0 C. als sehr wahrscheinlich ergab. Die Administration des Museums war so gut, mir den Stein, an welchem diese Bestimmungen gemacht waren, nochmals anzuvertrauen. Ich konnte ihn nun mit viel gröfserer Genauigkeit untersuchen und erhielt Resultate, welche, was die sehr schwache Ausdehnung der Substanz betrifft, zwar wenig von den früheren abwichen, aber sicherer als jene sind. Die Dicke des Krystalls betrug $9^{mm},625$.

$$\alpha^{cub.}_{\vartheta=40} = 0,00000354; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,32.$$

Der Punkt der nullgleichen Ausdehnung, d. h. das Maximum der Dichte läge bei $-42^0,3$ C.

Kupferoxydul (dem regulären System angehörig). — Bei den früheren Versuchen beobachtete ich an sehr reinen Krystallen von Chessy eine noch schwächere und noch rascher abnehmende Ausdehnung als beim Diamant, so dafs das Daseyn eines Dichtigkeitsmaximums bei dem Kupfer-

1) *Compt. rend. T. LX, p.* 1161, (Diese Ann. Bd. CXXVI, S. 611).

Digitized by Google

oxydul noch wahrscheinlicher war, und dasselbe in der Nähe von 0° liegen mufste d. h. wenig entfernt von der Temperatur, auf welche es die Beobachtungen versetzt hatten. Das grofse Interesse, welches diese Substanz darbot, veranlafste mich, ihre Ausdehnung abermals zu bestimmen, um den Werth der Constanten noch genauer festzusetzen. Sechszehn neue Bestimmungen an verschiedenen und sehr reinen Exemplaren, bestehend aus isolirten und aus verworren verwachsenen Krystallen, führten zu folgenden definitiven Werthen:

Die Dicken der Krystalle waren $9^{mm},836$; $12^{mm},999$ und $10^{mm},644$.

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000279; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6{,}30.$$

Die Temperatur, bei welcher dieser Körper ein Maximum der Dichte zu besitzen scheint, läge gegen $-4°{,}3$ C.

Smaragd (Beryll von Sibirien; Doppelsilicat von Thonerde und Beryllerde; dem hexagonalen System angehörig). — Die Versuche wurden an mehreren verschiedenen Krystallen gemacht, die meisten Messungen aber an einem sehr reinen Aquamarin von der *École des Mines*, den ich Hrn. Daubrée verdanke.

Da diese Substanz zu einem um eine Axe symmetrischen Systeme gehört, so hat man zwei Ausdehnungen zu bestimmen, eine nach der Krystallaxe, die mit der optischen Axe und einer der Elasticitätsaxen zusammenfällt, und die andere nach irgend einer auf dieser Axe winkelrechten Richtung.

1. *Nach der Axe*, Dicke des Krystalls: $10^{mm},748$ und $14^{mm},564$. — In dieser Richtung beobachtet man eine negative Ausdehnung, d. h. eine recht deutliche Zusammenziehung, deren Coëfficient im absoluten Werth abnimmt mit der Temperatur, nach demselben regelmäfsigen Gesetz wie die positiven Coëfficienten. Die beiden Constanten sind alsdann:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = -0{,}00000106; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}14.$$

Digitized by

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke des Krystalls: $9^{mm},595$ und $5^{mm},907$. — In dieser Richtung ist die Ausdehnung positiv, aber sehr schwach

$$\alpha'^{\,lin.}_{\vartheta=40} = +0{,}00000137; \quad \frac{\Delta\alpha'}{\Delta\vartheta} = 1{,}33.$$

Um die cubische Ausdehnung zu erhalten, mufs man die Summe nehmen

$$2\alpha' + \alpha = \alpha^{cub.}; \quad 2\Delta\alpha' + \Delta\alpha = \Delta\alpha^{cub.}.$$

Somit hat man für die Constanten der cubischen Ausdehnung des Smaragds (Berylls) folgende Werthe:

$$\alpha^{cub.}_{\vartheta=40} = +0{,}00000168; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 3{,}80.$$

Der, gegen die früheren noch schwächere Werth dieser Ausdehnung und seine noch raschere Abnahme bieten eine sehr hervorstechende Analogie mit den entsprechenden Phänomenen beim Diamant und besonders beim Kupferoxydul dar. Denn diese führen für eine wenig unter Null liegende Temperatur zu einem Ausdehnungscoëfficienten $= 0$, so dafs der Smaragd (Beryll) wirklich ein Maximum der Dichte bei etwa $-4°,2$ zu haben scheint.

Mehre grüne Smaragde von Columbien und andere von verschiedenen Farben gaben ähnliche Resultate mit kleinen numerischen Abweichungen, die entweder Unreinigkeiten in den Krystallen oder Sprüngen, deren sie oft sehr viele darbieten, zugeschrieben werden können.

Um diese sonderbare Eigenschaft des Berylls wo möglich direct zu erweisen, liefs ich aus einem grofsen sibirischen Krystall eine lange Nadel schneiden, solchergestalt, dafs sie gegen die Axe des Krystalls einen Winkel von $54° 44'$ machte. Nach dem, was im ersten Theil dieser Abhandlung gesagt worden, ist die Ausdehnung in dieser Richtung die mittlere und zwar rings um die Axe in den Krystallen dieses Systems; denn da zwei der Elasticitätsaxen einander gleich sind, so bleibt ihre Lage rings um die dritte unbestimmt, und das Octaëder der mittleren Ausdehnung kann nach allen möglichen Richtungen rings um die Hauptaxe des Krystalls gelagert werden. Es steht zu erwarten,

Digitized by Google

dafs, wenn man diese Nadel in flüssigem Stickstoffoxydul erkaltete, d. h. bis etwa — 78° C., und sie dann unter einen sehr empfindlichen Fühlhebel (*sphéromètre à levier*) auf die gewöhnliche Temperatur zurückkommen liefse, es möglich seyn würde, sich direct zu versichern, ob die Substanz bei der Erwärmung von diesen niederen Temperaturen aus sich wirklich zusammenziehe, wie es die neueren Beobachtungen anzunehmen nöthigen.

Quarz (Bergkrystall zum rhomboëdrischen System gehörend). — Die früheren Bestimmungen über den Quarz[1]) wurden wiederholt, um genauere numerische Werthe zu erhalten

1. *Nach der Axe*, Dicke = 15^{mm},054:

$$\alpha^{lin.}_{\vartheta=40} = 0{,}00000781; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}77.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 15^{mm},057:

$$\alpha^{lin.}_{\vartheta=40} = 0{,}00001419; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}38.$$

Cubische Ausdehnung des Quarzes:

$$\alpha^{cub.}_{\vartheta=40} = 0{,}00003619; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6{,}53.$$

Rutil (Titansäure, System des geraden quadratischen Prismas). — Die Versuche wurden mit einem schönen Krystall von Limoges aus der Sammlung des Hrn. Des Cloizeaux gemacht. Ausdehnung sehr stark.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 12^{mm},863:

$$\alpha^{lin.}_{\vartheta=40} = 0{,}00000919; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}25.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 7^{mm},071:

$$\alpha^{lin.}_{\vartheta=40} = 0{,}00000714; \quad \frac{\Delta\alpha}{\vartheta\Delta} = 1{,}10.$$

Cubische Ausdehnung des Rutils:

$$\alpha^{cub.}_{\vartheta=40} = 0{,}00002374; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4{,}45.$$

Cassiterit (Zinnoxyd, System des geraden quadratischen

1) *Compt. rend.* 1864, *T. LVIII, p.* 923, (Ann. Bd. CXXIII, S. 515).

Digitized by Google

Prismas). — Krystall aus Sachsen, anscheinend ohne Zwilling, von schwarzer Farbe. Die beiden Ausdehnungen sehr schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 10^{mm},399:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000392; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}19.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 11^{mm},302:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000321; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 0{,}76.$$

Cubische Ausdehnung des Zinnoxyds:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001034; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}71.$$

Periclas (Magnesia, zum regulären System gehörig). — Die Versuche wurden mit künstlichen, von Hrn. Henri Sainte-Claire-Deville erhaltenen, verwachsenen Krystallen (Octaëdern) angestellt. Ausdehnung ziemlich stark.

Cubische Ausdehnung der reinen Magnesia:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00003129; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 8{,}01.$$

Spartalit (Zinkoxyd, hexagonales System). — Natürliche Krystalle aus den Vereinigten Staaten, von rother Farbe, aus der Sammlung des Hrn. Des Cloizeaux. Ausdehnung schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 7^{mm},555:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000316; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}86.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 9^{mm},118:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000539; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}23.$$

Cubische Ausdehnung des Zinkoxyds:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001394; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4{,}32.$$

Korund (Reine Thonerde, rhomboëdrisches System). — Ein schönes Exemplar, aus der *École des Mines*, welches ich Hrn. Daubrée verdanke, wurde nach den beiden, für diese Versuche nöthigen Richtungen geschnitten. Es war

Digitized by Go

ein bläulicher, etwas milchiger Korund aus Indien. Ausdehnung schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 10^{mm},027:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000619; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}05.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 7^{mm},265:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000533; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}25.$$

Cubische Ausdehnung des Korunds:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001705; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6{,}55.$$

Eisenglanz (Eisenoxyd, rhomboëdrisches System). — Krystall von Elba, äufserlich sehr nett, in welchem aber der Schnitt einige Unvollkommenheiten aufdeckte. Die Messungen müssen daher an einem anderen Krystall wiederholt werden. Die beiden Ausdehnungen sehr wenig verschieden und von mittlerer Gröfse.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 9^{mm},581:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000829; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}19.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 9^{mm},146:

$$\alpha^{\text{lin.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00000836; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2{,}62.$$

Cubische Ausdehnung des Eisenglanzes:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00002501; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6{,}43.$$

Senarmontit (Antimonige Säure, regelmäfsiges System). — Sehr nettes Octaëder von Constantine, etwas milchig, aus der *École des Mines*. Ausdehnung sehr beträchtlich.

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00005889; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1{,}71.$$

Arsenige Säure (Octaëdrische Krystalle des regulären Systems). — Sehr schöne künstliche Krystalle aus dem Laboratorium der *École normale* von Hrn. H. St.-Claire Deville erhalten. Ausdehnung ungewöhnlich, stärker als alle vorhergehenden

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00012378; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 20{,}37.$$

Spinelle (Octaëdrische Krystalle des regulären Systems). — Schliefslich gebe ich noch die Ausdehnung von vier Spinell-Arten (Thonerde und Magnesia oder Zinkoxyd und deren Isomorphe), deren Werthe einander merkwürdig nahe kommen

1. *Rubin*, von Ceylon, aus dem Museum:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001787; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 7{,}29.$$

2. *Pleonast*, Eisenoxyd von Warwick:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001805; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5{,}34.$$

3. *Gahnit*, Zinkoxyd von Fahlun:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001766; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5{,}19.$$

4. *Kreittonit*, von Silberberg:

$$\alpha^{\text{cub.}}_{\vartheta=40} = 0{,}00001750; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5{,}31.$$

Die Fortsetzung dieser Untersuchungen wird Gegenstand einer zweiten Abhandlung seyn, in welcher alle numerischen Resultate miteinander verglichen und in ihrer Gesammtheit discutirt werden sollen.

V. *Ueber den Lullin'schen Versuch und die Lichtenberg'schen Figuren;* *von Dr. A. von Waltenhofen.*

Die elektrischen Erscheinungen, welche zuerst im Jahre 1840 zu Seghill an einem Dampfkessel beobachtet und bald darauf von Armstrong und Pattinson und vornehmlich von Faraday gründlich erforscht worden sind, haben zu höchst wichtigen Fortschritten im Gebiete der

Digitized by Google

Reibungselektricität den Anstofs gegeben. Indem man erkannte, was bereits Armstrong durch einen entscheidenden Versuch bewiesen hatte, dafs die fragliche Elektricitätserregung durch Reibung zwischen Dampf und Ausströmungscanal verursacht wird, nicht aber, wie man früher vermuthet hatte, durch den Akt der Verdampfung selbst — wurden zugleich die Folgerungen, welche man auf die Versuche von Volta, Saussure, Pouillet u. A. — hinsichtlich der vermeintlichen Elektricitätserregung durch Verdampfung — gegründet hatte, neuerdings in Frage gestellt. — Zur Berichtigung derselben war zugleich ein neuer Standpunkt gewonnen, auf welchem Faraday's Untersuchungen zur näheren Orientirung dienten, indem sie gezeigt haben, dafs der aus dem Kessel strömende Dampf nur dann elektrisch wurde, wenn er feucht war, und dafs sonach die unmittelbare Ursache dieser Elektricitätserregung in der Reibung *der vom Dampfe mit fortgerissenen Wassertheilchen* gegen das Ausflufsrohr zu suchen sey.

In der That haben aus diesem Standpunkte die oben erwähnten Versuche über eine angebliche Verdampfungselektricität durch die entscheidenden Beobachtungen von Reich und Riefs ihre unzweifelhafte Erklärung gefunden; eine Erklärung, welche auch für die Meteorologie von Bedeutung war, indem sie die damalige Ansicht widerlegte, dafs die Verdampfung eine Hauptursache der Luftelektricität sey.

Eine weitere Anwendung fanden die Gesetze der hydroelektrischen Erregung, indem Riefs damit eine Erklärung des *Lullin'schen Versuches* und der *Lichtenberg'schen Figuren* zu begründen versuchte, wodurch zugleich diese merkwürdigen Erscheinungen auf ein gemeinschaftliches Causalprincip zurückgeführt würden.

Die Versuche, welche ich in dieser Abhandlung mittheilen werde, beziehen sich auf denselben Gegenstand, und geben neue Anhaltspunkte zur Beurtheilung der Wahrscheinlichkeit oder Zulässigkeit der fraglichen Erklärungen. Anderseits dienen sie auch zur Vervollständigung der von

Digitized by Google

Faraday gemachten Erfahrungen über das hydroelektrische Verhalten verschiedener Körper, unter gewissen, sogleich näher zu bezeichnenden Voraussetzungen.

Ich will zuerst auf meine den *Lullin'schen Versuch* betreffenden Beobachtungen übergehen.

Bringt man eine Karte so zwischen die etwa 1 bis 2 Centimeter entfernten Spitzen des Ausladers, dafs dieselben die beiden Flächen der Karte berühren, so wird sie bekanntlich stets in der Nähe der *negativen* Spitze durchbohrt. Wenn man aber den Versuch (nach Trémery) in verdünnter Luft einleitet, erfolgt die Durchbohrung nahezu in der *Mitte* zwischen den beiden Spitzen.

Riefs erklärte diese Erscheinungen auf Grundlage der von Faraday constatirten Thatsache *der negativ elektrisirenden Wirkung eines Stromes von feuchter Luft* oder feuchtem Wasserdampf auf viele Stoffe, namentlich auf Metalle, Glas und Holz. (Riefs, Reibungselektricität §. 751). Wird nämlich auf die Karte eine discontinuirliche Entladung geleitet, welche sofort die an der Oberfläche derselben haftende feuchte Luftschicht zerreifsen mufs, so wird die in solcher Weise mit Heftigkeit in Bewegung gesetzte feuchte Luft, indem sie die Kartenflächen bestreicht, dieselben negativ elektrisch machen. Nachdem die erste Partialentladung diefs bewirkt hat, werden bei den folgenden Partialentladungen, welche diese Wirkung noch erhöhen, positive und negative Elektricität auf negativ elektrischen Flächen sich zu verbreiten haben, und deshalb die erstere einen gröfseren Raum einnehmen können, was endlich die Durchbohrung der Karte in der Nähe der negativen Spitze, deren Elektricität sich weniger verbreiten kann, zur Folge hat. Ist dagegen die umgebende Luft zuvor verdünnt, und damit die an der Karte haftende feuchte Luftschicht entfernt worden, so unterbleibt auch die vorbesagte negative Elektrisirung — und die Durchbohrung ist nicht mehr an die negative Spitze gebunden — sondern sie erfolgt in der Mitte zwischen den beiden Spitzen, weil nunmehr beide Elektricitäten in gleichem Maafse sich verbreiten können.

Digitized by Google

Bei den oben erwähnten Versuchen von Faraday war die negative Erregung der besagten Körper in einem neutralen (unelektrischen) Strome aus Dampf und Wasser nachgewiesen worden. (Experimentaluntersuchungen über Elektricität, achtzehnte Reihe [1]); Alinea 2102). Dieser neutrale Dampfstrom wurde durch Anwendung einer elfenbeinernen Ausströmungsröhre erhalten. Bestand jedoch das Ausströmungsrohr aus Metall, Glas oder Holz [2]), welche Substanzen, wie gesagt, durch Reibung mit feuchtem Wasserdampf negativ elektrisch werden, so zeigte der Dampfstrom positive, der Kessel negative Elektricität: vorausgesetzt, dafs das Wasser, welches der Dampfstrom mit sich führte, vollkommen rein war. Die Elektricitätserregung verschwand, wenn dieses Wasser z. B. durch Salze oder Säuren besser leitend gemacht war, und sie wurde *umgekehrt*, d. h. der Dampfstrom negativ und der Kessel positiv, wenn in das Wasser gewisse andere Substanzen, z. B. Olivenöl, gebracht worden war. So wie *Olivenöl* wirkten mehr oder weniger auch *Terpentinöl*, *Speck*, *Wallrath*, *Bienenwachs*, *Ricinusöl*, *Harz* [3]) und *Lorbeeröl*.

Faraday hat die besagte Wirkung des Oeles mit der Annahme zu erklären versucht, dafs in diesem Falle nicht mehr Wasser an den Canalwänden sich reibt, sondern das Oel, indem wohl jedes kleine Wasserkügelchen mit einer dünnen Oelschicht überzogen sey. Dagegen haben andere Physiker (Müller, Bericht über die neusten Fortschritte der Physik, S. 9; Wüllner, Experimentalphysik, Bd. II, S. 721) die Ansicht ausgesprochen, dafs man nicht Oel an den Canalwänden, sondern *Wasser an den durch das Oel veränderten Canalwänden reibend* zu betrachten habe, da man wohl annehmen darf, dafs bei der Reibung der mit

1) Meinen Berufungen auf einzelne Stellen dieser Abhandlung liegt die im 60. Bande von Poggendorff's Annalen enthaltene Uebersetzung zu Grunde.

2) Es mag hier gelegentlich bemerkt werden, dafs Platten aus Holz beim Lullin'schen Versuche — in Uebereinstimmung mit der Riefs'schen Theorie — auch an der negativen Spitze durchbohrt werden.

3) *Welches* Harz, ist nicht angegeben.

Digitized by Google

Oel bedeckten Tröpfchen an den Wänden der Ausströmungsröhre dieselben mit Oel überzogen werden.

Im Sinne dieser Auffassung führen die oben angeführten Thatsachen zur Folgerung, *dafs bei der Reibung zwischen Oel und feuchtem Wasserdampf ersteres positiv und letzterer negativ elektrisch werden.* Dasselbe gilt in ganz analoger Weise auch von den übrigen oben aufgezählten, mit Oel übereinstimmend wirkenden Substanzen, welche ich künftighin, der Kürze wegen, *hydroelektrisch positive* Substanzen nennen werde, im Gegensatze zu den *hydroelektrisch negativen*, welche Faraday in der Alinea 2099 aufgezählt hat.

Diese Thatsachen geben zugleich ein Mittel an die Hand die obige Erklärung des Lullin'schen Versuches auf die Probe zu stellen. Wenn nämlich in der That die Durchbohrung an der negativen Spitze dadurch verursacht wird, dafs die Entladung eine negative Elektrisirung der Kartenoberfläche mit sich bringt, welche die Ausbreitung der negativen Elektricität beschränkt und jene der positiven begünstigt, so ist folgerichtig eine Durchbohrung an der *positiven* Spitze zu erwarten, sobald jenes Verhältnifs der Ausbreitung beider Elektricitäten umgekehrt wird. Diefs wird offenbar bewerkstelligt, wenn man die Karte beiderseits mit einer hydroelektrisch positiven Substanz bedeckt, was eben zur Folge hat, dafs die zwischen den Spitzen stattfindende Entladung, welche in der bereits beschriebenen Weise eine Reibung zwischen den getroffenen Flächen und den daran haftenden feuchten Luftschichten veranlafst, eine positive Elektrisirung beider Kartenflächen bewirkt.

Ich habe mit sämmtlichen oben aufgezählten hydroelektrisch positiven Substanzen eine Reihe von Versuchen ausgeführt — und dabei die soeben ausgesprochenen Voraussetzungen vollkommen bestätigt gefunden, indem *jeder Carton, welcher mit einer von diesen Substanzen beiderseits bedeckt war, jedesmal an der positiven Spitze durchbohrt wurde.* Die einzige Ausnahme fand beim Terpentinöl statt,

Digitized by

welches ein ganz eigenthümliches Verhalten zeigte. Bei Anwendung von gewöhnlichem käuflichem Terpentinöl erfolgte die Durchbohrung immer an der negativen Spitze. Als ich hierauf ein reineres Präparat [1]) benutzte, gab der erste damit angestellte Versuch eine Durchbohrung an der *positiven* Spitze; beim zweiten Versuche erfolgte sie nahezu in der *Mitte* zwischen den beiden Spitzen, und bei allen späteren Versuchen an der *negativen* Spitze; ein Verhalten, welches anzudeuten scheint, dafs das Präparat sich sehr *rasch verändert*, und in Folge dessen das Zeichen seiner hydroelektrischen Erregung wechselt.

Ich wiederholte sodann die Versuche mit chemisch reinem Terpentinöl [2]) und beobachtete zugleich die Vorsicht, das Experimentiren so einzurichten, dafs die Substanz nur möglichst kurze Zeit der Luft ausgesetzt blieb; und nur dann erfolgten auch die Durchbohrungen *jedesmal an der positiven Spitze*, mit Ausnahme eines einzigen Falles, wobei in Folge einer zufälligen Verzögerung die Entladung erst eingeleitet wurde, als von der auf die Karte gebrachten Substanz schon soviel aufgesogen und verflüchtigt war, dafs sie dieselbe nicht mehr hinreichend bedeckte. Nach einigen Tagen aber zeigte sich dasselbe Präparat bereits wieder so verändert, dafs die Durchbohrungen an der negativen Spitze eintraten.

Als ich im weiteren Verlaufe meiner Arbeit auch die Lichtenberg'schen Figuren in das Bereich meiner Versuche zog, fand ich bei der Lesung der betreffenden Vorarbeiten in der Abhandlung Reitlinger's: »Zur Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren« (Wiener Sitzungsberichte 1860) eine das Verhalten des Terpentinöls beim Lullin'schen Versuche betreffende Mittheilung, welche

1) Terpentinöl, gereinigt durch Destillation und Abnehmen derjenigen Partie, die dem Siedepunkt des reinen Kohlenwasserstoffs entsprach.

2) Es war zuerst durch Behandlung mit verdünnter Schwefelsäure, hierauf mit einer Lösung von kohlensaurem Kali, wiederholtes Waschen mit Wasser, Trocknen mit Chlorcalcium und Rectification gereinigt. Dieses Präparat, so wie das vorige, verdanke ich der gütigen Gefälligkeit meines verehrten Freundes und Collegen Hrn. Prof. H. Hlasiwetz.

Digitized by Google

mir früher, bei der ersten Durchsicht der auf den Lullin'schen Versuch bezüglichen Literatur, entgangen war und die ich hier erwähnen muſs. Reitlinger bespricht nämlich in dieser Abhandlung auch die von Rieſs gegebene Erklärung und bemerkt darüber Folgendes: »daſs diese Erklärung des Lullin'schen Versuches aber unzulässig ist, läſst sich leicht beweisen. Es ist nämlich leicht den Versuch mit einem von einer Schicht flüssigen Terpentinöls bedeckten Kartenblatte zu machen. Wie schon erwähnt, würde nach Faraday die Elektricität der Fläche positiv seyn müssen. Es müſste also die Karte in diesem Falle der positiven Spitze gegenüber durchbohrt werden, wenn die obige Erklärungsweise von Rieſs für den Lullin'schen Versuch richtig wäre. Die Durchbohrung fand aber bei meinen mit dem Ruhmkorff-Apparate angestellten Versuchen ebenso wie beim gewöhnlichen Kartenblatte an der negativen Spitze statt«[1]).

Dagegen scheint aus meinen Beobachtungen hervorzugehen, daſs Terpentinöl, so lange es sich in absolut *chemisch reinem* Zustande befindet, allerdings eine hydroelektrisch positive Erregung äuſsert; übrigens hat mich diese Mittheilung veranlaſst, meine Versuche, bei welchen ich mich bis dahin ausschlieſslich der Leydener Flasche bedient hatte, wenigstens theilweise auch mit dem Ruhm-

1) In einer hierauf bezüglichen Notiz in Dingler's polyt. Journal (Bd. 179) habe ich bemerkt, daſs mir dieses negative Verhalten des Terpentinöls wenig Gewicht zu haben scheint, indem dasselbe auch bei den Versuchen von Faraday nur eine vorübergehende Wirkung äuſserte (wegen seiner Flüchtigkeit nämlich), und daher zu einem entscheidenden Versuche dieser Art nicht geeignet sey. Damit will nur gesagt seyn, daſs Terpentinöl, als die flüchtigste unter den oben aufgezählten Substanzen, welche sich bei Faraday's Versuchen positiv verhielten, weniger als die übrigen tauglich sey, um die Umkehrung des Lullin'schen Phänomens mit Sicherheit gelingen zu lassen; abgesehen von der durch meine Versuche nachgewiesenen Bedingung der Reinheit. Ein *veränderliches* Verhalten des Terpentinöls hat sich bei den Versuchen von Faraday nicht gezeigt, denn so lange eine Spur davon vorhanden war, blieb der Kessel positiv (Alinea 2109).

Digitized by Google

korff'schen Apparate anzustellen; worauf ich später zurückkommen werde.

Die übrigen Körper, welche bei den Versuchen von Faraday den Dampfkessel positiv elektrisch machten, haben bei meinen Versuchen *regelmäfsig und unzweideutig die Erscheinung des Lullin'schen Experimentes umgekehrt*, d. h. die Durchbohrung an der positiven Spitze veranlafst, wie es die Theorie von Riefs erfordert, wenn man die oben angeführte, meines Wissens zuerst von Müller ausgesprochene Auslegung der Faraday'schen Beobachtungen zu Grunde legt, und diesen Körpern ein hydroelektrisch positives Verhalten zuschreibt.

Unter diesen beiden Voraussetzungen wäre anderseits zu erwarten, dafs *vice versa* auch andere Substanzen, welche eine Umkehrung des Lullin'schen Phänomens bewirken, in die Dampfkugel des Faraday'schen Apparates gebracht, *den Ladungszustand desselben umkehren*, d. h. den Kessel positiv und den Dampf negativ elektrisch machen würden.

Aus diesem Gesichtspunkte schien es mir von Interesse und Wichtigkeit, zunächst eine gröfsere Anzahl von Substanzen in Bezug auf ihr Verhalten beim Lullin'schen Versuche zu prüfen; und ich habe dieselben in dieser Abhandlung, der Kürze wegen, einfach als »*positiv*« oder »*negativ*« bezeichnet, je nachdem sie die Durchbohrung an der positiven oder negativen Spitze bewirkten; eine Bezeichnung, welche — wenn die oben angeführten Annahmen sich bestätigen sollten — auch zugleich mit dem hydroelektrischen Verhalten übereinstimmen würde. Als »*neutrale*« Substanzen will ich diejenigen bezeichnen, bei welchen die Durchbohrung in der Mitte zwischen den beiden Spitzen erfolgt.

In Ermangelung einer Hydroelektrisirmaschine war ich aufser Stande die oben angedeuteten Gegenversuche auszuführen, und ich kann nur wünschen, dafs dieselben von anderen Physikern unternommen werden, so wie auch eine Sichtung und Vervollständigung der Reihe jener Körper, welche sich beim Lullin'schen Versuche positiv verhalten,

durch Anwendung chemisch reiner Präparate und einer gröfseren Anzahl von Substanzen. Denn einerseits standen mir die untersuchten Substanzen nur in jenem Zustande der Reinheit zu Gebote, in welchem sie im Handel vorzukommen pflegen, und anderseits habe ich meine Versuche nicht weiter ausgedehnt, als es nöthig war, um das Verhalten der nach Faraday's Versuchen hydroelektrisch positiven Körper beim Lullin'schen Experimente zu erproben und auch noch auf einige andere Körper hinweisen zu können, welche sich dabei entschieden positiv oder negativ verhalten, und zu weiteren Untersuchungen in der bezeichneten Richtung als Anhaltspunkte dienen könnten.

Ueber die Anordnung der Versuche habe ich nur Folgendes zu bemerken.

Der Apparat bestand aus einer 20zölligen Winter'schen Elektrisirmaschine, einer Winter'schen Leydener Flasche von 0,2 Quadratmeter Belegung, und einer Vorrichtung zum Plattendurchschlagen von der sehr bequemen Construction von Siemens und Halske, nebst einem passenden Stativ als Träger der oberen Conductor-Spitze. Als Platten dienten weifse Cartons von etwa $\frac{1}{3}$ Millimeter Dicke und 8 Centimeter im Quadrat; und in gewissen Fällen, welche ich unten näher bezeichnen werde, auch gleich grofse Stücke von weifsem Schreibpapier.

Die untersuchten Substanzen wurden durch Begiefsen der beiden Kartenflächen oder durch Aufschmelzen auf dieselben aufgetragen [1]). Im ersteren Falle mufste durch Anwendung hinreichender Mengen dafür gesorgt werden, dafs die Kartenflächen nicht etwa in Folge der theilweisen Auf-

1) Nur ausnahmsweise wurden in einzelnen Fällen Lösungen (z. B. von Harzen in Alkohol) angewendet. Wo diefs geschah, ist es in dieser Abhandlung *ausdrücklich* bemerkt, und wurde der Versuch jedesmal erst *nach dem Trocknen* gemacht. Trotz dieser Vorsicht bleiben derartige Versuche mit Lösungen mehr oder weniger *unzuverlässig*, weil man selten versichert seyn kann, dafs nicht das Lösungsmittel, entweder durch eine Veränderung der Substanz, oder durch zurückbleibende Spuren, welche an derselben haften, auf den Erfolg des Experimentes Einfluss nimmt.

Digitized by

saugung und Verflüchtigung der Substanz *stellenweise wieder bloſsgelegt* wurden, sondern in der Umgebung der Spitzen möglichst *gleichmäſsig und vollständig* bedeckt waren. Die aufgeschmolzenen Proben wurden in möglichst gleichförmigen Schichten von etwa $\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke angewendet. Manche Substanzen ertheilen der Masse des Cartons, indem sie von derselben aufgesogen werden, eine harte pergamentartige Consistenz, welche bewirkt, daſs die Entladung den Carton umgeht oder den nicht getränkten Rand desselben durchbohrt. Bei solchen Substanzen wurde sodann, anstatt eines Cartons, das oben erwähnte Papier mit Erfolg in Anwendung gebracht.

Wie bereits bemerkt, hat Faraday folgende nach seinen Versuchen hydroelektrisch positive Substanzen aufgezählt: Terpentinöl, Olivenöl, Speck, Wallrath, Bienenwachs, Ricinusöl, Harz und Lorbeeröl (Alinea 2108 bis 2113). Hinsichtlich des *Terpentinöls* habe ich meine Erfahrungen bereits erwähnt. Bezüglich des *Olivenöls* muſs ich bemerken, daſs bei meinen Versuchen nur die feineren Sorten ein positives Verhalten gezeigt haben, dagegen aber das gewöhnliche »*Baumöl*« des Handels ein entschieden negatives. Bei den untersuchten Proben von *Wallrath* und *Ricinusöl* erfolgte die Durchbohrung zwar nicht genau, aber doch immer so nahe an der positiven Spitze, daſs das positive Verhalten der genannten Substanzen ganz unzweifelhaft hervortrat. Wurde Ricinusöl auf Papier aufgetragen, so erfolgte die Durchbohrung auch bei diesem Körper präcis an der positiven Spitze. Von *Bienenwachs* fand ich das *gelbe* (noch nicht gebleichte) positiv, dagegen das weiſse negativ. Bezüglich der *Harze* giebt Faraday nicht an: *welche* Harze er zu seinen Versuchen gewählt hat. Bei meinen Versuchen [1]) zeigten sich die meisten positiv, namentlich: *Benzoë*, *weiſses Fichtenharz*, *Guajak*, *Mastix*, *Schellack und Schiffspech*, dagegen verhielten sich *Venetia-*

1) Ich werde im Folgenden auch *Balsame* unter den Harzen anführen, weil es hier auf die Unterscheidung zwischen beiden Kategorien nicht ankommt.

Digitized by Google

nischer Terpentin und die meisten Proben von *Kolophonium* negativ; doch scheint das letztere durch starkes Erhitzen beim Umschmelzen leicht neutral oder positiv zu werden. *Feines rothes Siegellack*, obgleich einen beträchtlichen Antheil von positiven Harzen enthaltend, es mag geschmolzen oder in weingeistiger Lösung aufgetragen worden seyn, veranlafste die Durchbohrung stets präcis an der negativen Spitze.

Von den übrigen Substanzen, welche ich noch untersucht habe, seyen beispielsweise folgende erwähnt; und zwar mit *positivem* Verhalten: *Kümmelöl*, *Lavendelöl*, *Majoranöl*, *Spicköl*, *Unschlitt* u. a.; ferner mit *negativem* Verhalten: *Benzin*, *Canada-Balsam*, *Mandelöl*, *Nelkenöl*, *Pfeffermünzenöl* u. a. Dagegen zeigte sich z. B. *Stearin neutral*, in sofern es die Durchbohrung stets nahezu in der Mitte zwischen den beiden Spitzen veranlafste. Dasselbe Verhalten habe ich am *Cassiaöl*[1]) beobachtet; als ich jedoch nach einiger Zeit die Versuche damit wiederholte, zeigte sich diese Substanz in der Art verändert, dafs die Durchbohrungen bald an der einen und bald an der anderen Spitze erfolgten.

Ich habe bereits oben erwähnt, dafs bei Substanzen, welchen ein positives Verhalten eigen ist, die Durchbohrung nur dann zuverlässig an der positiven Spitze eintritt, wenn die auf den Carton aufgetragenen Schichten hinreichend dick sind, um den *Luftzutritt von der Papierfläche vollständig abzuhalten*; denn es ist leicht einzusehen, dafs im entgegengesetzten Falle die negative Erregung der Papierfläche mitwirken mufs, und sehr leicht eine Durchbohrung an der negativen Spitze bedingen kann. Diefs trifft aber nicht in gleichem Maafse bei allen positiven Substanzen zu; wohl aus dem Grunde, weil denselben *ungleiche Grade der positiven Erregbarkeit* entsprechen, welche dem Einflusse der Papierfläche in ungleichem Maafse entgegenwirken. Hierauf beruht auch die Thatsache, dafs nicht alle positiven Substanzen gleich geeignet sind, um das Ex-

1) Im Handel auch unter dem Namen »*Zimmtöl*« vorkommend.

Digitized by

periment der Umkehrung des Lullin'schen Phänomens mit sicherem Erfolge anzustellen.

Unter den oben erwähnten ätherischen Oelen hat das *Kümmelöl* bei allen Versuchen ohne Ausnahme sein positives Verhalten behauptet, auch wenn es nur in sehr dünnen Schichten, welche die Kartenflächen kaum mehr bedeckten, angewendet wurde. Stellt man mehre Versuche mit Cartons an, welche mit dieser Substanz begossen werden, so läfst sich sehr deutlich nachweisen, wie die Durchbohrung *immer weiter von der positiven Spitze gegen die negative vorrückt*, je vollständiger man die Aufsaugung und Verflüchtigung des Oeles abwartet.

Auch die Thatsache, dafs bei manchen Substanzen der Ort der Durchbohrung unter übrigens gleichen Umständen von der Stärke des Entladungsschlages abhängig erscheint [1], läfst sich mit Rücksicht auf den mehr oder weniger hervortretenden Einfluſs der Papierfläche, welche durch die Entladung theilweise entblöfst wird, erklären.

Ich will nun zu den Versuchen mit dem Ruhmkorff'schen Apparate übergehen, wobei die untersuchten Substanzen, auf Papier aufgetragen, zwischen den in einem Abstande von 1 Centimeter auf beide Flächen nahezu senkrecht angesetzten Spitzen den Entladungen ausgesetzt wurden. Die Versuche wurden — hinsichtlich der Aufeinanderfolge der Entladungen — auf zweierlei Art angestellt. Bei der einen Versuchsreihe functionirte der Apparat in der gewöhnlichen Weise, und es wurde — während das Blatt zwischen den Spitzen verschoben wurde — beobachtet: auf welcher Seite der Funkenstrom verweilte, je nachdem die Durchbohrungen fortwährend an der einen oder an der anderen Spitze erfolgten; oder ob derselbe vielleicht theilweise auf beiden Seiten sich befand, indem

1) Ich habe dieſs einige Male beim Fenchelöl und beim Wachholderöl bemerkt. Beide Substanzen zeigten bei wiederholten Versuchen bald ein positives, bald ein negatives Verhalten; doch schien es, dafs bei stärkeren Entladungen die Durchbohrungen an der negativen Spitze häufiger vorkommen als bei schwächeren.

Digitized by Google

er das Blatt *zwischen* den Spitzen durchsetzte. Bei der zweiten Versuchsreihe wurde, um das Verhalten bei *einzelnen* Entladungen beobachten zu können, die rasche Aufeinanderfolge derselben verhindert, indem — durch entsprechende *Handhabung* des Unterbrechers — in beliebigen Intervallen einzelne Oeffnungsfunken erzeugt, und denselben jedesmal andere Stellen des nach einer vorgezeichneten Linie, senkrecht zur Funkenbahn, verschobenen Blattes dargeboten wurden. Auf diese Art entstand eine beliebige Anzahl von Durchbohrungen in übersichtlicher Anordnung, aus deren Abständen von der vorhin erwähnten auf dem Blatte vorgezeichneten Führungslinie sogleich ersichtlich war, ob sie von der positiven oder negativen Spitze herrührten. Dabei ist jedoch zu bemerken, dafs die feinen Bohrungen in vielen Fällen erst dann sichtbar werden, wenn die Substanz, mit welcher man das Papierblatt imprägnirt hat, durch ein passendes Verfahren wieder gröfstentheils entfernt worden ist.

Die nachstehend angeführten Versuche mit dem Ruhmkorff'schen Apparate haben häufig zweifelhafte und in einzelnen Fällen auch den Versuchen mit der Leydener Flasche widersprechende Resultate ergeben. Dieses Ergebnifs läfst sich, was die Anwendung des Funkenstromes betrifft, wohl erklären; denn bei diesem ist die *Erwärmung* — wenn sie auch nicht, wie es bei den meisten der angeführten Substanzen geschieht, die Entzündung derselben bewirkt — immerhin zu bedeutend, um nicht einerseits durch eine *Veränderung der Substanz selbst*, und anderseits durch deren *stellenweise Entfernung* von der Papierfläche, aus den bereits angegebenen Gründen störenden Einfluſs zu nehmen. — Schwieriger ist eine befriedigende Erklärung der von den Versuchen mit der Leydener Flasche abweichenden Resultate, welche die Anwendung des einfachen Oeffnungsfunkens bei gewissen Substanzen (Bienenwachs und Wallrath) ergeben hat. Gleichwohl hat es den Anschein, dafs auch hier die Ursache in einer stärkeren Erwärmung, als sie bei Anwendung der Leydener Flasche

Digitized by Google

stattfindet, zu suchen ist; dafür spricht wenigstens die Thatsache, dafs auch der einfache Oeffnungsfunke des Ruhmkorff'schen Apparates sehr oft eine *beträchtliche Schwärzung an der negativen Spitze*, und bisweilen auch längs der Funkenbahn, zurückläfst, was bei Anwendung der Leydener Flasche in der Regel nicht vorkommt. —

Bei dieser Erscheinung ist bemerkenswerth, dafs, *wenn auch die Durchbohrung an der positiven Spitze eintritt, die Schwärzung dennoch an der negativen Spitze stattfindet*, und an der Durchbohrungsstelle entweder gar nicht, oder doch in viel geringerem Grade. Man kann dieses für die thermische Wirkung der negativen Elektrode instructive Phänomen sehr deutlich bei Anwendung von *Lavendelöl* oder *Mirbanöl*[1]) beobachten.

Ich lasse nun eine tabellarische Zusammenstellung der Versuche folgen, welche unter der Rubrik *L* jene mit der Leydener Flasche, und unter den Rubriken *RI* und *RII* die mit dem Ruhmkorff'schen Apparate, beziehungsweise mit Anwendung des einfachen Funkens und des Funkenstromes, enthält. Ein eingeklammertes Zeichen z. B. (+), bedeutet, dafs das dem betreffenden Zeichen entsprechende Verhalten durch die überwiegende Mehrzahl der Versuche constatirt ist, während einzelne Fälle vorkommen, in welchen die Experimente aus bisher unbekannten Ursachen nicht übereinstimmend ausgefallen sind. Dagegen bedeutet ein Zeichen ohne Klammern, dafs gar keine von dem bezeichneten Verhalten abweichenden Ausnahmen vorgekommen sind, abgesehen von der sehr geringen Anzahl jener Fälle, bei welchen die beobachtete Anomalie offenbar durch störende Nebenumstände (z. B. unzureichende oder zu ungleichförmige Bedeckung[2]) der Papierfläche) verursacht

1) *Essence de Mirban;* Nitrobenzol; sogenanntes künstliches Bittermandelöl; im Handel unter dem Namen »Mirbanöl« vorkommend.

2) Auf möglichst gleichförmige Ausbreitung der Substanzen auf den Kartenflächen kommt es um so mehr an, je geringer die Intensität der angewendeten Entladungen ist, weil Ungleichheiten des Widerstandes desto leichter von störendem Einflusse sind.

Digitized by Google

wurde; was übrigens bei den meisten Substanzen nicht vorgekommen ist. Das Zeichen 0 bedeutet ein neutrales Verhalten, welches einer Durchbohrung nahezu in der Mitte zwischen den beiden Spitzen entspricht. Ein Fragezeichen endlich bedeutet entweder, dafs die untersuchte Substanz bei der betreffenden Versuchsreihe kein entschiedenes Verhalten äufserte, oder dafs das fragliche Verhalten nicht sicher beobachtet werden konnte, was bei Anwendung des Funkenstromes, wegen zu grofser Entzündlichkeit mancher Substanzen, häufig der Fall war.

Substanz	*L*	*R* I	*R* II	Anmerkungen
Baumöl	−	−	−	
Benzin	(−)	−	?	
*) Bienenwachs	+	−	+	
Canada-Balsam	−	−	−	
*) Harze (die weifsen)	+	?	+	
Kümmelöl	+	?	?	
Lavendelöl	+	+	?	
*) Lorbeeröl	+	?	+	
Majoranöl	(+)	+	+	
Mandelöl (süfses)	−	−	?	
Mirbanöl	−	+	(0)	
Nelkenöl	−	−	?	
*) Olivenöl	+	+	(+)	
Pfeffermünzenöl	−	−	−	
*) Ricinusöl	+	+	(+)	
*) Speck	+	?	+	
Spicköl	(+)	+	?	
Stearin	0	?	?	
*) Terpentin	nach Angabe		?	
Unschlitt	+	?	(−)	
*) Wallrath	+	−	+	

Die mit *) bezeichneten acht Substanzen sind diejenigen, welche bei den Versuchen von Faraday ein hydroelektrisch positives Verhalten gezeigt haben.

Eine neue Probe chemisch reinen Terpentinöls, von der oben beschriebenen Darstellung, gab bei Anwendung der einzelnen Oeffnungsfunken des Ruhmkorff'schen Apparates das erste Mal eine Durchbohrung an der positiven Spitze. Die folgenden Durchbohrungen rückten immer weiter gegen die negative Spitze vor, wo sie endlich stationär blieben.

Die Resultate der im Vorhergehenden erörterten Versuche stehen zugleich in einer unmittelbaren Beziehung zu der von Riefs aufgestellten Theorie der *Lichtenberg'schen Figuren*, welcher dasselbe Erklärungsprincip wie beim Lullin'schen Versuche zu Grunde gelegt worden ist, nämlich die Annahme einer hydroelektrischen Erregung der Oberfläche, auf welche eine discontinuirliche Entladung geleitet wird. (Riefs, Reibungselektricität §§. 748 bis 750). Dabei wird mit Hinweisung auf die 30 Stoffe, welche sich

Digitized by Google

bei den Versuchen von Faraday hydroelektrisch negativ verhielten (Alinea 2099) vorausgesetzt, dafs eine Platte aus »beliebigem« Stoffe, indem sie von einer discontinuirlichen Entladung getroffen, negativ elektrisch werde, und demnach die von der Entladung übrig bleibende Elektricität sich auf dieser negativ elektrisirten Fläche zu verbreiten habe. Hieraus wird gefolgert, dafs die Verbreitung und davon abhängige Anordnung der überschüssigen Elektricität eine andere seyn müsse, wenn die Elektricität positiver, als wenn sie negativer Art ist, und sich im ersteren Falle leichter und weiter verbreiten werde; sowie dafs anderseits auch die äufsere Begränzung der Figur hierdurch bestimmt werden müsse, indem die negative Elektricität eine bereits negativ elektrisirte Fläche findet, die sie auf die volle *Kreisfigur* beschränkt, während die positive Elektricität angezogen und von der negativ elektrisirten Fläche in *strahliger Ausbreitung* neutralisirt wird.

Hier ergiebt sich zunächst die Frage, ob wohl *allen* Stoffen, auf welchen die Lichtenberg'schen Figuren hervorgerufen werden können, ein hydroelektrisch *negatives* Verhalten zugeschrieben werden darf. Was insbesondere die *Harze* betrifft, so erscheint unter den vorerwähnten 30 Stoffen nur »*Schellack auf Seide*«, während späterhin vom »Harz« (es ist freilich nicht gesagt von *welchem*?) das Vermögen nachgewiesen wird, den Ladungszustand der Hydroelektrisirmaschine umzukehren, was vielmehr ein hydroelektrisch *positives* Verhalten anzuzeigen scheint.

Vermuthlich hatte Faraday bei dem besagten Versuche eine alkoholische Lösung von Schellack benutzt, in welcher die Seide getränkt worden war, und nach dem Trocknen das Verhalten im Dampfstrome untersucht; ein Verfahren, welches Faraday in analoger Weise mit anderen Substanzen öfters angewendet hat (Alinea 2097). Unter dieser Voraussetzung ist anzunehmen, dafs die Seide mit einer sehr *dünnen* Schellackschicht bedeckt war, so dafs möglicherweise auch die negative hydroelektrische Erregung der Seide selbst mitwirken konnte.

Digitized by Google

Um die Wahrscheinlichkeit einer solchen Einflufsnahme durch einen directen Versuch zu prüfen, habe ich Seide, welche in der vorhin beschriebenen Weise mit alkoholischer Schellacklösung in dem Maafse behandelt worden war, dafs sie dadurch nach dem Trocknen ungefähr die Steifigkeit von Wachstaffet erlangt hatte, beim Lullin'schen Experimente verwendet. Unter vier Versuchen erfolgte die Durchbohrung dreimal nächst der negativen und einmal in der Nähe der positiven Spitze, während bei meinen oben beschriebenen Versuchen, bei welchen dasselbe Harz in dickeren Schichten auf einen Carton aufgeschmolzen war, die Durchbohrung stets an der positiven Spitze eintrat. Der obige Versuch mit Schellack auf Seide ist demnach für das Verhalten von Schellack im Dampfstrome wohl nicht mit Sicherheit entscheidend. Ein hydroelektrisch negatives Verhalten dieses Harzes könnte allenfalls nur aus dem in der Alinea 2098 beschriebenen Faraday'schen Versuche mit einer Schellackstange im Dampfstrome gefolgert werden [1]). Bezüglich anderer Harze, welche zur Erzeugung der Lichtenberg'schen Figuren benutzt werden, enthält die citirte Abhandlung von Faraday keine namentlichen Angaben, denn auch in der Alinea 2097, welche die Thatsache enthält, dafs geschmolzenes »Kautschuck und Harz« im Dampfstrome negativ werden, wird nicht erwähnt, *welches* Harz bei diesen Versuchen benutzt worden ist. Es scheint mir demnach nicht hinreichend begründet, aus den angeführten Versuchen von Faraday ohne Weiteres zu folgern, dafs *allen* Harzen ein hydroelektrisch negatives Verhalten, wie es bei der Riefs'schen Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren vorausgesetzt wird, zukomme.

Jedenfalls haben meine Versuche gezeigt, *dafs verschiedene Harze gegenüber einer discontinuirlichen Entladung sehr ungleich sich verhalten*, indem viele [2]) sogar die Ei-

1) Nach meinen bisherigen Beobachtungen verhielt sich Schellack beim Lullin'schen Versuche positiv. Ich werde auf diesen scheinbaren Widerspruch später zurückkommen.

2) Nach meinen bisherigen Versuchen sogar die weit überwiegende Mehrzahl.

Digitized by Google

genschaft besitzen, die Erscheinung des Lullin'schen Experimentes umzukehren.

Soll die Theorie von Riefs, welche die Erscheinungen des Lullin'schen Versuches und der Lichtenberg'schen Figuren auf *dasselbe* Erklärungsprincip (der hydroelektrischen Erregung durch eine discontinuirliche Entladung) zurückführt, festgehalten werden, so mufs man nothwendig annehmen, dafs die strahlige Ausbreitung der positiven und die kreisförmige Begränzung der negativen Staubfigur nur auf solchen Harzen stattfinden kann, welche beim Lullin'schen Versuche die Durchbohrung in der Nähe der negativen Spitze bedingen. Aus demselben Grunde wäre aber anderseits zu erwarten, dafs auf jenen Harzen, welche die Durchbohrung an der positiven Spitze veranlassen, eine gröfsere Ausbreitung der negativen als der positiven Staubfigur eintreten müsse.

Aus diesem Gesichtspunkte schien es mir von Interesse, Staubfiguren auf Harzplatten von beiderlei Art zu beobachten. Bei den ersten Versuchen glaubte ich in der That — zwar keine Umkehrung jenes Verhältnisses — aber doch solche Verschiedenheiten gefunden zu haben, welche wenigstens anzudeuten schienen, dafs die besagte Verschiedenheit der Harze an der Gestaltung der Staubfiguren ihren wesentlichen Antheil habe. Bei näherer Untersuchung hat sich jedoch herausgestellt, dafs jene Verschiedenheiten von anderen Nebenumständen herrührten, und *dafs die charakteristischen Typen beider Staubfiguren in gleicher Weise auf allen untersuchten Harzen auftreten, dieselben mögen beim Lullin'schen Versuche ein positives oder negatives Verhalten zeigen* [1]).

So verhalten sich z. B. die meisten Harze einerseits, und feines rothes Siegellack (und Kolophonium [2])) ander-

1) Hiernach ist die bezügliche Stelle meiner Notiz im 179. Bande des Dingler'schen polyt. Journals, S. 435 und 436 zu berichtigen.

2) Als ich eine Probe von einer Platte aus Kolophonium, die ich behufs der Darstellung der Lichtenberg'schen Figuren gegossen hatte, auf ihr Verhalten beim Lullin'schen Versuche prüfte, fand ich dieselbe

Digitized by Google

seits, beim Lullin'schen Versuche gerade entgegengesetzt, während doch die Lichtenberg'schen Figuren auf allen diesen Materialien in gleicher Weise mit ihren charakteristischen Typen auftreten. Ich habe auch bei genauer Beobachtung aller Einzelnheiten in den auf Harzen von beiderlei Art erzeugten Staubfiguren keine dadurch bedingten Unterschiede auffinden können.

Daraus scheint hervorzugehen, dafs für die Lichtenberg'schen Figuren und den Lullin'schen Versuch nicht ein gemeinschaftliches Erklärungsprincip in der hydroelektrischen Erregung durch discontinuirliche Entladung Geltung haben kann.

Es entsteht nun weiter die Frage, ob dieses Erklärungsprincip, wenn es auch nicht für beide Erscheinungen anwendbar ist, doch vielleicht für die eine oder für die andere — im Einklange mit allen bisher beobachteten Thatsachen — beibehalten werden kann.

Was zunächst den *Lullin'schen Versuch* betrifft, so *sprechen meine Beobachtungen für die Riefs'sche Theorie*, wenn man (mit Müller) annimmt, dafs denjenigen Substanzen, welche den Dampfkessel des Faraday'schen Apparates positiv machten, eine hydroelektrisch positive Erregung zuzuschreiben ist; denn eben diese Substanzen haben beim Lullin'schen Versuche die Durchbohrungen an der positiven Spitze veranlafst. Was gegen diese Annahme geltend gemacht werden könnte, wäre die in der Alinea 2098 constatirte Thatsache von der negativen Erregung einer Schellackstange im Dampfstrome, während dasselbe Harz beim Lullin'schen Versuche sich positiv verhält. Doch scheint mir dieser Umstand, bevor er als eine entscheidende Einwendung betrachtet werden kann, noch einer näheren Untersuchung zu bedürfen; denn, so wie es z. B. von Kolophonium Sorten giebt, welche ein negatives, und andere,

positiv, obgleich dasselbe Harz *vor* dem Umschmelzen, in derselben Weise untersucht, *negativ* befunden worden war. Hierauf gründet sich die beigefügte Bemerkung, mit welcher ich oben das Kolophonium unter den negativen Substanzen aufzählte.

Digitized by Google

welche ein positives Verhalten beim Lullin'schen Versuche zeigen, so mag es auch beim Schellack vorkommen, und darin eine Lösung jenes scheinbaren Widerspruches sich finden lassen.

Wollte man aber (mit Faraday) annehmen, dafs die Umkehrung des Ladungszustandes der Hydroelektrisirmaschine dadurch zu Stande gekommen ist, dafs die vom Dampfe mitgeführten Substanzen durch ihre Reibung an den Canalwänden negativ elektrisch geworden sind, so würde sich hieraus über das hydroelektrische Verhalten eben dieser Substanzen noch keine Folgerung ergeben. Dasselbe müfste vielmehr erst untersucht werden, um sodann, im Vergleiche mit dem oben nachgewiesenen Verhalten beim Lullin'schen Versuche, über das Zutreffen der Riefs'schen Theorie entscheiden zu lassen.

Ueber die zweite Frage: ob die Hypothese einer hydroelektrischen Erregung der von einer discontinuirlichen Entladung getroffenen Fläche — wenn sie zur Erklärung des Lullin'schen Versuches als unzulässig sich erweisen sollte — bei den Lichtenberg'schen Figuren anwendbar sey, — über diese Frage geben meine Versuche keinen weiteren Aufschlufs, sondern zeigen eben nur, dafs *jene Hypothese nicht als gemeinschaftliches Erklärungsprincip* beider Erscheinungen benutzt werden kann.

Die Einwendungen, welche Reitlinger[1]) auf Grundlage seiner eigenen und der Beobachtungen Anderer gegen diese Erklärung erhoben hat, enthalten unverkennbar wichtige Gründe zu Gunsten der Annahme, dafs die Ursache der charakteristischen Formverschiedenheit der den beiden Elektricitäten entsprechenden Staubfiguren in der Verschiedenheit der Bewegungen zu suchen sey, welche den elektrisirten Theilchen an beiden Elektroden zugeschrieben werden mufs, — wenn man die Erscheinungen des elektrischen Lichtes, dann der Ueberführung materieller Theilchen von der positiven zur negativen Elektrode, und noch

1) Insbesondere in der Abhandlung: »Erläuterungen der Lichtenberg'schen Figuren« (Wiener Sitzungsberichte 1861).

Digitized by Google

viele andere dieser Art [1]) in Betracht zieht. Gleichwohl sind diese Vorgänge noch zu wenig genau bekannt, und auch der Einfluſs von mancherlei Nebenumständen bei der Bildung der Staubfiguren noch viel zu wenig erforscht, als daſs man es unternehmen könnte, die im Principe angedeutete Erklärung derselben mit einer auf Einzelnheiten eingehenden Ausführlichkeit zu entwickeln. Dagegen scheint mir die von demselben Physiker auf Grundlage eben dieses Principes versuchte Erklärung des Lullin'schen Versuches mit meinen Beobachtungen nicht vereinbar zu seyn, indem sie mit den bei gewissen Substanzen regelmäſsig an der positiven Spitze eintretenden Durchbohrungen im Widerspruche ist.

In Anbetracht der bisher bekannten Thatsachen, im Zusammenhange mit meinen Beobachtungen über die den Gegenstand dieser Abhandlung bildenden Erscheinungen, stellt sich demnach das Ergebniſs heraus, *daſs bei dem gegenwärtigen Stande der Streitfrage, hinsichtlich des Lullin'schen Versuches das Erklärungsprincip von Rieſs, und bezüglich der Lichtenberg'schen Figuren jenes von Reitlinger die Wahrscheinlichkeit für sich habe.*

Versuche im luftverdünnten Raume habe ich noch nicht angestellt. Nach der Theorie von Rieſs wäre zu erwarten, daſs auch bei Anwendung von positiven Substanzen die Durchbohrungen nahezu in der Mitte zwischen beiden Spitzen eintreten würden, so wie es beim Versuche von Tremery stattfand.

Innsbruck, 15. April 1866.

1) Die Hypothese, daſs den elektrisirten Theilchen an der positiven Elektrode eine gröſsere Summe von lebendiger Kraft innewohne, läſst sich auch aus der bekannten Thatsache der stärkeren Erwärmung an der negativen Elektrode ableiten.

Digitized by Google

VI. *Beobachtung der Schwingungsform tönender Platten durch Spiegelung; von Dr. A. Kundt.*

Befestigt man, wie Lissajous es bei Stimmgabeln und andern tönenden Körpern gethan, auf einer Klangscheibe einen kleinen Spiegel und beobachtet in demselben das Bild eines leuchtenden Punktes, so wird während des Tönens der Scheibe dieser Punkt, wie bei den Stimmgabeln, als eine kleine Lichtlinie erscheinen; Gröfse und Richtung dieser Linie wird jedoch, bei gleicher Art und Intensität des Schwingens, sich ändern mit dem Orte an dem man auf der Scheibe den kleinen Spiegel anbringt. Die Richtung der entstehenden leuchtenden Linie ist bedingt durch die Richtung der Biegungen der Scheibe an der Stelle, wo sich der Spiegel befindet, und die Gröfse der Linie hängt von der Gröfse der Biegungen ab.

Könnte man nun von einem jeden Flächenelement einen leuchtenden Punkt reflectiren lassen, und alle zugleich beobachten, so würde man damit im Stande seyn die Biegungen der gesammten Scheibe, d. i. ihre Schwingungsform zu übersehen.

Diefs läfst sich auf folgende Weise erreichen: Eine belegte Spiegelglasscheibe *A* ist in der Mitte durchbohrt und an einem Gestell, das bei *B* um eine horizontale, bei *C* um eine verticale Axe drehbar ist, wie aus Fig. 8 Taf. X ersichtlich. Ihr gegenüber steht ein Gestell *DD* in einer Entfernung von etwa 10 Fufs. An den quadratischen Rahmen dieses Gestelles kann leicht ein Bogen geschwärztes Papier befestigt werden, in das eine Anzahl gleich weit von einander abstehender runder Löcher eingeschlagen sind. Die hintere Seite dieses durchlöcherten Papiers ist mit durchscheinendem weifsen Seidenpapier überzogen, so dafs also, gegen das Tageslicht gesehen, alle Löcher gleich hell erscheinen.

Die angewandten Klangscheiben hatten etwa 10 Zoll

im Durchmesser und der Schirm mit den Löchern bildete ein Quadrat von etwa 2 Fuſs Seite.

Stellt sich nun ein Beobachter, wenn der Schirm am Fenster steht, etwas seitwärts von demselben auf, so wird er, in welcher Entfernung sich auch die Klangscheibe befindet, bei passender Einstellung derselben durch die Drehungen bei *B* und *C*, den Schirm mit den Löchern so in der Platte gespiegelt sehen, daſs diese ganz und gar mit kleinen weiſsen Punkten bedeckt erscheint. Wird dieselbe sodann ins Tönen gebracht, so wird jeder Punkt, je nach der Stelle des Spiegels von der er reflectirt erscheint, eine Linie von bestimmter Richtung und Gröſse beschreiben. Die Linien werden zusammen eine Figur bilden, die dann ein Bild der Schwingungsform der Platte giebt.

Ich habe quadratische und kreisrunde Scheiben angewandt und in Fig. 9 Taf. X sind unter 1*a*, 2*a*, 3*a*, einige der einfacheren Figuren, die man beim Tönen erhält, abgebildet. Die Löcher des angewandten Schirmes hatten einen Abstand unter einander von 1 Zoll und hatten $\frac{1}{8}$ Zoll im Durchmesser. Um die Zeichnungen in Fig. 9 nicht zu complicirt zu machen, ist in denselben nur etwa $\frac{1}{4}$ der Punkte gezeichnet. Ich habe auch Schirme angewandt, in denen die Löcher enger oder weiter als 1 Zoll von einander standen, und andere Durchmesser als der angegebene hatten. Für Klangscheiben von 10 Zoll Durchmesser schien mir aber ein einzölliger Abstand der leuchtenden Punkte unter einander am Besten. Die leuchtenden Punkte sind in den Figuren nicht als gerade Linien gezeichnet, sondern die meisten, und so erscheinen sie auch wirklich in der spiegelnden Klangscheibe, als kleine Bogenstücke. Dieſs rührt daher, daſs bei starker Intensität des Tones der Klangscheibe ein Punkt während einer ganzen Oscillation nicht mehr von ein und demselben Flächenelement der Scheibe reflectirt wird, sondern nacheinander von nahe neben einander liegenden, die der entstehenden Lichtlinie in jedem Moment eine etwas andere Richtung geben.

Zu den gezeichneten Figuren sind unter 1*b*, 2*b*, 3*b* die

Digitized by Google

zugehörigen Chladni'schen Sandfiguren angegeben. Dem äufseren Anscheine nach haben die Sand- und Spiegelungsfiguren wenig Gemeinschaftliches; statt des diagonalen Kreuzes in 1*b* erblickt man in 1*a* vielmehr ein aufrecht stehendes. Die Knotenlinien, die der Sand angiebt, entziehen sich in den Spiegelungsversuchen dem Auge, denn gerade da, wo der Sand ruht, erscheinen die leuchtenden Punkte als langgezogene Linien. An den Stellen nämlich, an denen der Sand ruht, ist zwar im Allgemeinen die Bewegung der Platte ein Minimum, die Theilchen werden hier am Wenigsten aus ihrer ursprünglichen Ebene herausbewegt, aber eine hin- und hergehende Biegung findet doch statt, und zwar gerade um die Knotenlinie als Axe; und deshalb sind auch die Lichtlinien immer senkrecht gegen die Sandlinien gerichtet.

Die Spiegelungsfiguren sind denen sehr ähnlich, welche Prof. Melde[1]) erhielt, als er eine Klangscheibe, bevor sie mit Sand bestreut wurde, mit einem dünnen Ueberzug von Kalkbrei bedeckte. Indem Sandkörner zu den Knotenpunkten wanderten, verzeichneten sie ihren Weg in diesem Kalkbrei. Die Uebereinstimmung der so und durch Spiegelung erhaltenen Figuren zeigt, dafs auch die Sandkörner immer in der Richtung der Biegung eines Flächentheilchens, das ist die Richtung die an jeder Stelle die erscheinende Lichtlinie bei der Spiegelung angiebt, fortgeschleudert wird.

Bei der kreisförmigen Scheibe Fig. 9 Taf. X (3*a*) kann man sowohl einen vierstrahligen, wie sechs-, wie achtstrahligen Stern erhalten. Bei derselben Platte zeigte sich aufserdem folgende Eigenthümlichkeit. Wenn dieselbe an einer Stelle des Randes angefafst, und an einer passenden Stelle mit dem Bogen gestrichen wurde, so bildeten sich auf derselben vier radiale Sandknotenlinien sehr gut. Liefs ich die Stelle des Randes dann während des Tönens los oder wurde von vornherein keine Stelle des Randes berührt, so entstanden, auch wenn die Platte den zugehörigen Ton sehr intensiv gab, die vier Knotenlinien nicht, der

1) Diese Ann. Bd. CIX, S. 43.

Digitized by

Sand hüpfte auf der Platte umher, ohne an einer Stelle zu ruhen. Bekanntlich beruht dieſs darauf, daſs bei einer nicht am Rande an passender Stelle befestigten runden Scheibe die Knotenlinien immerwährend ihre Stellen ändern. Dieſs lieſs sich nun sehr deutlich durch die Spiegelung erkennen. So lange die Scheibe am Rande gehalten wurde und die Sandfigur entstand, erschienen die Punkte als Linien, wurde dagegen die Scheibe nicht gehalten, so gingen diese Linien in Kreise und Ellipsen über, die immerwährend ihre Form änderten, bis dann nach einiger Zeit die Figur wieder aus Linien gebildet war, die sich wieder zu Ellipsen öffneten.

Um die Spiegelungsfiguren nicht nur bei Tages-, sondern auch bei Flammenlicht beobachten zu können, sind hinten an dem Gestell *DD* vier Gasbrenner angebracht, die in ein gemeinschaftliches Rohr münden. Durch dieselben werden die sämmtlichen Löcher des Schirmes ziemlich gleichmäſsig erhellt. Man kann statt dessen auch ein Stück Magnesiumdraht hinter dem Schirm anzünden.

Bei Anwendung von auf der hinteren Seite belegtem Spiegelglase zu den Klangscheiben erhält man immer doppelte Bilder der leuchtenden Punkte, die etwas stören, will man die Figuren recht klar erhalten, so ist es besser polirte Metall- oder versilberte und polirte Glasplatten anzuwenden.

Daſs man, statt die Löcher im Schirm in gleichen Abständen anzubringen, aus eingeschnittenen Löchern und Linien eine regelmäſsige Figur bilden könnte, die dann während des Tönens zu irgend einer andern Figur würde, ist wohl kaum nöthig zu erwähnen.

Digitized by Google

VII. *Ueber einige Arten der Erzeugung von Tönen durch Flammen; von Dr. A. Kundt.*

Es ist eine bekannte Erfahrung, dafs ein Gasbrenner, wie er sich in den Strafsenlaternen befindet, bei welchem die breite Flamme durch zwei schräg gegeneinander gerichtete Gasströme hervorgebracht wird, zuweilen einen sehr deutlichen anhaltenden Ton erzeugt Die Beobachtung, dafs während des Tönens die Flamme meist eine eigenthümliche Form zeigt, führte mich darauf, zu untersuchen, ob dieser Ton durch irgend eine Reibung des ausströmenden Gases gegen die scharfen Kanten der Oeffnungen des Brenners oder durch eine Reibung der beiden glühenden Gasströme gegen einander erzeugt werde. Bei dieser Gelegenheit habe ich auch die bisher bekannten Versuche über die Erzeugung von Tönen durch Flammen, glühende Drahtnetze und heifse Luftströme wiederholt und bin dabei zu einigen Abänderungen bekannter Versuche und zur Anstellung einiger neuen geführt, die ich im Folgenden kurz beschreiben will.

Ich theile zuerst die Versuche mit, die angestellt wurden, um zu entscheiden, ob zwei Gasströme, glühend oder nicht glühend, die schräg gegen einander gerichtet sind, einen Ton erzeugen können und unter welchen besonderen Bedingungen das Tönen eintritt.

1. Läfst man aus zwei Spitzen zwei Windströme austreten und richtet diese unter irgend einem Winkel gegeneinander, so vernimmt man gewöhnlich einen oder eine Anzahl sehr hoher leiser Töne. Richtet man die Ausströmungsröhren so ein, dafs man ein weites Glasrohr über dieselben schieben kann, so ändert sich der vorher gehörte schwache Ton wohl, der Eigenton der übergeschobenen Röhre tritt aber durchaus nicht sehr stark hervor.

2. Läfst man, wenn kein Rohr übergeschoben ist, durch die beiden Spitzen *bb'* (Fig. 13 Taf. X) Leuchtgas treten und

Digitized by Google

zündet dieſs an, so zeigt die aus beiden Gasströmen gebildete Flamme, wenn beide Ströme genau gleich stark und genau gegen einander gerichtet sind, die gewöhnliche Form eines Straſsengasbrenners und man vernimmt keinen Ton. Ist jedoch der eine Gasstrom stärker als der andere oder ändert man die Richtung der beiden gleichen Ströme gegen einander, so daſs sie nicht mehr gerade gegen einander, sondern etwas neben einander vorbei gehen, so hört man gewöhnlich einen schwachen hohen Ton, dessen Intensität indessen gröſser ist, als wenn statt zweier Flammen, zwei Luftströme gegen einander gerichtet sind.

3. Schiebt man über die beiden gegen einander brennenden Flammen eine Röhre (Fig. 13 Taf. X), so vernimmt man ebenfalls, wenn die Flammen gleich und gerade gegen einander gerichtet sind, so daſs sie sich zu einer ruhigen breiten Flamme vereinigen, keinen Ton. Aendert man nun aber die Gröſse der einen Flamme oder die Richtung der beiden Flammen gegen einander, so daſs die eine etwas seitlich neben der andern vorbeigeht [1]), so tritt der Eigenton der Röhre, wie bei der chemischen Harmonica mit groſser Intensität auf. Dabei zeigt die Flamme meist eine eigenthümliche Form. Die beiden einzelnen Flammen oder die eine, aus beiden gebildete, verlängert sich und zeigt dabei, wenn auch etwas unregelmäſsig, die von mir im vorigen Heft dieser Annalen beschriebene helle und dunkle Schichtung Fig. 7 Taf. X. Man sieht die schichtenweise Anordnung am besten, wenn man das übergeschobene Rohr so hält, daſs eine Stelle der Wandung desselben die Flamme fast berührt.

Gehen die beiden Gasströme so neben einander vorbei, daſs man zwei getrennte Flammen sieht, so ist die Schichtung gewöhnlich nur schwach angedeutet, wie es früher für Orgelpfeifen von mir angegeben und in Fig. 4 Taf. X gezeichnet ist.

1) In der Figur sind die beiden Brennerspitzen b und b' versehentlich etwas zu sehr gekreuzt gezeichnet, so daſs die Flammen zu getrennt neben einander vorbeibrennen.

Digitized by Google

4. Erzeugen die beiden gegen einander brennenden Flammen einen deutlichen Ton, so zeigen auch die beiden Flammen oder die eine aus ihnen gebildete ganz dasselbe Verhalten, wie die Flamme der chemischen Harmonica. Im rotirenden Spiegel sieht man, dafs die Flammen abwechselnd in die Höhe brennen und verlöschen und zwar brennen beide Flammen gleichzeitig in die Höhe und löschen gleichzeitig aus.

Man könnte daher meinen, die Tonerregung sey ganz die der chemischen Harmonica, in der nur die erregende Flamme eine besondere Form hat. Wenn aber auch sehr ähnlich, so ist doch der Vorgang, wie bei der chemischen Harmonica und in unserem Falle der Ton erzeugt wird, nicht vollständig derselbe.

Durch die vielen Untersuchungen über die chemische Harmonica, besonders durch die neueren, ist wohl zur Genüge erwiesen, dafs durch die Wirkungen des Luftzuges auf die Flamme diese in Vibration geräth, und diese ordnen sich dann bald so, dafs sie dem Eigenton der Röhre entsprechen. Was bei der chemischen Harmonica die gegenseitige Wirkung von Luftzug und Flamme bewirkt, bewirkt in unserem Fall die gegenseitige Wirkung der beiden Flammen aufeinander, wobei denn der durch das Rohr gleichzeitig gehende Luftzug ebenfalls noch eine Rolle spielt. Dafs eine eigenthümliche Wirkung der beiden glühenden Gasströme auf einander die eigentliche Quelle der Tonerregung ist, ergiebt sich daraus, dafs der Ton sofort aufhört, wenn man eine der beiden Flammen auslöscht. Der Ton hört auch sofort auf, wenn man die Gasströme so regelt, dafs sie Flammen von gleicher Gröfse liefern und dann diese direct gegen einander brennen läfst. Es ist zur Tonerzeugung nöthig, dafs die Flammen entweder ungleich sind, oder etwas neben einander vorbeibrennen. Nur dann gerathen sie, sey es durch eine Art Reibung der einen gegen die andere, wie ein Luftstrom der gegen das Labium einer Pfeife geht, sey es auf eine andere Weise in kleine Vibrationen, von denen dann diejenigen, die dem Eigenton

Digitized by Google

des Rohres entsprechen, besonders verstärkt werden. Ist keine Röhre übergeschoben, so entsteht immer nur ein ziemlich hoher Ton, *und dieser ist auch der, den man bei den Gasbrennern so oft hört.*

5. Man kann die eine der tonerzeugenden Flammen auch durch einen Luftstrom ersetzen. Läfst man die Flamme des Rohres *b* brennen und bläst durch *b'* (Fig. 13 Taf. X) einen Luftstrom gegen dieselbe, so hört man den Ton des übergeschobenen Rohres ebenfalls. Hier kann zur Tonerregung freilich auch noch die Temperaturdifferenz zwischen Flamme und Luftstrom mitwirken. Dafs durch den gegengeblasenen Luftstrom nicht etwa kleine Explosionen entstehen, woraus man früher den Ton der chemischen Harmonica erklärte, und woraus Faraday auch den rollenden Ton herleitete, den man vernimmt, wenn man einen Luftstrom in eine Flamme bläfst, ergiebt sich daraus, dafs man statt Luft, ebensowohl Kohlensäure durch das Rohr *b'* blasen kann. Bläst man nicht allzuviel Kohlensäure zu, so verlischt die Flamme nicht, und der Ton tritt mit grofser Deutlichkeit auf.

6. Der Gedanke, dafs eine Art von Reibung der beiden Flammen gegen einander oder von Flamme und Luftstrom in den obigen Versuchen und auch in der chemischen Harmonica der erste Anlafs zum Entstehen des Tones sey, veranlafste mich zu versuchen, ob nicht ein Ton entstehen würde, wenn man eine Flamme statt gegen eine andere, gegen eine feste Wand brennen lasse. Als nun die eine Flamme in Fig. 13 Taf. X gelöscht war, so dafs also kein Ton gehört wurde und die andere der Wand der übergeschobenen Röhre genähert wurde, trat der Ton sogleich wieder auf, und dabei zeigte sich die früher beschriebene Schichtung der Flamme, wie sie in Fig. 7 gezeichnet ist, sehr schön. Da die Klangröhre jedesmal springt wenn man die Flamme gegen die Wand derselben eine Zeit lang brennen läfst, so habe ich den in Fig. 11 Taf. X gezeichneten Apparat construirt, bei dem einmal ein Springen der Klangröhre nie eintritt, und der andererseits er-

Digitized by Google

laubt für jede einzelne Klangröhre die günstigsten Bedingungen für die Erzeugung des Tones leicht herzustellen.

Auf dem unteren Brett des Stativs, welches das Klangrohr *a a* in einer Klemme hält, sind zwei kleine Schienen, zwischen denen zwei kleine Bretter verschiebbar sind, auf deren einem sich ein verticales Rohr *b* befindet. In dieses kann durch einen Hahn und ein Kautschuckrohr von einer Gasleitung Gas eintreten. Auf das Messingrohr *b* ist mit einem Stückchen Kautschuckschlauch die eigentliche Brennerspitze *e* aufgesetzt. Dieselbe ist aus Glas und hat eine Form wie es in Fig. 6 Taf. X gezeichnet. Das andere zwischen den Schienen verschiebbare Brettchen trägt die Messingstange *c*. Auf diese ist ein dünnes etwa 9 Zoll langes, 1 Zoll breites und halbcylinderförmig gebogenes Messingblech *d* befestigt. Gegen dieses Blech brennt die Flamme; dadurch ist, wenn auch das Blech dicht an die Wand der Glasröhre *a a* anliegt, das Springen dieser letzteren vollständig vermieden. Dadurch, dafs sowohl *b* wie *c* mit den Brettchen, auf denen sie befestigt sind, in den Schienen verschoben werden können, können sie, jenachdem die Röhre *a a* weiter oder enger ist, einander genähert oder von einander entfernt werden. Es gelingt immer bald für jede Klangröhre eine passende Brennerspitze, auf die sehr viel ankommt, auszuwählen, und Flamme und Blech so gegen einander einzustellen, dafs der Ton entsteht. Viel hängt dabei davon ab, an welcher Stelle des Rohres *a a* sich die Flamme befindet. Wie bei der chemischen Harmonica mufs sich dieselbe im untern Drittel des Rohres befinden, und wird man, wie bei dieser durch Verschieben des Rohres in der haltenden Klemme leicht die beste Stellung finden.

Ist der Apparat richtig eingestellt, so erklingt der Grundton des Rohres sehr voll und stark und dabei zeigt die Flamme die Anordnung in helle und dunkle Schichten sehr regelmäfsig und scharf. Der Abstand der hellen Schichten von einander ist hier ebenso wie es früher für die Orgelpfeifen angegeben, abhängig von der Länge der tönenden

Digitized by Google

Luftsäule. Im rotirenden Spiegel sieht man, dafs auch hier die ganze Flamme abwechselnd in die Höhe brennt und erlöscht, und überhaupt verhält sich hier die tonerregende Flamme ganz ebenso wie die Flammen innerhalb tönender Pfeifen.

Wenn auch gewifs bei der eben beschriebenen Art von Tonerzeugung der Luftzug, der durch die Flamme in dem Rohre entsteht, nicht ohne Wichtigkeit für das Auftreten des Tones ist, so kann doch wohl nicht bezweifelt werden, dafs die ursprüngliche Anregung zum Ton hervorgebracht wird dadurch, dafs die Flamme sich gewissermaafsen an der Blechwand reibt, wie ein Luftstrom sich am Labium einer Pfeife reibt.

7. Bei den bisher besprochenen Arten der Tonerzeugung spielt wohl die Temperatur eine Rolle, nicht aber eigentlich direct die Temperaturdifferenz zwischen zwei Körpern. Anders ist dieſs bei dem zuerst von Rijke[1]) beobachteten Ton, der entsteht, wenn man ein in einer vertical gehaltenen Röhre befestigtes Drahtnetz durch eine Flamme erhitzt und dann die Flamme entfernt. Hier ist gerade die Temperaturdifferenz des Drahtnetzes und des durch die Röhre gehenden kalten Luftzuges, die Ursache des Tönens, und der Ton hört auf, sobald diese Temperaturdifferenz durch Abkühlung des Drathnetzes ausgeglichen ist. Ebenso beruht der von Boscha bei Rijke's Versuchen beobachtete Ton, der zuweilen im ersten Moment beim Unterschieben der Flamme gehört wird, auf der Temperaturdifferenz des heifsen Gasstromes oberhalb der Flamme und des kalten Drahtnetzes und der Ton verschwindet daher auch, sobald das Drahtnetz warm wird. Kann man in beiden Fällen die Temperaturdifferenz erhalten, was bei dem ersten Ton, wie Rijke angiebt, dadurch geschen kann, dafs man das Drahtgewebe durch einen sehr starken galvanischen Strom im Glühen erhält, und bei dem zweiten Ton nach Riefs[2]) dadurch, dafs man das Drathnetz im

1) Pogg. Ann. Bd. CVII, S. 339.
2) Pogg. Ann. Bd. CIX, S. 145.

Digitized by

oberen Drittel der Röhre anbringt und auf geeignete Weise von aufsen durch Wasser abkühlt, so hält auch in beiden Fällen der Ton an. Um das Drahtnetz glühend zu erhalten, ist ein sehr starker galvanischer Strom erforderlich, den man nicht immer zur Disposition hat. Ich habe eine andere Methode gefunden, mittelst welcher man den von Rijke gefundenen Ton sehr leicht anhaltend erzeugen kann.

In dem Rohr *aa'* Fig. 10 Taf. X befindet sich bei *b* das Drahtgewebe in Form einer kleinen Schaale, die von oben in das Rohr eingeschoben sich federnd hinreichend fest an ihrer Stelle hält. In diese kleine Drahtschaale wirft man einige Schnitzelchen Platinblech oder Platindraht und läfst nun durch das Rohr *C* Leuchtgas in das Rohr *aa'* gehen. Indem dieses mit Luft vermischt das Platin trifft, welches in der kleinen Drahtschaale liegt, wird dasselbe, besonders wenn man es vorher etwas angewärmt hatte, glühend, und theilt dabei seine Wärme dem Drathgewebe mit, so dafs dieses, wenn auch nicht glühend, so doch heifs wird. Sobald das Platin glüht, fängt auch der Ton des Rohres an, und so lange von unten Gas zuströmt, hält der Ton ganz constant an. Um das ausströmende Gas nun nicht längere Zeit unverbrannt in die Luft entweichen zu lassen, kann man dasselbe oberhalb bei *a'* anzünden. Der Ton des Rohres ändert sich dadurch wohl etwas, bleibt aber deutlich und constant, und wenn das Gas unten in richtigem Maafse und richtig mit Luft vermengt zuströmt, so brennt auch die Flamme oben ziemlich ruhig. Dicht über dem Glasrohr zeigt sie oft eine eigenthümliche Form; der Theil derselben ganz nahe dem Rohre sieht aus wie ein Stück einer cannelirten Säule.

Ich benutze für den Versuch, der für Vorlesungen, wie mir scheint, recht instructiv ist, das Gestell der Fig. 11 Taf. X. Das Brettchen mit dem Träger *c* und dem Messingblech *d* wird entfernt, auf *b* wird statt der gebogenen Glasspitze eine gerade aufgesetzt, und das Glasrohr mit dem Drahtgewebe in die Klemme eingesetzt.

Digitized by Google

Man kann den Ton, den ein heifses Drahtnetz erzeugt, noch auf eine andere Weise constant machen, doch tritt bei dieser Anordnung des Versuches das eigentliche Entstehen des Tones durchaus nicht so klar, wie in der vorigen, zu Tage. In Fig. 12 Taf. X befindet sich in dem Glasrohr bei *b* ein rundgedrücktes Drahtgewebe; die Spitze *c*, durch die Leuchtgas zuströmen kann, ist etwa 5^{mm} von dem Drahtnetz entfernt. Strömt nun Gas aus, so gelingt es meist, diefs oberhalb des Netzes in dem Rohr anzuzünden. Es entsteht dann ein starker Ton, und die Flamme zeigt eine unregelmäfsige Form, in der aber die Schichtung oft sehr deutlich hervortritt. Diese Flamme dient eigentlich nur dazu, um das Drahtnetz heifs zu halten, und das kalte Gas und die kalte Luft, die von unten zuströmen, gerathen an dem Netze in Vibrationen. Ob aber in diesem Versuche nicht vielleicht die Flamme selbst mit zur Tonerregung beiträgt, lasse ich dahingestellt.

Die angewandten Drahtnetze waren von Eisen und hatten ungefähr 700 Löcher auf den Quadratzoll.

VIII. *Ueber die durch Fluorescenz hervorgerufene Wärmestrahlung;*
von Prof. Dr. Victor Pierre in Prag.

(Mitgetheilt von Hrn. Verf. aus d. Sitzungsberichten d. Wien. Akad. Bd. LIII.)

Es ist wiederholt die Frage gestellt worden: ob durch Fluorescenz auch strahlende Wärme erzeugt werde? und es haben Studnicka (Wien. Akad. Ber. XLIV, 2, S. 289) und Fürst Salm-Horstmar (Pogg. Ann. XCIII, S. 54) dieselbe im bejahenden Sinne beantworten zu müssen geglaubt. Insofern als sichtbaren Strahlen Wärmewirkungen zukommen, ist es im Grunde überflüssig jene Frage zu stellen,

Digitized by

da es feststeht, dafs durch Fluorescenz solche sichtbare Strahlen entstehen, von denen man weifs, dafs sie thermoskopisch wirksam sind. Es kann sich sonach nur um die Frage handeln, ob durch Fluorescenz auch dunkle, d. h. solche Wärmestrahlen entstehen, deren Wellenlänge gröfser ist als jene der äufsersten rothen Strahlen?

In dieser Richtung habe ich mich bereits vor neun Jahren mit der Frage zu beschäftigen angefangen, konnte jedoch zu keinem genügenden Resultate kommen. Ich schrieb jedoch damals die Ursache des Mislingens meiner Versuche dem in der That sehr unvollkommenen Apparate zu, über den ich verfügen konnte. Seither in den Besitz besserer Apparate gelangt und unter günstigeren Localverhältnissen nahm ich die Untersuchung von Neuem auf, und die Ergebnisse derselben bilden den Gegenstand vorliegender Mittheilung.

Es schien mir der beste Weg, die Frage zu entscheiden, der zu seyn, dafs man das Licht der Sonne oder einer künstlichen, constanten Lichtquelle zuerst durch ein *durchsichtiges*, für dunkle Strahlen aber undurchgängiges oder wenigstens nur wenig durchgängiges Medium hindurchleitet, dann auf die *freie Oberfläche* eines fluorescirenden Stoffes fallen läfst und die thermoskopische Wirkung der zurückgeworfenen Strahlen mifst. Kehrt man dann den Vorgang um, indem man das Licht zuerst auf den fluorescirenden Stoff direct wirken läfst, und dann den reflektirten Bündel, bevor er das Thermoskop trifft, durch dasselbe für dunkle Strahlen undurchgängige Mittel wie früher hindurchleitet, so müfste man, wenn durch Fluorescenz dunkle Strahlen entstanden sind, im zweiten Falle eine Verminderung der thermoskopischen Wirkung beobachten.

Ist nämlich s die Menge der leuchtenden, d jene der dunklen Strahlen im einfallenden Lichte, so ist die Menge der aus der eingeschalteten Platte austretenden Strahlen beziehungsweise αs und βd. Durch Reflexion gehen diese Mengen über in $\varrho\alpha s$ und $\varrho'\beta d$. Es soll nun durch Fluorescenz eine neue Quantität leuchtender und dunkler Strah-

Digitized by Google

len entstehen, und zwar durch die Strahlung αs die Menge $f\alpha s$ leuchtender und $f'\alpha s$ dunkler Strahlen; durch die Strahlung βd die Menge $f''\beta d$ dunkler Strahlen. Die gesammte Strahlenmenge, welche auf das Thermoskop wirkt, ist demnach:

$$M = \alpha s\,(\varrho' + f'') + \beta d\,(\varrho' + f'') + f'\alpha s.$$

Fällt das Licht direct auf den fluorescirenden Stoff, so erhält man im reflektirten Lichte die Strahlenmenge ϱs und $\varrho' d$ in Folge der blofsen Reflexion; durch Fluorescenz kommen hinzu die Mengen fs leuchtender und $f's$ dunkler Strahlen von Seite der einfallenden Strahlung s, ferner die Menge $f'd$ dunkler Wärmestrahlen von Seite der Strahlung d. Gehen diese Strahlen durch dieselbe Platte wie früher durch, so treten aus derselben aus die Mengen $\alpha s\,(\varrho + f)$ sichtbarer, und $\beta d\,(\varrho' + f'') + \beta f's$ dunkler Strahlen, so dafs die auf das Thermoskop wirkende Strahlenmenge seyn wird:

$$M' = \alpha s\,(\varrho + f) + \beta d\,(\varrho' + f'') + \beta f's.$$

Es ist daher

$$M - M' = f's\,(\alpha - \beta)$$

oder wenn $\beta = 0$, d. h. das Medium für dunkle Strahlen adiatherman wäre:

$$M - M' = f'\alpha s.$$

Ich stellte nun die Versuche sowohl mit dem Lichte der sogenannten Locatelli'schen *Lampe* als auch mit Sonnenlicht an. Da jedoch die Strahlenintensität bei Locatelli's Lampe so gering war, dafs keine bemerkbaren Fluorescenzerscheinungen auftraten, legte ich auf die durchaus negativen Resultate dieser Versuche, trotzdem ich mich zur Messung der Stromstärken eines sehr empfindlichen Spiegelgalvanometers bediente, kein besonderes Gewicht und benutzte bei den weiteren Versuchen ausschliefslich Sonnenlicht. Aber auch bei diesem stöfst man auf erhebliche Schwierigkeiten. Namentlich ist es die durch die verschiedene Höhe der Sonne und durch die Veränderungen im Zustande der Atmosphäre bedingte Veränderlichkeit der Strahlung, auf welche man sorgfältig Rücksicht nehmen mufs, wenn man sich keinen Täuschungen aussetzen will. Es wer-

Digitized by Google

den daher nur solche Versuche brauchbare Resultate liefern können, die in der Nähe des Mittags, also bei constanter oder sehr nahe constanter Sonnenhöhe und bei möglichst wolkenlosem Himmel angestellt wurden. Die Versuche wurden in der Art ausgeführt, dafs man das durch einen Silbermann-schen Heliostat horizontal in das Zimmer geleitete Sonnenlicht mittelst eines zweiten Metallspiegels in eine für den Versuch geeignete, gegen den Horizont geneigte Richtung brachte. Das vom Metallspiegel reflektirte Licht wurde von einer in einem Metallschirme angebrachten Quarzlinse von ziemlich grofser Brennweite aufgefangen und auf die beiläufig in den Focus der Linse gebrachte freie Oberfläche einer fluorescirenden Flüssigkeit geworfen. Diese letztere befand sich in einem flachen Schälchen zwischen zwei Metallschirmen, welche mit Oeffnungen zum Durchgange der einfallenden und reflektirten Strahlen versehen und in geeigneter Weise aufgestellt wurden. Die Thermosäule war an der der Wärmequelle zugewendeten Seite mit einem kurzen cylindrischen Ansatzrohre versehen, und ganz nahe an der Oeffnung des hinteren Schirmes so aufgestellt, dafs sie den reflektirten Strahlenbündel möglichst vollständig aufzunehmen vermochte.

Zur Strommessung diente ein gewöhnlicher Thermo-Multiplicator von Silberdraht mit gut astatischer Nadel. Ein dritter Schirm diente dazu die einfallenden Strahlen nach Bedarf abzuhalten und wieder zuzulassen; derselbe befand sich zwischen der Quarzlinse und dem vorderen durchbrochenen Schirme. Anfänglich breitete ich die fluorescirende Flüssigkeit in einer dünnen Schicht auf einer matten Glasplatte aus, später zog ich es vor, dieselbe in ein Uhrschälchen zu giefsen. Es wurde jedesmal dafür Sorge getragen, dafs der Flüssigkeitsspiegel jene Höhe hatte, bei welcher der reflektirte Strahlenbündel vollständig zur Thermosäule gelangen konnte. Als Zwischenplatte diente zumeist eine geschliffene in Kork gefafste Alaunplatte von beiläufig 2 Millim. Dicke, aufser dieser versuchte ich auch ein dunkelviolettes Glas, welches keine rothen Strahlen durchliefs, so

Digitized by Google

wie auch andersfarbige (grüne, blaue und braune) Gläser. Als fluorescirende Flüssigkeiten kamen ein ätherisch-alkoholischer Auszug von Epheublättern (Chlorophyll-Lösung), und die von Rochleder aus Aesculin dargestellte, prachtvoll roth fluorescirende Substanz (Rochleder's Asculin-Roth) in Anwendung.

Bezeichnet man nun die beiden Stellungen der Zwischenplatte als vordere und hintere, je nachdem sie im einfallenden oder reflektirten Lichte sich befand, so ergaben sich folgende Resultate:

A. Chlorophyll-Lösung.

Vers. 1)	Alaunplatte	*vorne*	Ablenkung	10°
	»	*hinten*	»	10°
Vers. 2)	»	*vorne*	»	6°
	»	*hinten*	»	6°
Vers. 3)	»	*vorne*	»	13°
	»	*hinten*	»	13°
Vers. 4)	Violettes Glas	*vorne*	»	20°
	»	*hinten*	»	20°

B. Rochleder's Aesculin-Roth.

Vers. 5)	Alaunplatte	*vorne*	Ablenkung	6°
	»	*hinten*	»	6°

C. Matte Glasplatte.

Vers. 6)	Alaunplatte	*vorne*	Ablenkung	3°
	»	*hinten*	»	3°

Es war sonach bei beiden fluorescirenden Flüssigkeiten die thermoskopische Wirkung des reflectirten Bündels dieselbe, mochte die Zwischenspalte im einfallenden oder reflectirten Strahle sich befinden. Da nun kaum angenommen werden kann, dafs in allen Fällen $\alpha = \beta$ gewesen sey, um so weniger als auch bei Einschaltung verschiedenfarbiger Glasplatten die Resultate dieselben blieben, so erhellt, dafs, wenn auch nicht behauptet werden kann, dafs *absolut gar keine dunkle Wärmestrahlung durch Fluorescenz erregt wurde, dieselbe doch jedenfalls so gering war, dafs sie keine mefsbare thermoskopische Wirkung hervorbrachte,*

Digitized by Google

dafs also, wenn nicht $f' = 0$ genommen werden will, dasselbe doch jedenfalls einen nur sehr kleinen Werth haben kann. Ich möchte mich indessen in den meisten Fällen für die erstere Annahme, d. h. für $f' = 0$ entscheiden; nur beim Chlorophyll könnte die Sache vielleicht zweifelhaft seyn, insofern das f' einen von Null verschiedenen, wenn auch sehr kleinen Werth haben könnte. Untersucht man nämlich die Zusammensetzung der durch Fluorescenz entstehenden Mischfarbe durch prismatische Analyse, so geht die sichtbare Strahlung bei allen mir bisher bekannt gewordenen fluorescirenden Stoffen nicht bis an die äufserste Gränze des Roth, bei manchen Stoffen kaum über das Orange, selten weiter als bis in die Nähe der Fraunhofer'schen Linie *C*; es ist also nicht zu erwarten, dafs dunkle Strahlen von gröfserer Wellenlänge als die äufsersten rothen in merkbarer Intensität auftreten werden.

Ich habe übrigens aufser den eben angeführten auch eine Reihe anderer Versuche ausgeführt, bei welchen ich die Zwischenplatten gänzlich wegliefs, und die thermoskopischen Wirkungen, welche sich ergaben, wenn das Licht von einer Glasplatte reflektirt wurde, mit jenen zu vergleichen suchte, welche erhalten wurden als die Reflexion an der freien Oberfläche von Wasser, Aetherweingeist, Rochleder's Aesculin-Roth, oder Chlorophyll-Lösung erfolgte. Die Zusammenstellung des Apparates blieb wesentlich dieselbe wie früher, nur wurde unmittelbar hinter der reflectirenden Oberfläche die mit dem konischen Reflector versehene Thermosäule in geeigneter Stellung angebracht. Ich erhielt indessen auf diese Weise keine brauchbaren Resultate und würde die ganze Sache auch nicht weiter erwähnt haben, wenn mir dabei nicht ein Umstand bemerklich geworden wäre, welcher den Schlüssel zur Erklärung der von Studnicka erhaltenen Resultate abzugeben vermag. Bringt man nämlich ein Schälchen mit Aetherweingeist oder Chlorophyll-Lösung vor die Thermosäule, so entsteht in Folge der raschen Verdampfung eine starke Abkühlung der Flüssigkeit, in Folge welcher sich eine Strahlung von der Ther-

Digitized by Google

mosäule zur Flüssigkeit einstellt, welche für sich allein die Nadel des Multiplicators um 5 bis 6° abzulenken vermag. Setzt man eine Chlorophyll-Lösung in dem Apparate der Sonnenstrahlung aus, so sind die ersten Ausschläge aus dem eben angegebenen Grunde stets zu klein, überhaupt unregelmäfsig, weil die Verdampfung nicht immer gleich rasch vor sich geht. Läfst man aber die Bestrahlung längere Zeit dauern, so geht die Multiplicatornadel oscillirend immer mehr über die Gränze des ersten Ausschlages hinaus und erreicht endlich eine bleibende Ablenkung, welche bedeutend gröfser ist als der erste Ausschlag. Blendet man jetzt die einfallenden Strahlen ab, so kehrt die Nadel nur sehr langsam zurück und bleibt längere Zeit um einige Grade abgelenkt, eine Strahlung von der Flüssigkeit zur Säule anzeigend. Es ist also keinem Zweifel unterworfen, dafs hier eine starke Absorption von Wärmestrahlen und in Folge davon eine Erwärmung der Flüssigkeit stattgefunden hat. Gleiches, wenn auch in geringerem Grade, findet auch bei Rochleder's Aesculinroth statt. Ich glaube daher nicht zu irren, wenn ich annehme, dafs bei Studnicka's Versuchen, bei welchen eine dünne Schicht Chlorophyll-Lösung auf Glimmer aufgetragen und eintrocknen gelassen wurde, etwas Aehnliches stattgefunden habe. In der That als ich eine Glasplatte, auf der sich eine eingetrocknete Chlorophyllschicht befand, in meinen Apparat brachte, beobachtete ich genau dieselben Erscheinungen, welche an der Lösung wahrzunehmen waren. Auch ist die Differenz der Ablenkungen, welche Studnicka erhielt, so grofs, dafs wenn der von ihm benutzte Apparat dieselbe Empfindlichkeit und denselben Scalenwerth gehabt hätte wie der von mir angewandte, dieselbe einer Strahlungsdifferenz von mehr als 10 Proc. entsprochen haben würde; dabei war die Chlorophyllschicht so dünn, dafs keine Fluorescenz bemerkt werden konnte. Ich glaube daher nicht, dafs bei meinen Versuchen, bei welchen eine sehr stark fluorescirende Flüssigkeit und ein, wie ich vermuthen mufs, empfindlicherer Apparat in An-

Digitized by

wendung kam, eine so bedeutende Vermehrung der Strahlung unbemerkbar geblieben wäre.

Dafs die von Salm-Horstmar (a. a. O.) angeführte Erscheinung einfach auf eine durch Absorption bedingte Erwärmung hinauskommt, glaube ich ebenfalls mit Gewifsheit behaupten zu können.

IX. *Das Tangenten-Photometer; von Dr. Ferdinand Bothe.*

Das Bunsen'sche und die durch Wight und Desaga nach dem gleichen Principe construirten Photometer beruhen bekanntlich darauf, dafs ein durch Stearin oder Wallrath auf Papier erzeugter transparenter Fleck in dem Augenblicke für den Beobachter verschwindet, in welchem beide Papierseiten gleich hell beleuchtet sind. In den meisten Fällen vergleicht man die als Lichteinheit dienende Flamme einer sogenannten Normalkerze direct mit dem zu messenden Lichte; bei Desaga's Instrument, dem Princip der sogenannten doppelten Wägung folgend, mit einer innerhalb eines Gehäuses brennenden, der Regulirung fähigen Gasflamme, welche auf die Normalkerze eingestellt wurde. Bei allen diesen Instrumenten aber wird ein Verschieben der einen oder anderen Flamme nothwendig, welches mannigfache Unbequemlichkeiten mit sich führt.

Diese Verschiebung läfst sich dadurch umgehen, dafs der den transparenten Fleck enthaltende Schirm, versehen mit einer die Ablesung ermöglichenden Alhidade, drehbar aufgestellt wird. Die Helligkeit einer beleuchteten Fläche ist, abgesehen von der Lichtstärke der Quelle und ihrer Entfernung, abhängig von dem Winkel der Einstrahlung: sie ist proportional dem Cosinus des Einfallswinkels, dem Sinus des Neigungswinkels der Strahlen gegen die Fläche. Stellt man also die zu vergleichenden Lichtquellen in gleicher

Digitized by Google

Entfernung so auf, dafs ihre Strahlen sich rechtwinklig kreuzen, und bringt den drehbaren Schirm der Art an, dafs er auf beiden Seiten durch diese beleuchtet wird, so wird bei gleicher Lichtstärke der Quellen der Einstrahlungswinkel auf beiden Seiten gleich, also $= 45^0$ seyn müssen, wenn der Fleck unsichtbar seyn soll. Bei ungleicher Lichtstärke aber wird man den Schirm der helleren Flamme zu-, der schwächeren abdrehen müssen, um ein Verschwinden des Fleckes zu erzielen.

Ist der bezügliche Winkel für die Flamme von der Helligkeit $J = \alpha$, dann wird er für die andere $J_1 = 90 - \alpha$ seyn, und es resultirt die Gleichung

$$J . \sin \alpha = J_1 \sin (90 - \alpha)$$
$$J . \operatorname{tg} \alpha = J_1$$

Es läfst sich also die Lichtstärke der einen Quelle im Verhältnifs zu der anderen durch die Tangente des Drehungswinkels messen.

Die Voraussetzungen für die Richtigkeit dieser Methode:

1) absolute Transparenz des gefetteten Papiers;

2) vollkommen diffuse Zurückwerfung des Lichtes

sind nicht in aller Strenge als richtig anzunehmen. Stets erscheint die direct beleuchtete Seite im Verhältnifs heller, als der transparente Fleck, und dadurch wird eine doppelte Einstellung des Schirmes, eine zweimalige Ablesung unerläfslich, deren Mittelwerth die richtige Stellung desselben und damit den wahren Werth von α ergiebt.

Die Fehler, welche der Umstand mit sich bringt, dafs die Menge des nicht diffus zurückgeworfenen, ingleichen des durch das transparente Papier gegangenen Lichtes bei verschiedener Winkelstellung des Schirmes gegen die Strahlen verschieden seyn mufs, liegen für gewöhnlich aufserhalb der Gränzen der Beobachtung und verdienen höchstens dann Beachtung, wenn der Neigungswinkel der Strahlen gegen die Fläche einerseits ein sehr kleiner, andererseits ein entsprechend grofser ist, in einem Falle, welcher bei der praktischen Anwendung des Instrumentes nicht vorkommen kann.

Endlich ist noch zu erwähnen, dafs bei bedeutender

Digitized by Google

Differenz der zu vergleichenden Lichtstärken der Winkel, dessen Tangente als Maafs dienen soll, leicht allzugrofs und dadurch die Genauigkeit der Beobachtung wesentlich beeinträchtigt werden kann. In solchen Fällen erscheint es angemessen, die stärkere Lichtquelle von vorn herein in die doppelte oder dreifache Entfernung zu bringen und die bezügliche Tangente dann mit 4 oder 9 zu multipliciren. Für den Gebrauch bei Helligkeitsbestimmungen von Gasflammen, welche gewöhnlich die fünf- bis sechsfache oder auch zehn- bis vierzehnfache Lichtstärke der als Einheit angenommenen Stearinkerze besitzen, empfiehlt es sich, der Leichtigkeit der Multiplication wegen, die Entfernungen 2 und 3 durch die $1\sqrt{5}$ und $1\sqrt{10}$ zu ersetzen, also beispielweise bei $0^m,3$ Entfernung der Normalkerze die zu messende Lichtquelle in den Entfernungen

$$0^m,3 \,.\, \sqrt{5} = 0^m,6708$$

$$\text{oder } 0^m,3 \,.\, \sqrt{10} = 0^m,9486$$

aufzustellen, und dann die Tangente des abgelesenen Winkelmittels mit $\frac{10}{2}$ oder 10 zu multipliciren.

Das Instrument, dessen ich mich bediene, ist von dem geschickten Mechaniker Hugo Schickert in Dresden gefertigt, und besitzt folgende Einrichtung.

In eine cylindrische Büchse aus Messing, von 1 Decimeter Höhe und Durchmesser, welche auf einem, mit Stellschrauben versehenen Stativ hoch und niedrig gestellt werden kann, münden vier sich rechtwinklig gegenüber stehende Röhren von 3 Centimeter Weite, von denen zwei konische Ansätze, die beiden anderen schwache Lupen tragen. In derselben befindet sich der Schirm, drehbar um eine verticale Axe, oben mit einer Alhidade versehen, welche sich über dem horizontalen Theilkreise bewegt, dessen Nullpunkt genau über die Axe zweier sich gegenüber stehender Röhren liegt. Der Nullpunkt der Alhidade hingegen fällt in die Ebene des Papierschirms; der Winkel des Schirmes mit der Verticalebene durch die Nullpunkte des Kreises läfst sich durch Nonien auf 10 Minuten ablesen. Die konischen

Ansatzröhren, welche sich rechtwinklig kreuzen und die einfallenden Strahlen gegen den Papierschirm führen, besitzen eine Vorrichtung um Blendungen und mattgeschliffene oder farbige Glasplatten anzubringen, deren Anwendung bei sehr starkem Lichte oder bei Flammen von ungleicher Helligkeit in den einzelnen Theilen vortheilhaft wirkt.

Alle inneren Theile sind sorgfältig geschwärzt; auch finden sich selbstverständlich die nöthigen Vorrichtungen zu Correctionen behufs der Herstellung möglichster Richtigkeit des Instrumentes selbst.

Soll dasselbe gebraucht werden, so wird die Verticalaxe genau über den Scheitelpunkt eines auf den Tisch gezeichneten rechten Winkels gebracht, auf dessen Schenkeln in den bezüglichen Erscheinungen die beiden zu vergleichenden Lichtquellen stehen, dann der Schirm so gedreht, bis für den durch die eine Ocularröhre schauenden Beobachter der transparente Fleck vollkommen verschwunden ist. Hierauf folgt eine zweite Beobachtung durch die andere Ocularröhre ganz in derselben Weise; das Mittel aus beiden abgelesenen Winkeln giebt den bei Berechnung der Tangente einzusetzenden Werth.

Ein Schwärzen der Wände des Beobachtungszimmers ist überflüssig, es genügt hinter den Flammen dunkele, nicht glänzende Schirme von solcher Gröfse aufzustellen, dafs die konischen Ansatzröhren, bis zu ihnen verlängert gedacht, dieselben noch decken würden.

Das beschriebene Instrument macht keinen Anspruch darauf, präciser zu arbeiten, als das Bunsen-Desaga'sche; es gewährt aber beim Gebrauche wesentliche Bequemlichkeiten und dürfte deshalb Beachtung verdienen.

Saarbrücken, Juli 1866.

Digitized by Google

X. *Zur theoretischen Berechnung der Vergrößerung beim Mikroskop; Nachtrag von Dr. Arndt.*

Hr. Place hat in No. 4 dieses Jahrgangs d. Annalen meinen Bemerkungen zur theoretischen Berechnung der Vergrößerung am Mikroskop[1]) einige gegenübergestellt, die mir erst jetzt zu Gesicht gekommen sind. Folgendes diene zur Erwiderung, respective zur Ergänzung.

1. Bei meinem Urtheil über die Theorie des Mikroskops konnte das Werk von Nägeli und Schwendener nicht mitgemeint seyn, weil die Berechnungen aus einer Zeit stammen, wo es noch nicht erschienen, und sie aus meinen Händen waren, ehe ich mich von dem Werthe des genannten Werkes persönlich überzeugt hatte.

2. Die normale Sehweite ist innerhalb der Gränzen 8 bis 10 Zoll ziemlich willkührlich; eine Annahme von 250^{mm}, vom Scheitel der Hornhaut an gerechnet, trifft recht passend zusammen mit 10″, vom Knotenpunkt an gerechnet; denn 10″ Rhein. sind etwa $261\frac{1}{2}^{mm}$, 10″ Par. fast 271^{mm}. Die meinen Rechnungen zu Grunde gelegte Entfernung von 250^{mm} vom Scheitel der Hornhaut, die dann natürlich auch beim directen Messen beibehalten ist, dürfte demnach wohl zu vertheidigen seyn. Nur hätte ich, obgleich das aus der Anwendung selbst hervorgeht, nicht unterlassen sollen diesen Umstand bestimmt auszusprechen.

Will man gleichwohl 250^{mm} ausdrücklich vom Knotenpunkt an genommen wissen, was ja eigentlich seyn sollte, so braucht man nur den Abstand k des Knotenpunktes vom obern Hauptpunkt der Linse (oder einfacher von der Oberfläche), in Abrechnung zu bringen, d. h. $d = (250-k)^{mm}$ zu nehmen. Hr. Place hat $k = 20^{mm}$ gesetzt. Nimmt man daher in meiner Formel $d = 230^{mm}$, so erhält man leicht dasselbe Resultat $V = 19{,}7019$.

1) Diese Annal. Bd. 127, S. 455.

Digitized by Google

Nun aber ist $k = 20^{mm}$ zu setzen eine abermalige Willkühr, welche ich absichtlich vermeiden wollte, um durch die Formel gleichsam die äufserste Gränze der Vergröfserung festzustellen. Mein Vorschlag geht nun dahin, in meiner Formel $d = 240^{mm}$, in der Place'schen $k = 10^{mm}$ zu setzen, weil auf jeden Fall die Entfernung des Knotenpunktes vom Scheitel mit fast 8^{mm} und die Entfernung des Hauptpunktes, so wie der Hornhaut von der oberen Glasebene mit wenigstens 2^{mm} in Abzug kommen mufs, dagegen die sonstige Entfernung des Auges, weil ganz zufällig und vom Bau des Auges wie des Oculares abhängig, unberücksichtigt zu lassen. Man hat dann ein Maafs, das man nur mehr oder weniger annähernd erreichen kann. Dabei bleibt es Jedem unbenommen $d = 235^{mm}$ oder $= 230^{mm}$ oder noch kleiner anzusetzen, um sich von der Differenz der so erhaltenen (persönlichen) Vergröfserung und der Normalvergröfserung eine Vorstellung machen zu können.

3. Von der beengenden Annahme der Entfernung beim Campani'schen Ocular $= \frac{3a+c}{3}$ machte ich mich selbst sofort nach Beendigung meiner Rechnungen um so lieber frei, als ich Gelegenheit hatte zu bemerken, dafs die Optiker diese bestimmte Entfernung oft mehr erstreben als genau ausführen. Namentlich hatten die Oculare III und IV eine etwas gröfsere Entfernung, weshalb die directen Messungen hinter den berechneten zurückbleiben mufsten. Bezeichnet man die Entfernung des Collectivs vom Ocularglase mit e, die des Objectivs vom Ocularglase mit ε, so heifst die Formel:

$$V = \frac{[(\varepsilon - b)(c - e) + e^2(a+d) + ad[\varepsilon - (b+c+e)]}{abc}$$

oder

$$V = \frac{(\varepsilon - b)(c-e) + e^2}{bc} + d\left[\frac{(\varepsilon - b)(a+c-e) - a(c+e) + e^2}{abc}\right].$$

Die letztere Formel hat einen von a und d unabhängigen Theil und einen zweiten, der direct den verschiedenen Sehweiten proportional ist und verschwinden würde für $d = 0$, d. h. für eine Sehweite, die gerade bis zum Ocu-

Digitized by Google

larglase reicht. In dem früher zu Grunde gelegten Beispiele erhält man: $V = \frac{91}{54} + 230 \times \frac{47}{600}$ für $d = 230$, für jeden andern Werth von d eine ganz leicht zu findende Vergröfserungszahl. Für jede 10^{mm} kommen nämlich

$$0{,}78333\ldots$$

in Rechnung, und so erhält man ohne Mühe die folgende Tabelle:

d	V
200^{mm}	17,3519
210	18,1352
220	18,9185
230	19,7019
240	20,4852
250	21,2685

Wo es darauf ankommt, die Resultate bei verschiedenen Sehweiten zu vergleichen, dürfte demnach die letzte Formel besonders geeignet erscheinen.

d bedeutet die Entfernung derjenigen Ebene *vom Ocularglase*, in der man ohne Mikroskop deutlich sehen würde, in der man daher beim Doppelsehen das projicirte Bild auffängt und mifst. Damit würden die drei vorkommenden Entfernungen (ε, e und d) sämmtlich vom Ocularglase aus gemessen seyn. Natürlich bewirkt jede Aenderung in der Stellung des Auges eine geringe Aenderung der Vergröfserung. Will man die verschiedenen d auf den gewöhnlichen Begriff der Sehweite zurückführen, so hat man nur die Entfernung k (s. o.) des Kreuzungspunktes von der Ocularlinse hinzuzufügen.

Digitized by Google

XI. *Ueber die Krystallisation des Einfach-Schwefelnatriums;*

von Dr. H. Finger,

Ordentl. Lehrer an d. Provinzial-Gewerbschule zu Liegnitz.

Wenn man in concentrirte Natronlauge Schwefelwasserstoff einleitet, so bildet sich alsbald ein dicker Krystallbrei aus sehr dünnen prismatischen Nadeln bestehend. Beobachtet man dieselben kurze Zeit durch das Mikroskop, indem man sie mit etwas Lauge zusammen auf das Glasplättchen bringt, so sieht man, dafs die Nadeln sich rasch in Aggregate von Quadratoctaëdern verwandeln. Dieſs geschieht noch schneller, wenn man den aus Nadeln bestehenden Brei mittelst Fliefspapier trocknet. Das trockene Pulver, das man alsdann erhält, besteht aus sehr kleinen Quadratoctaëdern.

Läfst man die Flüssigkeit mit dem Krystallbrei längere Zeit ruhig stehen, so bemerkt man dann zwei Schichten in dem Brei; die untere besteht aus den schon erwähnten Nadeln, vermindert sich aber im Laufe der Zeit immer mehr und verschwindet endlich ganz; die obere enthält die viergliedrigen Krystalle, welche sich allmählig vergröfsern.

Die Krystallform derselben hat Herr Professor Rammelsberg in diesen Annalen, Bd. CXXVIII St. 1, bereits bestimmt und auch eine von Hrn. Dr. Lüthe ausgeführte Analyse mitgetheilt, wonach die Quadratoctaëder die Zusammensetzung $Na^2S + 9aq$ haben. Ich fand dieſs durch wiederholte Analysen bestätigt. Die Krystalle sind vollkommen farblos, durchsichtig und von starkem Glanze, den sie jedoch wie die Durchsichtigkeit rasch an der Luft verlieren. Sie sind in Wasser unter starker Temperaturerniedrigung (22° C. — 6,1° C.) leicht löslich. In gewöhnlichem Brennspiritus (80° Tr.) lösen sie sich beim Erhitzen; beim Erkalten krystallisirt das Salz mit derselben Zusammensetzung und Form wieder heraus. Der Habitus ist ein wenig verändert, indem jetzt die Säulenflächen vielmehr

Digitized by Google

ausgebildet sind; auch konnte ich niemals die Flächen des zweiten schärferen Quadratoctaëders beobachten, welche man an den aus der Lauge ursprünglich krystallisirten öfters wahrnimmt.

Bleibt die Lauge, in welcher sich bereits die Quadratoctaëder von der Zusammensetzung $Na^2S + 9aq$ gebildet haben, lange Zeit ruhig stehen, so beobachtet man, sowohl auf der Oberfläche der Flüssigkeit als an den Wänden des Glases, die Entstehung einer neuen Krystallisation. Die Grundform dieser Krystalle ist eine rhombische Säule mit Abstumpfung der scharfen Kanten. Ich habe Herrn Professor Rammelsberg eine Anzahl Krystalle dieser Art mit der Bitte zugesendet, die Form derselben genauer zu bestimmen, da ich kein Messinstrument besitze.

Nach einer von mir vorgenommenen Analyse haben diese Krystalle die Zusammensetzung $Na^2S + 6aq$ und sind meines Wissens bisher noch nicht beobachtet oder beschrieben worden.

Ich konnte nur mit äufserst kleinen Quantitäten arbeiten, da sich die Krystalle nur sehr spärlich gebildet hatten: indessen stimmen die Resultate gut zusammen. Das Natrium bestimmte ich durch Ueberführung der Verbindung in Chlornatrium, den Schwefel durch Umwandlung in Schwefelkadmium, welches bei 100° getrocknet worden war, bis die Wägungen ein constantes Gewicht ergaben.

0,04925 Grm. der Substanz gaben 0,03025 NaCl, hieraus folgen 24,12 Proc. Natrium.

0,02100 Grm. der Substanz gaben 0,01625 CdS, hieraus folgen 17,25 Proc. Schwefel.

$2Na = 46$	$= 24{,}73$	Proc.;	gefunden wurden	24,12
$S = 32$	$= 17{,}20$	»	»	17,25
$6aq = 54$	$= 58{,}06$			
	99,99			

Die Krystalle dieser Verbindung sind ebenfalls farblos, durchsichtig, stark glänzend und lösen sich leicht in Wasser.

Liegnitz, den 5. August 1866.

Digitized by Google

Nachtrag.

» Wie ich in der obenstehenden Abhandlung mittheilte, besteht die erste Krystallisation beim Einleiten von Schwefelwasserstoff in starke Natronlauge (1,37 spec. Gew.) aus dünnen prismatischen Nadeln, die sich schnell in Quadratoctaëder der Verbindung $Na^2S + 9aq$ umwandeln. Ich habe jetzt Gelegenheit gehabt diese Nadeln gröfser und deutlicher zu erhalten. Ihre Grundform ist eine rhombische Säule ($a : b : \infty c$), deren scharfe Kante durch eine Fläche ($\infty a : b : \infty c$) abgestumpft ist; als Endbegränzung scheint das Doma $\infty a : b : c$ vorzukommen, doch tritt es nicht an sämmtlichen Krystallen auf.

Da diese Krystallform, die ich allerdings nur durch das Mikroskop beobachten konnte, der Hauptsache nach mit der der Krystalle von der Zusammensetzung $Na^2S + 6aq$, die ich in der vorangeschickten Abhandlung beschrieben habe, übereinstimmt, so lag die Vermuthung nahe, ob nicht diese nadelförmigen Krystalle dieselbe Zusammensetzung haben möchten.

Die rasche Umänderung, welche die Nadeln in der Flüssigkeit erleiden, macht ein schnelles Operiren nöthig, wenn man dieselben für die Analyse unverändert erhalten will. Ich gofs also schnell, nachdem der Niederschlag entstanden war, die Flüssigkeit ab und trocknete sorgfältig den zurückbleibenden Brei mit Fliefspapier. Das vollständig trocken gewordene krystallinische Pulver analysirte ich auf dieselbe Weise wie die andern Krystalle, die ich im voranstehenden Aufsatze beschrieben. Das Natrium wurde als NaCl, der Schwefel als CdS bestimmt.

Ich erhielt im Mittel aus zwei Versuchen:

24,09 Proc. Na und
18,01 » S

Die Formel $Na^2S + 6aq$ verlangt:

24,73 Proc. Na
17,20 » S
58,06 » HO

Demnach unterliegt es keinem Zweifel, dafs die besprochenen nadelförmigen Krystalle die Zusammensetzung $Na^2S + 6aq$ haben.

Fasse ich noch einmal die von mir gemachten Beobachtungen nach dem Mitgetheilten zusammen, so stellt sich Folgendes heraus:

Beim Einleiten von HS in starke Natronlauge entstehen zuerst rhombische Nadeln von der Zusammensetzung

$$Na^2S + 6\,aq$$

Diese ändern sich in der Flüssigkeit um in Quadratoctaëder mit abgestumpften Basiskanten von der Zusammensetzung

$$Na^2S + 9\,aq$$

Letztere entstehen später auch selbstständig in der Flüssigkeit und können sehr grofs werden. Aus einer Lösung in Spiritus krystallisiren sie unverändert wieder heraus, während die nadelförmigen Krystalle Quadratoctaëder von der Formel

$$Na^2S + 9\,aq \text{ geben.}$$

Ist die Krystallisation der Quadratoctaëder beendet, so erscheinen nach längerer Zeit und ziemlich spärlich wieder rhombische Krystalle von der Formel

$$Na^2S + 6\,aq,$$

welche ich im vorangegangenen Aufsatze beschrieben habe. Zu bemerken ist noch, dafs diese letzteren sich unverändert in der Flüssigkeit halten und an der Luft nicht so rasch verwittern als die Quadratoctaëder.

Als Erklärung für diese verschiedenen Krystallisationsformen des NaS möchte ich annehmen, dafs die bei der Zersetzung des NaO durch HS sich entwickelnde Wärme die Ursache ist, dafs anfangs Krystalle mit geringerem Wassergehalte (6aq) sich bilden. Diese nehmen dann mehr Wasser auf und gehen in die Quadratoctaëder mit 9aq über. Ist die Krystallisation der letzteren beendet, so ist die Flüssigkeit wasserärmer geworden, und das noch darin gelöste NaS krystallisirt dann wieder mit geringerem Wassergehalte (6aq).

Liegnitz, den 13. August 1866.

Digitized by Google

XII. *Erwiderung, Herrn Mohr's Hageltheorie betreffend; von A. Krönig.*

Herr Mohr hat bekanntlich eine neue Hageltheorie aufgestellt. Den Moment, in welchem er »froh seyn Ich hab's gefunden ausrief«, beschreibt er auf's ergreifendste in diesen Annalen Band 117, Seite 116. Dennoch habe ich in einem Aufsatze: »über Mohr's Hageltheorie«[1]) gewagt, die Unrichtigkeit des Mohr'schen Fundamentalprincips nachzuweisen. Das letztere legt Herr Mohr in folgenden Worten nieder. »Es mufs also mit der Verdichtung von Wasserdampf eine ganz ungeheure Raumverminderung stattfinden . . . Diese Raumverminderung oder Vacuumbildung ist nun die eigentliche Ursache aller hier auftretenden Erscheinungen.« Hiergegen habe ich bewiesen: »dafs jede Condensation des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfs, welche bei der Vermengung mehrerer Luftmassen von ungleicher Temperatur stattfindet, nicht von einer Volumenverkleinerung, sondern von einer Volumenvergröfserung begleitet ist.« Dieser Beweis sagt natürlich Herrn Mohr nicht zu. Aber mit welchen Mitteln greift er ihn an? Bezweifelt er etwa die Richtigkeit der Mariotte'schen oder des Gay-Lussac'schen Gesetzes, auf welche mein Beweis sich gründet? Erklärt er die in meinem Beweise gebrauchten und nach den Bestimmungen von Regnault angegebenen numerischen Werthe für falsch? Hat er gegen die Art meiner Schlufsfolgerung etwas einzuwenden? Diefs alles nicht. Aber warum soll denn nun mein Beweis falsch seyn? Man höre nur: weil, wenn mein Beweis richtig ist, Herr Mohr verschiedene beim Gewitter beobachtete Erscheinungen nicht erklären kann. Eine solche Argumentation ist in der That eigenthümlicher Art. Ich glaube jedoch nicht, dafs Hrn. Mohr's Grund auch andern Physikern eben so schlagend vorkommen werde wie ihm selbst.

1) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 146.

Digitized by Google

Hr. Mohr erklärt eine von mir gemachte Berechnung für nutzlos. Da dieselbe einen integrirenden Theil meiner Beweisführung bildet, so mufste er sie von seinem Standpunkte aus nicht für nutzlos, sondern für schädlich erklären. Er meint, ich hätte mir die Frage vorlegen müssen »wieviel Volume einer Luft von etwa —40° C. mit einer mit Wasserdampf beladenen gemischt werden müssen, um das Wasser gröfstentheils herauszuschlagen und doch noch eine Raumverminderung und Abkühlung der ersten Luft zu bewirken.« Hier liegt wohl ein Druckfehler vor. Wenn der Satz einen Sinn haben soll, so mufs, wie mir scheint, statt »der ersten Luft« gesetzt werden »des entstandenen Gemenges.« Was aber die Frage selbst betrifft, so mufs ich Hrn. Mohr um Entschuldigung bitten. Ich habe dieselbe bereits auf eine nach meinem Dafürhalten durchaus gründliche Weise in Erwägung gezogen. Die Antwort habe ich auch oben bereits mitgetheilt. Sie geht dahin: »dafs *jede* Condensation des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfs, welche bei der Vermengung mehrerer Luftmasssen von ungleicher Temperatur stattfindet, nicht von einer Volumenverkleinerung, sondern von einer Volumenvergröfserung begleitet ist.«

Ich mufs es überhaupt auf das lebhafteste bedauern, dafs Herr Mohr den Anfang und das Ende meines Aufsatzes mit so geringer Aufmerksamkeit gelesen hat. Der Anfang heifst: »Meine meteorologischen Kenntnisse sind viel zu gering, als dafs ich wagen möchte, die neue Hageltheorie Mohr's ihrem ganzen Umfange nach einer Beurtheilung zu unterziehen. Es kommen jedoch in der betreffenden Abhandlung einige Zahlen vor, welche aufserordentlich geeignet sind, sehr falsch aufgefafst zu werden. Diese Zahlen auf ihre richtige Bedeutung zurückzuführen, ist der Zweck der nachfolgenden Zeilen.«

Das Ende meines Aufsatzes lautet: »Ebenso scheint es mir überflüssig, auf die zahlreichen Consequenzen einzugehen, welche Mohr aus der von ihm angenommenen Vacuumbildung bei der Condensation des atmosphärischen Was-

Digitized by Google

serdampfs abgeleitet hat. Denn wenn der Vordersatz, auf welchem diese Consequenzen beruhen, unrichtig ist, die Consequenzen selbst aber mit der Wirklichkeit in Einklang stehen, so liegt einige Wahrscheinlichkeit vor, dafs die Schlufsweise, vermittelst deren jene Folgerungen abgeleitet sind, eine unrichtige gewesen ist.« Trotz dieser klaren Worte stellt Herr Mohr sich vor, ich für meine Person hätte auch eine Hageltheorie aufstellen wollen, und er fordert mich auf, verschiedene meteorologische Erscheinungen nach meiner Theorie zu erklären. Eine solche Absicht liegt mir sehr fern. Sollte etwa Herr Mohr, wie ich hiernach fast vermuthen möchte, die Fähigkeit besitzen, an Stelle jeder falschen Theorie, sobald er sie nur als falsch erkannt hat, sofort die richtige Theorie aufzufinden, so möchte ich ihm ein Compagniegeschäft vorschlagen. Ich würde mich anheischig machen, ihm eine Menge von falschen Theorien nachzuweisen. Wenn Herr Mohr diese durch eben so viele richtige ersetzt, so müssen wir staunenswerthe Resultate erzielen.

Berlin, im Juni 1866.

XIII. *Ueber einige Eigenschaften der Seifenblasen;* *von J. Broughton,*

Chemischen Assistenten an der *Roy. Institution.*

(*Phil. Mag. Ser. IV, Vol. XXXI, p.* 228.)

Die durch ihre Schönheit sprichwörtlich gewordenen Farben der Seifenblasen haben lange eine geschickte Erläuterung der optischen Effecte dünner Häutchen geliefert; allein die Zerbrechlichkeit des Materials hat verhindert, sie genauer als mit unbewaffnetem Auge zu untersuchen. Es ist jedoch bekannt, dafs diejenigen Theile der Blase, welche aus geringer Entfernung von homogener Farbe zu seyn

Digitized by Google

scheinen, bei näherer Betrachtung Striche und Curven von verschiedenen glänzenden Farben zeigen, welche ohne Zweifel auf Theile der Blase deuten, wo gleiche Dicke des Häutchens die Interferenz einer selben Reihe von Strahlen veranlafst. In einer dünnen Blase giebt es selten einen Raum von einem Quadrat-Millimeter, worin nicht viele dieser Striche sichtbar wären, und es ist blofs das Vorwalten dieser oder jener Farbe, welche den Effect der Gleichförmigkeit der Farbe auf einer Fläche von beträchtlicher Ausdehnung hervorruft. Die von Hrn. Plateau angewandte Lösung von ölsaurem Natron und Glycerin macht den Gebrauch der Blasen für viele experimentelle Zwecke jetzt verhältnifsmäfsig leicht und das neckische Bersten der Blasen im Moment der Beobachtung ist fast gänzlich durch ihre merkwürdige Haltbarkeit fast ganz verhindert. Blasen aus dieser Lösung gebildet sind bewundernswerth geschickt für optische Zwecke.

Eine so auf einem Drahtring gebildete und unter eine Glasglocke gebrachte Blase wird, nachdem sie eine Stunde gestanden, häufig an ihrem oberen Pol einen kreisrunden schwarzen Fleck von 0,33 und selbst von 0,5 Zoll Durchmesser zeigen. Das Schwarz ist intensiv, hat aber immer die Eigenschaft ein wenig Licht zu reflectiren. In dieser Lage läfst es sich leicht mittelst einer Linse untersuchen; sie macht optische Effecte von grofsem Glanz und Interesse sichtbar, und zeigt überdiefs, dafs die Schicht in beständiger Bewegung ist. Diese Erscheinungen veranlafsten, sie mit dem zusammengesetzten Mikroskop zu beobachten. Zu dem Ende wurde ein Korkstreifen von passender Gröfse für das Stativ des Mikroskops mit schwarzem Papier überzogen und auf diesem ein kleiner Ring angebracht, auf welchem mittelst eines Kautschuckrohrs von enger Oeffnung eine Blase geblasen ward. Die Blase wurde durch einen guten Condensator beleuchtet, so dafs das Licht nach der Reflexion durch das Mikroskop gehen konnte.

So betrachtet zeigt das Häutchen optische Phänomene von der äufsersten Schönheit, die schwer zu beschreiben

Digitized by Google

sind. Besonders in und neben dem oben erwähnten schwarzen Flecken sind die Erscheinungen von vorzüglichem Glanz. Auf dem schwarzen Grund bewegen sich Flecke von glänzendem Gelb und Orange, welche wiederum kleinere blaue und schwarze Flecke von fast jeder geometrischen Form enthalten, aber immer in rascher Bewegung. Es sind noch manche andere Erscheinungen zu beobachten; am gewöhnlichsten sind Flecke von solcher Regelmäfsigkeit, dafs sie auf den ersten Blick einer Structur gleichen. Unter starker Vergröfserung zerfallen die letzteren in eine Reihe Newton'scher Ringe von äufserster Kleinheit. Die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen ist sehr merkwürdig; allein am häufigsten kommen diejenigen vor, in denen die rothen und grünen Farben vorwalten. Die Bewegung scheint unveränderlich zu seyn. Sie wird verringert, doch nicht verhütet, wenn man das Licht zuerst durch eine Wasserschicht gehen läfst und die Blase mit einer kleinen Glasglocke bedeckt.

Ein flaches Häutchen giebt, bei Betrachtung durch ein Mikroskop, ähnliche Effecte wie eine Blase, jedoch entspricht die letztere dem Zwecke besser.

Die Bestimmung der Dicke des Häutchens, welche solche Effecte hervorbringt, ist ein Gegenstand von einigem Interesse. Optische Methoden sind praktisch unausführbar, da verschiedene Dicken eine gleiche Farbe hervorbringen, sobald sie die Bedingung erfüllen, dafs sie constant entweder ein gerades oder ungerades Multiplum von $\frac{1}{4}\lambda$ sind.

Daher wurde zur Bestimmung der mittleren Dicke folgende Methode versucht, deren Resultate wahrscheinlich annähernd richtig sind.

Es wurde die Blase mit einem Gemisch von Wasserstoff und Luft gefüllt, das gerade hinreichte, sie in der Atmosphäre schwebend zu erhalten, ohne merkliche Tendenz zum Steigen oder Sinken. Die Blase wurde sorgfältig von dem anhängenden Wassertropfen befreit und dann sorgfältig gemessen, indem man sie, während sie noch an der Pfeife haftete, aus beträchtlichem Abstande mit den Abtheilungen eines Maafsstabes verglich. Eine solche Bestimmung gab folgende Data:

Ein Gemisch von 1 Vol. Wasserstoff und 16 Vol. Luft machte eine Blase von 90 Millimeter Durchmesser schwebend.

Sey nun $r =$ Radius der Blase $= 45$ Mllm.; $c =$ Ge-

Digitized by

wicht eines Cubikcentim. atmosphärischer Luft = 0,00129318 Grm.; h = Dichtigkeit des Wasserstoffs = 0,0691; s = das spec. Gewicht der Blasen-Lösung = 1,1; w = das Gewicht der Blase; t = die Dicke ihrer Wand; so ist:

$$\frac{4r^3\pi}{3}c - \frac{4r^3\pi}{3}\left(\frac{16+h}{17}\times c\right) = w\ ^1).$$

Auch:

$$4r^2\pi s t = w$$

sehr nahe.

Stellt man die Werthe von w einander gleich und reducirt, so kommt

$$t = \frac{cr(1-h)}{51s}$$

woraus durch Substitution der Werthe:

t = 0,000965 Mllm.

= $\frac{1}{2800}$ Zoll, nahe.

Andere derlei Bestimmungen schwankten von $\frac{1}{19000}$ bis $\frac{1}{35000}$.

Diese flüssigen Häutchen werden demnach von dem dünnsten Goldblättchen an Dünne übertroffen; doch ist es wahrscheinlich, dafs die Blase, nachdem sie einige Zeit gestanden, in ihren obersten Theilen die letzteren an Zartheit übertrifft. Die Dicke des schwarzen Flecks entspricht, in Newton's Tafel für Wasser, einer Dicke von $\frac{3}{8000000}$ Zoll. Erwägt man, dafs solche Häutchen eine so hohe Beweglichkeit und so glänzende Farbenwirkungen unter dem Mikroskop entfalten und sie überdiefs ihre Zähigkeit nur dem achtzigsten Theil einer Substanz von so verwickelter Zusammensetzung wie das ölsaure Natron verdanken, so hat man dadurch ein neues Beispiel von der Theilbarkeit der Materie [1]).

1) Das Verhältnifs zwischen dem Gewicht und dem Volum solcher Blasen ist so klein, dafs sie durch geschicktes Füllen mit warmem Athem zum Steigen gebracht werden können.

2) Für etwaige Untersuchungen gebe ich hier die Vorschrift zur Bereitung der Plateau'schen Blasenlösung: Löse einen Theil reinen ölsauren Natrons in 50 Thl. destillirten Wassers und mische diese Lösung mit zwei Dritteln ihres Volumens an reinem Glycerin.

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

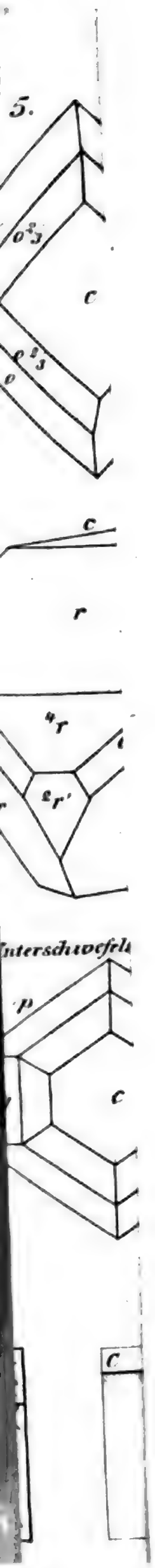
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

RETURN PHYSICS LIBRARY
TO 366 LEWIS HALL
642-3535

RESERVE
BOOK
DUE AS STAMPED BELOW

FORM NO. DD20A UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY BERKELEY, CA 94720

U.C. BERKELEY LIBRARIES
CD3L4b3b3